



Universidade do Estado de Mato Grosso
Campus Universitário de Sinop
Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas
Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional PROFMAT



Maurocir Silva

**PLACAS FOTOVOLTAICAS - APRENDIZAGEM BASEADA EM PROJETOS:
UMA APLICAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O ENSINO
MÉDIO**

Sinop - MT
Junho de 2023

Maurocir Silva

**PLACAS FOTOVOLTAICAS - APRENDIZAGEM BASEADA EM PROJETOS:
UMA APLICAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O ENSINO
MÉDIO.**

Dissertação de mestrado apresentada a Faculdade de Ciências Exatas da Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT, Campus Universitário de Sinop, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional - PROFMAT.

Orientador: Prof. Dr. Raul Abreu de Assis

Co-orientadora: Profa. Dra. Luciana Mafalda Elias de Assis

Sinop - MT

Junho de 2023

Walter Clayton de Oliveira CRB 1/2049

S586p SILVA, Maurocir.
Placas Fotovoltaicas-Aprendizagem Baseada em Projetos:
Uma Aplicação de Modelagem Matemática para o Ensino Médio.
/ Maurocir Silva - Sinop, 2023.
89 f.; 30 cm. (ilustrações) Il. color. (sim)

Trabalho de Conclusão de Curso
(Dissertação/Mestrado) - Curso de Pós-graduação Stricto Sensu
(Mestrado Profissional) Profmat, Faculdade de Ciências Exatas e
Tecnológicas, Câmpus de Sinop, Universidade do Estado de
Mato Grosso, 2023.

Orientador: Prof. Dr. Raul Abreu de Assis

Coorientador: Profa. Dra. Luciana Mafalda Elias de Assis

1. Aprendizagem Baseada em Projetos. 2. Modelagem
Matemática. 3. Aprendizagem Significativa. I. Maurocir Silva.
II. Placas Fotovoltaicas-Aprendizagem Baseada em Projetos:
Uma Aplicação de Modelagem Matemática para o Ensino Médio.:

CDU 51:37

Aos meus familiares e amigos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por sua indescritível presença em todos os momentos, sejam estes de aprendizagem e de deslocamento de Campos de Júlio a Sinop durante os dois anos do curso e a toda minha família e amigos pelo apoio e palavras de incentivo e motivação.

Agradeço ao meu orientador Professor Dr. Raul Abreu de Assis e minha co-orientadora Professora Dra. Luciana Mafalda Elias de Assis que sempre me orientaram com clareza e objetividade, compartilhando suas experiências acadêmicas, incentivando e me motivando para a realização deste trabalho.

Aos colegas e amigos de trabalhos e acadêmicos da turma, em que a parceria e o companherismo foram fundamentais em todo o período da qualificação.

Aos profissionais que atuam no programa do PROFMAT-UNEMAT/SINOP, que contribuíram direta ou indiretamente para meu crescimento intelectual e profissional.

*"Ensinar não é transferir conhecimento,
mas criar as possibilidades para a sua
própria produção ou a sua construção."*

Paulo Freire

Resumo

O presente trabalho apresenta uma proposta de sequência didática para aprendizagem de Matemática, através do tema gerador “placas fotovoltaicas”. Discutiremos brevemente sobre a importância do uso das metodologias ativas como a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABProj) e a Modelagem Matemática, objetivando a produção de benefícios significativos para a educação, permitindo que os estudantes desenvolvam habilidades e competências necessárias para enfrentar os desafios do mundo atual, ao mesmo tempo em que tornam a aprendizagem da matemática mais envolvente e significativa. Foi realizado um trabalho de modelagem matemática como estratégia de ensino aprendizagem com tema central relacionado com placas fotovoltaicas com o objetivo de modelar o ângulo de inclinação de instalação das placas, para a maximização do fluxo de energia luminosa e assim ter maior produção de energia. Baseado no modelo desenvolvido, são propostas sequências didáticas e atividades para serem utilizadas com estudantes do Ensino Médio, afim de despertar o interesse e a curiosidade pelo aprendizado. Neste sentido, este trabalho propõe, através da Aprendizagem Baseada em Projetos (ABProj) e da Modelagem Matemática, que o estudante utilize a Matemática de forma concreta e satisfatória, possibilitando análises, discussões, construções de conceitos e formulações de ideias através da resolução de problemas do cotidiano, contribuindo para uma aprendizagem significativa, desenvolvendo a sua capacidade reflexiva.

Palavras chave: Aprendizagem Baseada em Projetos; Modelagem Matemática; Aprendizagem Significativa.

Abstract

This paper presents a proposal for a didactic sequence for learning mathematics, using the generating theme "photovoltaic panels". We will briefly discuss the importance of using active methodologies such as Project-Based Learning (ABProj) and Mathematical Modeling, with the aim of producing significant benefits for education, allowing students to develop the skills and competencies needed to face the challenges of today's world, while at the same time making the learning of mathematics more engaging and meaningful. A mathematical modeling project was carried out as a teaching-learning strategy with a central theme related to photovoltaic panels with the aim of modeling the angle of inclination at which the panels are installed, in order to maximize the flow of light energy and thus have greater energy production. Based on the model developed, didactic sequences and activities are proposed for use with high school students, in order to arouse interest and curiosity in learning. In this sense, this work proposes, through Project-Based Learning (ABProj) and Mathematical Modeling, that students use Mathematics in a concrete and satisfactory way, enabling analysis, discussion, construction of concepts and formulation of ideas through the resolution of everyday problems, contributing to meaningful learning, developing their reflective capacity.

Key words: Project-Based Learning; Mathematical Modeling; Meaningful Learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - Fases sequenciais para aplicação da ABProj.....	22
Figura 02 - Esquema de um processo de modelagem segundo Bassanezi.....	25
Figura 03 - Princípio de funcionamento de um sistema fotovoltaico.....	30
Figura 04 - Representação do ângulo azimutal.....	33
Figura 05 - Representação do ângulo de elevação.....	34
Figura 06 - Coordenadas esféricas.....	35
Figura 07 - Coordenadas do vetor Sol.....	36
Figura 08 - Coordenadas do vetor placa.....	37
Figura 09 - Vetor placa x vetor Sol.....	38
Figura 10 - Posição do Sol durante o dia.....	39
Figura 11 - Posição do Sol às 6 h.....	40
Figura 12 - Posição do sol as 11 h às 12 h.....	43
Figura 13 - Captura de tela do site <i>www.suneasthtools.com</i> , ao entrar no site clicar em um dos ícones <i>Sun Position</i> para acessar os dados da posição do Sol a partir de uma certa localização.....	45
Figura 14 - Captura de tela do <i>site www.suneasthtools.com</i> , ao entrarmos no site escolhemos a localização (1), o ano, o mês e o dia a ser pesquisado (2) e clicamos em executar (3) para obtenção dos dados.....	46
Figura 15 - Captura de tela do site <i>www.suneasthtools.com</i> , a qual apresenta, o dia, as coordenadas, os instantes de tempo em hora, o ângulo de elevação e o ângulo azimutal (1), ícone para download em <i>Excel</i> dos dados citados (2).....	47
Figura 16 - Captura de tela do <i>site www.suneasthtools.com</i> , clicamos no ícone para download <i>Excel table</i> para importação dos dados em tabela do <i>Excel</i> (1).....	48
Figura 17 - <i>Print</i> da Planilha com os dados: data, hora do dia, tempo do dia, ângulo de elevação e ângulo azimutal da localidade do Município de Campos de Júlio/MT.....	49
Figura 18 - <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> com inserção da fórmula para variação do tempo delta t (Δt) (1) e programada a coluna da variação do tempo delta t (Δt), utilizamos o recurso do <i>Excel</i> para copiar a mesma fórmula para	

	as linhas abaixo da planilha (2)	50
Figura 19	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da inserção da fórmula para conversão do valor da quarta coluna correspondente ao ângulo de elevação do Sol ($\hat{f}_i - \emptyset$) de graus para radianos (1) e programada a coluna com a conversão em radianos utilizamos o recurso do <i>Excel</i> para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo da planilha (2)	51
Figura 20	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da conversão do valor da quinta coluna correspondente ao ângulo azimutal (α) correspondente de graus para radianos, da coluna “H”	52
Figura 21	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da nona coluna, onde temos o produto o entre o cosseno do ângulo de elevação do Sol com o ângulo azimutal, da coluna “J”	53
Figura 22	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da décima coluna, onde temos o produto o entre o cosseno do ângulo de elevação do Sol ($\hat{f}_i - \emptyset$), com o seno do ângulo azimutal ($\alpha - \alpha$), da coluna “K”	54
Figura 23	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da décima primeira coluna, onde temos o seno do ângulo de elevação do Sol ($\hat{f}_i - \emptyset$), da coluna “L”	55
Figura 24	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da décima segunda coluna, onde temos o produto do seno do ângulo de inclinação <i>Gama</i> (γ) em radianos da célula “N2”, pelo seno do ângulo da direção da placa <i>Teta</i> (θ) em radianos da célula “N3”, dado pela fórmula =SEN(\$N\$2)*SEN(\$N\$3).	56
Figura 25	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da décima terceira coluna, onde temos o produto do cosseno do ângulo de inclinação <i>Gama</i> (γ) em radianos da célula “N2”, pelo seno do ângulo da direção da placa <i>Teta</i> (θ) em radianos da célula “N3”, dado pela fórmula =COS(\$N\$2)*SEN(\$N\$3).	57
Figura 26	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da décima quarta coluna, onde temos o cosseno do ângulo da direção da placa <i>Teta</i> (θ) em radianos da célula “N3”, dado pela fórmula =COS(\$N\$3)	58
Figura 27	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da décima quinta coluna, onde temos o produto de COS(G5)*COS(H5) da coluna “J5” pelo SEN(\$N\$2)*SEN(\$N\$3) da coluna “M5”, mais o produto do COS(G5)*SEN(H5) da coluna “K5” pelo COS(\$N\$2)*SEN(\$N\$3) da coluna “N5”, mais o produto de SEN(G5) da coluna “L5” pelo	

	COS(\$N\$3) da coluna “O5”	59
Figura 28	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da décima sexta coluna, onde temos o produto do fluxo de calor por delta t, dados pelo produto do fluxo de calor instantâneo da coluna “Q5” pela variação do tempo delta t da coluna “F5”	60
Figura 29	- <i>Print</i> da Planilha do <i>Excel</i> da somatória da décima sexta coluna, onde temos o, a produção total de energia luminosa, dados pela soma da linha “R5” à linha “R544”	61
Figura 30	- <i>Print</i> da aba do <i>Excel</i> com os passos para acessar o recurso <i>solver</i> , (1) abrir o <i>Excel</i> e clicar em DADOS, em seguida clicar no canto superior direito em SOLVER (2)	62
Figura 31	- <i>Print</i> da aba do <i>Excel</i> com os passos para definirmos os parâmetros, selecionamos a célula “J1” - fluxo*delta t (1), marcamos o item “Máx” e selecionamos as células “Alterando Células Variáveis” – “M2” e “M3” e clicamos em “Resolver” (3)	63
Figura 32	- <i>Print</i> da aba do <i>Excel</i> com os passos da aba Resultados do Solver onde marcamos “Manter Solução do Solver”, clicamos em “OK” (1), ângulos determinados pelo Solver, para o ângulo de direção da placa – <i>Gama</i> (γ) e o ângulo de inclinação – <i>Teta</i> (θ) (2).	64
Figura 33	- Ângulo de inclinação pela latitude geográfica.....	65
Figura 34	- Site, textos e artigos e o projeto sobre placas fotovoltaicas.....	67
Figura 35	- <i>Print</i> da aba <i>software</i> GeoGebra com os passos para a construção dos pontos A, da circunferência c e do controle deslizante r.....	68
Figura 36	- <i>Print</i> da aba <i>software</i> GeoGebra com os passos para a construção do “controle deslizante”	69
Figura 37	- <i>Print</i> da aba <i>software</i> GeoGebra com a representação do “Controle deslizante” com valor de <i>r</i> igual a 4.2, e os raios solares, chegando de forma não paralelos a Terra.....	70
Figura 38	- <i>Print</i> da aba <i>software</i> GeoGebra com os passos para a construção lista de pontos, após digitar os dados na ferramenta de planilha do GeoGebra.	71
Figura 39	- <i>Print</i> da aba <i>software</i> GeoGebra com a representação do “Controle deslizante” com intervalo igual a $r = 120$, e os raios solares, chegando aproximadamente paralelos a Terra.....	71

Figura 40 - Ângulo azimutal.....	72
Figura 41 - Representação do ângulo azimutal.....	73
Figura 42 - Representação do ângulo de elevação.....	73
Figura 43 - Uso do Aplicativo <i>Stellarium</i>	74
Figura 44 - Ângulo da placa fotovoltaica com a normal.....	75
Figura 45 - Demonstração do ângulo formado com a normal e o zênite.	75
Figura 46 - Folha sulfite com 70 linhas (retas paralelas)	77
Figura 47 - Régua e seta que representa a normal a placa	78
Figura 48 - Números de linhas capturadas com um ângulo de 60°.....	78
Figura 49 - Ângulos com número de linhas capturadas em cada um ângulo	79
Figura 50 - <i>Print</i> da aba <i>software</i> GeoGebra com os passos para a construção lista de pontos, após digitar os dados na ferramenta de planilha do GeoGebra.....	79
Figura 51 - <i>Print</i> da aba <i>software</i> GeoGebra com os passos para a construção do “controle deslizante” a de intervalo -5 a 50, inserção e determinação da função $f(x) = a \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{x}{180}\right)$	80
Figura 52 - Tabela de produção de energia luminosa e determinação dos ângulos de instalação de uma placas fotovoltaicas.....	81

LISTA DE SIGLAS

UNEMAT – Universidade Estadual do Estado de Mato Grosso

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

ABProj - Aprendizagem Baseada em Projetos

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica

CRESESB - Centro de Referência para Energia Solar e Eólica Sérgio Brito

CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	DISCUSSÃO DA IMPORTÂNCIA DAS METODOLOGIAS ATIVAS, COMO A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROJETOS E A MODELAGEM MATEMÁTICA	19
	2.1 Metodologias Ativas.....	19
	2.2 Aprendizagem Baseada em Projetos	21
	2.3 Modelagem Matemática.....	23
3	MODELAGEM MATEMÁTICA DA PRODUÇÃO DE ENERGIA	29
	3.1 Placas fotovoltaicas.....	29
	3.2 Qual a melhor inclinação para o painel solar?.....	30
	3.3 Raios solares	32
	3.3.1 Ângulo azimutal.....	32
	3.3.2 Ângulo de elevação.....	33
	3.4 Modelagem de vetores que apontam para o Sol e normal a placa.....	34
	3.4.1 Coordenadas esféricas e νp e νs	35
	3.5 Modelagem do fluxo de energia luminosa em uma placa.....	38
	3.5.1 Fluxo de energia luminosa.....	38
	3.6 Modelagem da energia total produzida ao longo do ano.....	39
	3.7 Obtenção de dados dos ângulos de elevação e ângulo azimutal.....	44
	3.8 Uso do <i>Solver</i> (Método GRG Não Linear) para otimização da produção total de energia e obtenção do melhor ângulo de inclinação.....	61
4	ATIVIDADES PROPOSTAS PARA ENTENDIMENTO DAS FASES DO PROJETO	65
	4.1 Apresentação do projeto.....	65
	4.2 Raios solares.....	67
	4.3 Ângulo azimutal.....	72
	4.4 Ângulo de elevação.....	73
	4.5 Ângulo da placa fotovoltaica com a normal.....	74
	4.6 Tabela de fluxo de energia luminosa.....	76
	4.7 Construção de uma tabela com o fluxo de energia luminosa total.....	81
	4.8 Questionário para finalização do projeto.....	81

5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
5.1	Conclusões.....	85
5.2	Recomendações.....	86
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88

1 INTRODUÇÃO

No mundo atual torna-se cada vez mais necessário o saber matemático, onde os meios de informações, comunicações e tecnologias são baseados em dados quantitativos e espaciais em diferentes representações, o que exige pessoas que interpretem rapidamente informações e saibam resolver problemas dos mais simples aos mais elaborados. Assim, a Matemática deve desenvolver as capacidades intelectuais para a organização do pensamento, do raciocínio lógico e da resolução de problemas das mais diversas áreas.

Nesta pesquisa proponho o uso da metodologia - Aprendizagem Baseada em Projetos para a contextualização do conhecimento, favorecendo o protagonismo, a autonomia, a autoestima e a colaboração entre os pares, o que facilita a aprendizagem significativa dos estudantes. O objetivo deste trabalho é despertar o interesse sobre determinados temas, desenvolvendo diferentes conceitos e habilidades, onde o estudante é o agente principal na construção de sua aprendizagem.

De acordo com Bender (2014), a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) proporciona um ambiente propício para o desenvolvimento das habilidades e competências do século XXI,

A ABP pode ser definida pela utilização de projetos autênticos e realistas, baseados em uma questão, tarefa ou problema altamente motivador e envolvente, para ensinar conteúdos acadêmicos aos alunos no contexto do trabalho cooperativo para a resolução de problemas. [...] A investigação dos alunos é profundamente integrada à aprendizagem baseada em projetos, e como eles têm, em geral, algum poder de escolha em relação ao projeto do seu grupo e aos métodos a serem usados para desenvolvê-los, eles tendem a ter uma motivação muito maior para trabalhar de forma diligente na solução de problemas (BENDER, 2014, p. 15).

Desta forma, acredita-se que ao ensinar por meio desta metodologia os estudantes possam adquirir autonomia no processo de escolha e execução de seus projetos e conseqüentemente ser ativo na construção de seu conhecimento.

Este trabalho também traz a Modelagem Matemática como uma metodologia que possibilita o docente relacionar os conteúdos matemáticos com a matemática do dia a dia do estudante, gerando novas possibilidades na construção e desenvolvimento de sua aprendizagem.

No entendimento de Biembengut e Hein, 2003 (apud SILVA, 2014, p. 19), “pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de

fazê-los interagir”.

O papel da modelagem é demonstrar e expressar a matemática em outras situações, tomar decisões, explicar e entender as mais diversas situações do nosso dia a dia, com a capacidade de influenciarmos em suas modificações. Como argumenta Bassanezi (2015, p. 10):

A habilidade de empregar matemática em situações concretas e em outras áreas do conhecimento humano consiste em tomar um problema prático relativamente complexo, transformá-lo em um modelo matemático, ou seja, traduzir a questão na linguagem de números, gráficos, tabelas, equações etc., e procurar uma solução que possa ser reinterpretada em termos da situação concreta original.

Portanto, o uso dessas metodologias possibilitarão ao estudante o desenvolvimento das habilidades e competências matemáticas, pois exige dele ações e construções variadas, tais como: leitura, pesquisa, comparação, observação, imaginação, obtenção e organização de dados, classificação e interpretação de dados e construção de sínteses e relatórios.

Dessa forma, oportunizando a construção de sua aprendizagem, desenvolvimento de sua criatividade e de habilidades que podem ser utilizadas na construção, na resolução e na interpretação de problemas da realidade, como por exemplo responder à pergunta: Qual o melhor ângulo de instalação de placas fotovoltaicas para maximização do fluxo de energia luminosa e assim ter maior produção de energia?

Assim, esse tipo de abordagem possibilitará a adequação às metodologias e objetos de conhecimentos propostos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que possam relacionar as diferentes experiências do estudante com a compreensão da realidade e desenvolver, habilidades de associar situações da vida cotidiana aos conteúdos estudados, de modo que os conceitos matemáticos passem a ter significado e relevância para o estudante.

No Capítulo 2, apresentamos os conceitos de Aprendizagem Baseada em Projetos e Modelagem Matemática e uma breve discussão da importância das metodologias ativas para uma aprendizagem significativa.

Além disso, no Capítulo 3, faremos um relato de como a energia fotovoltaica é importante para os dias atuais, entender como funciona a geração de energia fotovoltaica e através de objetos matemáticos, determinar qual o melhor ângulo para a instalação de uma placa fotovoltaica para maximizar o fluxo de energia luminosa e assim ter maior produção de energia.

No Capítulo 4, apresentaremos uma sequência didática, com os passos para a

elaboração do modelo, com atividades propostas para determinar o melhor ângulo das placas fotovoltaicas para a maior produção de energia. Tal sequência visa possibilitar que o modelo desenvolvido no Capítulo 3 possa ser utilizado em sala de aula como ferramenta auxiliar no ensino-aprendizagem de Matemática.

No Capítulo 5, apresentaremos as discussões finais e as recomendações observadas durante a construção do modelo matemático e da sequência didática.

CAPÍTULO 2

DISCUSSÃO DA IMPORTÂNCIA DAS METODOLOGIAS ATIVAS, COMO A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROJETOS E A MODELAGEM MATEMÁTICA.

Neste capítulo apresentamos uma discussão da importância das metodologias ativas para uma aprendizagem significativa: Aprendizagem Baseada em Projetos e a Modelagem Matemática.

2.1 Metodologias Ativas

As metodologias ativas são estratégias de ensino onde o aluno tem um papel de protagonista na construção de seu conhecimento, que ocorre com seu envolvimento direto, participativo e reflexivo.

O grande desafio da atualidade é o desenvolvimento de competências e habilidades dos educandos, o que exige cada vez mais professores que estimulem, questionem e inspirem os educandos, existindo uma necessidade de reinventar a educação, pois como afirma Moran (2015, p.17),

As metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos. Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa.

Sendo assim, entende-se que é necessário repensar a maneira de ensinar. Entre as formas diferenciadas de ensinar, de apresentar a Matemática aos estudantes, se encontram as metodologias ativas a exemplo da Aprendizagem Baseada em Projetos e a Modelagem Matemática, que têm em sua concepção exatamente uma revisão da posição do estudante, com o aluno como o principal agente na construção de seu conhecimento.

Ao comparar a qualidade da aprendizagem significativa quando trabalha com as metodologias ativas e sobre a aprendizagem mecânica ou por memorização, Moraes (2007)

resume muito bem a contextualização de quatro vantagens apresentadas por Ausubel, Novak e Hanesian (1980):

Conhecimentos adquiridos significativamente ficam retidos por um período maior de tempo; As informações assimiladas resultam num aumento da diferenciação das ideias que serviram de “âncoras”, aumentando, assim, a capacidade de uma maior facilitação da subsequente aprendizagem de materiais relacionados; As informações que não são recordadas (são esquecidas) após ter ocorrido a assimilação ainda deixam um efeito residual no conceito assimilado e, na verdade em todo o quadro de conceitos relacionados; As informações apreendidas significativamente podem ser aplicadas em uma enorme variedade de novos problemas e contextos. (MORAES, 2007 pag.38).

Essas vantagens nos mostram a importância de construir um conhecimento associado baseado em ideias que sejam concretas aos estudantes e que consigam fazer essa ligação entre conceitos preexistentes e seus conhecimentos.

Ao utilizar as metodologias ativas possibilitamos aos estudantes construir uma razão para realizar as atividades escolares, uma vez que partimos de problemas e situações reais que farão sentido para os estudantes, pois utilizarão o conhecimento de matemática construído no presente para resolução dos problemas e também no futuro quando se fizer necessário o uso das habilidades e competências matemáticas desenvolvidas, pois como afirma Moran (2015, p.17),

Nas metodologias ativas de aprendizagem, o aprendizado se dá a partir de problemas e situações reais; os mesmos que os alunos vivenciarão depois na vida profissional, de forma antecipada, durante o curso.(Moran, 2015. p. 17).

Levar desafios mais complexos aos estudantes, a fim de promover uma postura mais ativa, tanto em tarefas individuais como em tarefas em grupo, é fundamental no estímulo do pensamento crítico, à resolução de problemas e seu envolvimento no processo de ensino e aprendizagem. Assim, o professor se torna mais um mediador do conhecimento, estimulando a discussão e resolução dos problemas entre os estudantes, destacando desta forma o protagonismo estudantil.

Como destaca Macedo (2007, p.75) “Desenvolver competências e habilidades na escola é considerado, tão importante quanto ensinar os conteúdos disciplinares”, uma vez que a escola

deverá desenvolver habilidades que sejam fundamentais para a sua vida na sociedade.

Desta forma, as aprendizagens significativas, nos fazem superar o problema de sermos consumidores de informações, contribuindo para a construção do conhecimento, para a melhoria da qualidade de ensino e prática de professores da educação básica que buscam alternativas para superar os problemas vividos na sua atuação profissional.

2.2 Aprendizagem Baseada em Projetos

A metodologia Aprendizagem Baseada em Projetos envolve os estudantes na busca de dados e da resolução de problemas complexos ou simples, relacionados ao seu cotidiano. Os projetos, em geral, são planejados em busca de uma aprendizagem significativa, os estudantes são os atores principais na construção da sua aprendizagem, tomando decisões e agindo em grupo ou individualmente, desenvolvendo seu pensamento lógico, crítico e criativo.

A ABProj propõe uma abordagem educacional que busca desenvolver indivíduos com uma compreensão abrangente da realidade, conectando a aprendizagem a situações e problemas reais. Essa abordagem visa preparar os estudantes para a aprendizagem contínua ao longo de suas vidas. Uma parte fundamental dessa abordagem é a utilização da Metodologia de Projetos como uma forma de promover a aprendizagem significativa, como destacada por Aguiar (1995) apud Fernandes (2013):

As situações que nos parecem mais favoráveis ao processo de construção são aquelas em que o aluno participa efetivamente do planejamento das atividades, com objetivos claramente estabelecidos, mesmo que as tarefas e seu significado venham a se modificar ao longo da execução do projeto negociado com a turma. Quanto maior o envolvimento do aprendiz com o seu processo de aprendizagem, com os objetivos de seu conhecimento, maiores serão as possibilidades de uma aprendizagem significativa, de uma mudança conceitual efetiva e duradoura. Além disso, o processo favorece não apenas a aprendizagem de conceitos, mas ainda de procedimentos e atitudes em relação ao conhecimento e ao trabalho cooperativo (AGUIAR, 1995, apud FERNANDES 2013, p. 62).

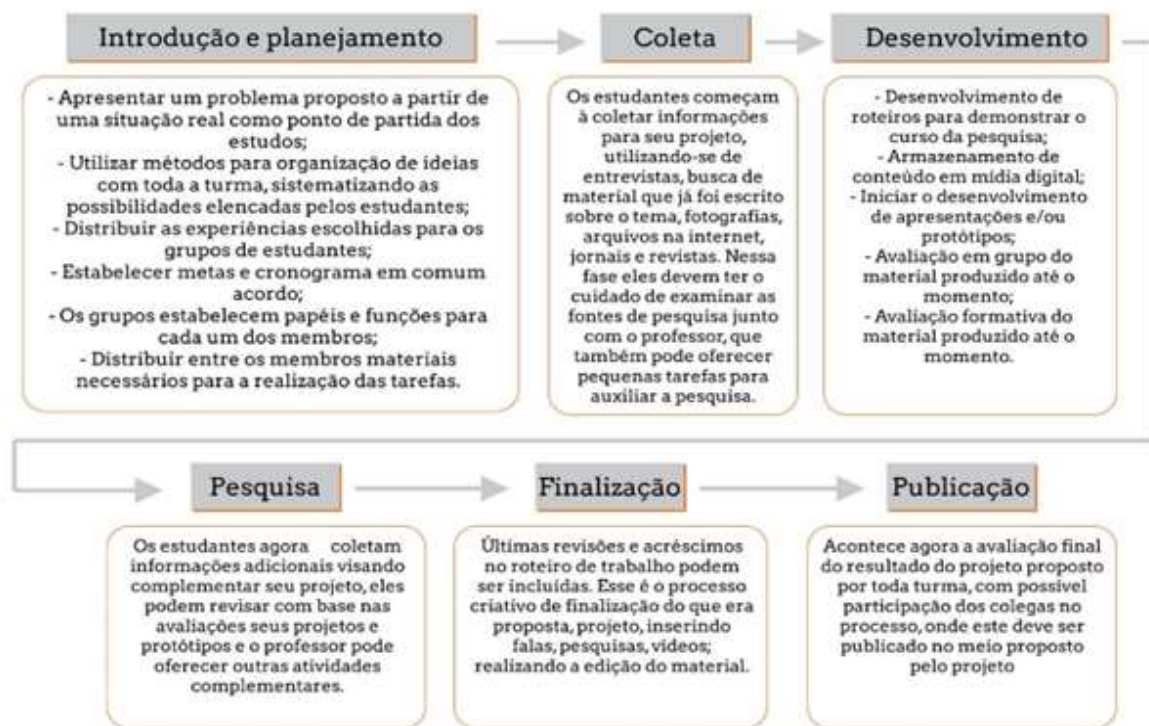
Desta forma, o processo de aprendizagem, visando às condições de solucionar, com sucesso, desafios advindos das atividades essenciais da prática social, em diferentes contextos se tornam mais eficazes.

Bender (2015) afirma que a ABProj é uma metodologia de ensino, em que o aluno tem

a possibilidade de trabalhar com questões e problemas do mundo real que consideram relevantes. Desta forma, acredita-se que os alunos possam adquirir autonomia no processo de escolha e execução de seus projetos e conseqüentemente ser ativo na construção de seu conhecimento.

Esta é uma metodologia de ensino que se caracteriza por utilizar problematização de situações da vida real para estimular as habilidades de solução de problemas e desenvolver o pensamento crítico dos estudantes, motivando-os para o desenvolvimento de sua aprendizagem, estimulando-os à compreensão mais elaboradas dos conceitos, exigindo dos estudantes decisões bem fundamentadas. Para melhor entender a ABProj apresentamos um diagrama das etapas que devem ser seguidas, conforme Antunes, J. Nascimento *et al* (2019).

Figura 01: Fases sequenciais para aplicação da ABProj



Fonte: Metodologias ativas na educação: problemas, projetos e cooperação na realidade educativa. Antunes, J. Nascimento, V. Queiroz, Z. INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO: teoria & prática Porto Alegre, v.22, n.1, jan./abr. 2019.

A aprendizagem por projetos é uma estratégia de ensino e aprendizagem que tem por finalidade aliar teoria à prática. Este modelo de ensino rompe com a ideia de conteúdos sequenciais e pré-estabelecidos, uma vez que conteúdos vão sendo apresentados e discutidos na medida em que o projeto se desenvolve e torna necessário adquirir algum conhecimento. Além disso, permite a reflexão sobre a própria prática, com a possibilidade de estar sempre em pleno processo de melhoramento (HERNANDEZ; VENTURA, 1998 apud SANTOS, 2021).

Portanto, esta metodologia busca a formação do estudante, em caráter integral, demanda o desenvolvimento de um equilíbrio fundamental entre fatores relativos à abstração racional e fatores relativos ao desenvolvimento sensível e sensório-motor. A proposta de aprendizagem por meio de projetos representa uma forma importante de considerar todos os elementos referentes à formação integral dos estudantes.

2.3 Modelagem Matemática

A modelagem é uma ferramenta de ensino onde podemos representar matematicamente uma situação real em expressões, equações ou modelos e resolvê-los interpretando suas soluções, e assim contribuindo para o aprendizado e o conhecimento dos estudantes de forma mais significativa.

A Modelagem Matemática de acordo com Kaiser, Schwarz, Tiedemann (2010) parte de uma situação problema real, onde essa situação é estruturada a fim de criar um modelo real, sendo este transformado em uma situação matemática que é resolvida com um modelo matemático e sua solução posteriormente comparada com a situação real.

Para Bassanezi (2002) a Modelagem Matemática é:

Um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (BASSANEZI, 2002, p. 24).

Assim a Modelagem Matemática, valoriza o conhecimento do estudante, desenvolvendo sua criticidade e raciocínio, motiva-os no processo do entendimento da realidade que o cerca, é um processo que alia teoria e prática na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

Bassanezi (2002) apresenta uma sequência de etapas para a implementação da modelagem que devem ser seguidas, sendo elas: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação. As etapas são descritas a seguir.

1. Experimentação: É a fase da obtenção de dados, varia de acordo com a natureza da modelagem que se pretende trabalhar. Por ser uma etapa de experimentação, onde se analisará os dados, a utilização de técnicas estatísticas é muito importante para aumentar a confiabilidade

do evento.

2. Abstração: É a fase que busca formular o modelo a ser resolvido a partir da Experimentação. Essa etapa busca estabelecer os seguintes itens:

a) Seleção de Variáveis: Selecionar e definir quais as variáveis a serem trabalhadas no modelo, diferenciando as variáveis de estado e de controle. As variáveis de estado são variáveis que descrevem a evolução do sistema e as de controle são as que agem sobre o sistema;

b) Problematização: Formular o problema a ser respondido no final do processo. Essa problematização deve inicialmente ser elaborada com uma linguagem própria da área que se pretende trabalhar, devendo trazer enunciado de forma clara, compreensível e operacional;

c) Formulação da Hipótese: Várias hipóteses podem ser geradas nessa etapa, elas são responsáveis por fazer a inter-relação entre as variáveis. A formulação das hipóteses pode ocorrer de diversas formas: via observação do fenômeno e dados coletados, por comparação de estudos de modelos similares, por dedução lógica etc. É fundamental a definição de uma hipótese adequada para a situação, para manter uma correta direção no processo de modelação;

d) Simplificação: Nesta fase deve-se levar em consideração que, na maioria dos fenômenos reais ao serem transformados para uma interpretação matemática, podem gerar situações muito complexas e que inviabilizam o estudo. Com isso deve-se retomar o início do modelo e simplificar a hipótese, a simplificação ou a seleção de variáveis, a fim de conseguir trabalhar matematicamente a situação problema. Porém, deve-se tomar o cuidado para não realizar uma simplificação que destrua o vínculo do modelo com a realidade.

3. Resolução: Atinge-se essa etapa quando se consegue construir um modelo matemático que seja escrito em linguagem matemática e não mais por uma linguagem natural do problema. Para resolução do modelo deve-se utilizar os mais variados métodos matemáticos já conhecidos, que variam de acordo com a natureza do problema. Em situações complexas, as resoluções analíticas não são essenciais, podendo ser utilizados *softwares* computacionais para uma obtenção do resultado.

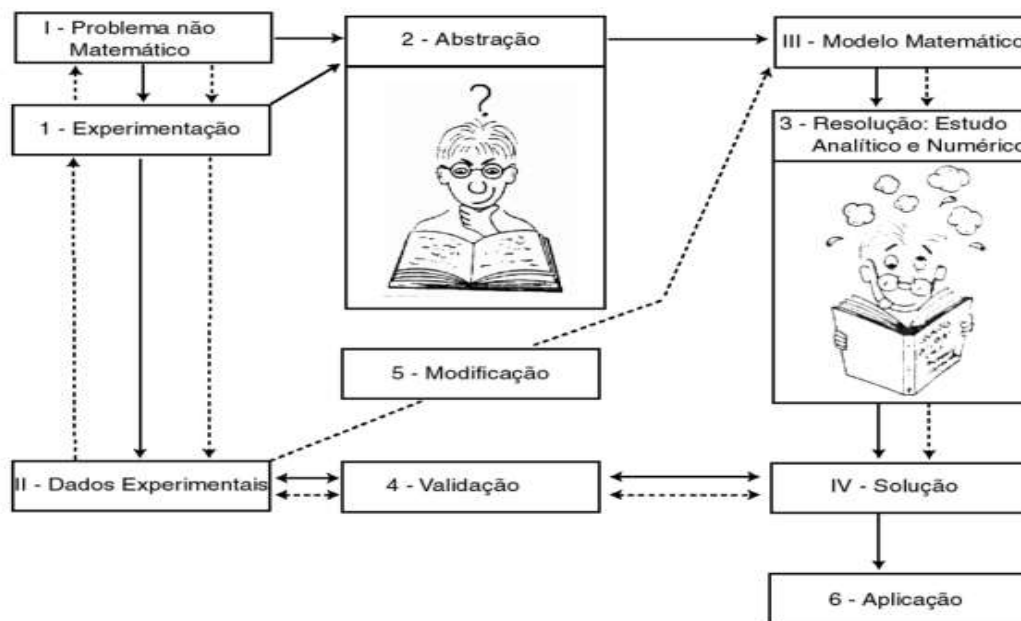
4. Validação: Um modelo deve prever no mínimo os dados que o originaram, e um bom modelo deve ser capaz de prever dados e fatos. Esse processo de validação está ligado à aceitação do modelo. Aqui o modelo deve passar pelo processo de testagem, analisando se o que está sendo obtido por meio dele condiz com a situação real, dentro de uma margem de aproximação, o que determinará a validação ou não do modelo.

5. Modificação: Deve-se considerar também que um bom modelo é aquele que é capaz de gerar novos modelos para que sejam condizentes com a realidade. A modificação de um modelo pode ser necessária por diversos fatores, desde erros na formulação como alteração de

metodologia e naturalmente um aumento de complexidade na descrição do fenômeno da realidade.

Segundo Bassanezi (2002, p. 26), a “modelagem matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas”, simplificada visualizadas no esquema da Figura 02 a seguir:

Figura 02: Esquema de um processo de modelagem segundo Bassanezi



Fonte: Bassanezi, (2002, p.27)

Assim, essa representação tem como objetivo auxiliar na compreensão, análise e resolução desses fenômenos ou problemas, permitindo uma abordagem mais estruturada e formal. O modelo matemático pode envolver equações, fórmulas, gráficos e outras representações simbólicas que expressam as relações e características relevantes do fenômeno em estudo. Através da utilização de modelos matemáticos, é possível realizar previsões, fazer análises quantitativas e testar diferentes cenários, contribuindo para a compreensão e solução de problemas complexos em diversas áreas do conhecimento.

Portanto, quando são desafiados com novas situações, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver competências e habilidades, onde aprendem a criar estratégias, planejar etapas, estabelecer conexões, identificar regularidades e utilizar seus erros para buscar novas alternativas. Essas situações-problemas também têm o potencial de ampliar a autonomia dos estudantes, à medida que são desafiados a assumir a responsabilidade por seu próprio aprendizado e tomar decisões independentes.

Além disso, o trabalho com novas situações estimula a capacidade de comunicação, permitindo que expressem suas ideias, troquem informações com os colegas e articulem seus pensamentos de forma clara e coesa. A habilidade de argumentação também é fortalecida, uma vez que são incentivados a apresentar e sustentar seus pontos de vista, fundamentar suas opiniões e participar de discussões construtivas.

Portanto as escolas devem trabalhar com assuntos que motivem o estudante a buscar soluções, “educar pela pesquisa”, para que estes quando saírem da escola, estejam aptos a viver e opinar em situações problemas vivenciadas na atualidade.

D’Ambrosio (1986) destaca que:

É de fundamental importância para nós o comportamento cultural, que dá origem por um lado às artes e às técnicas como manifestações do fazer, incorporando à realidade artefatos e, por outro lado, as ideias, tais como religião, valores, filosofias, ideologias e ciência como manifestações do saber, que se incorporam à realidade na forma de ‘mentefatos’. São essas formas que se incorporam à realidade, os artefatos e os mentefatos que resultam da ação, e que ao se incorporarem à realidade, vêm modificá-la. (D’AMBROSIO, 1986, p. 47).

A Modelagem Matemática é uma metodologia totalmente ativa, capaz de desenvolver nos estudantes uma aprendizagem significativa, pois é uma metodologia que produz o conhecimento por meio da descoberta, valorizando o “saber fazer” do aluno, desenvolvendo sua capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos nos diferentes contextos, a partir da realidade de seu ambiente.

Assim, o ensino de Matemática por meio da Modelagem Matemática a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca que:

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. (BRASIL, 2017, p. 266).

Na BNCC (2017) alguns processos matemáticos são elencados como alternativas para o desenvolvimento das habilidades voltadas ao letramento matemático, dentre eles a Modelagem.

Segundo Bassanezi (2015), a Modelagem Matemática consiste na habilidade de relacionar problemas presentes em situações contidas em diversas áreas do conhecimento da humanidade e transformá-los em problemas matemáticos, cabíveis de solução e com resultados interpretados na mesma linguagem da condição inicial.

As competências específicas para a Matemática, no caso do Ensino Fundamental e Ensino Médio, sinalizam aos educadores a necessidade de metodologias que relacionem as experiências dos estudantes e a sua compreensão de mundo. Dessa maneira, o documento destaca que:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral. (BNCC, 2018, p. 523).

Portanto, a Modelagem Matemática está alinhada com as exigências de documentos educacionais, que ao adotar esta como estratégia de ensino, os educadores oportunizam o desenvolvimento de habilidades e competências dos estudantes.

E ainda,

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BNCC, 2018, p. 523).

Assim, o uso da Modelagem Matemática no ensino e aprendizagem, possibilita aos estudantes desenvolverem a capacidade de relacionar os conteúdos que estão estudando a diversos contextos do seu cotidiano. Desta forma, os conceitos matemáticos passam a ter sentido e tornam-se relevantes para o estudante.

Portanto, observa-se que as interações entre o conhecimento matemático e os conhecimentos presentes nas demais áreas, servem de instrumento para desenvolver habilidades que permitam a compreensão da situação.

A Modelagem Matemática envolve a aplicação de conceitos matemáticos em situações

reais e significativas. Isso permite que os alunos compreendam a relevância e a utilidade da matemática em suas vidas, tornando a aprendizagem mais significativa. Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 37) consideram que:

O trabalho com modelagem em situações de ensino proporciona uma atmosfera propícia para essa troca de significados. [...] Assim, a resolução correta de um problema, a aplicação correta de um método de resolução, são alguns indícios de que ocorre a interação entre o novo conhecimento e a estrutura cognitiva do aluno. Nesses termos está sinalizada a aprendizagem significativa. (Almeida, Silva e Vertuan, 2016, p. 37)

A BNCC (2017) orienta-se pelo entendimento de que as aprendizagens em Matemática estão particularmente associadas à compreensão, ou seja, os conceitos matemáticos devem ser aprendidos estabelecendo-se uma conexão com os demais conhecimentos prévios.

Desse modo, como são vários os fatores que sinalizam a Modelagem Matemática como ferramenta educacional alinhada ao ensino e a aprendizagem significativa, justifica-se a sua utilização para atingir os objetivos propostos na Base Nacional Curricular Comum - BNCC.

Como exemplo de uma abordagem utilizando Modelagem Matemática e Aprendizagem baseada em projetos, vamos tratar de um tema relacionado com produção fotovoltaica de energia elétrica. A seguir, apresentaremos os benefícios e a importância das placas fotovoltaicas nos dias de hoje, à medida que a consciência sobre a necessidade de adotar fontes de energias limpas e renováveis continuam a crescer. A energia fotovoltaica desempenha um papel fundamental na transição para um futuro mais sustentável e energeticamente mais eficiente.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM MATEMÁTICA DA PRODUÇÃO DE ENERGIA

3.1 Placas fotovoltaicas

Nos dias de hoje, temos um aumento no interesse por sistemas de geração de energia renováveis, motivado pelos crescentes problemas ambientais, relacionados às formas tradicionais de geração de energia, pelo constante crescimento populacional e industrial que, conseqüentemente, necessitam de um crescimento da matriz energética devido ao aumento de consumo de energia. Por esses motivos, investimentos em sistemas de geração de energia elétrica limpa, que causem pouco impacto ambiental, começam a ter cada vez mais procura e destaque na população mundial.

O Brasil, por sua grande diversidade de recursos e por sua respeitável extensão territorial, apresenta diversas oportunidades na diversificação de sua matriz energética. Tal fato é afirmado pela Resolução Normativa N° 482, DE 17 DE ABRIL DE 2012, a qual regulamenta a geração de energia através de placas solares fotovoltaicas (ANEEL, 2012). A grande incidência de radiação solar atuante no território brasileiro é o motivo pelo qual a tecnologia avança e os incentivos aumentam.

Segundo Lopez (2012, p. 21), “a energia solar é a fonte de energia menos poluente e menos finita conhecida até o momento”. Dentro desse contexto, temos o problema técnico de determinar o melhor ângulo de instalação de uma placa fotovoltaica para a maximização do fluxo de energia luminosa na placa e, assim, obter a maior geração de energia.

Lopez, 2012, p.85, destaca que:

A energia solar fotovoltaica é a energia obtida com a conversão direta da luz em eletricidade (efeito fotovoltaico). O efeito fotovoltaico, relatado por Edmond Becquerel, em 1839, consiste no aparecimento de uma diferença de potencial nos extremos de uma estrutura de material semicondutor, produzida pela absorção da luz (LOPEZ, 2012, p. 85).

O conjunto de módulos fotovoltaicos ou painéis solares são responsáveis por captar a radiação solar e converter a energia solar em energia elétrica por meio do efeito fotovoltaico. O esquema da Figura 03 abaixo representa como funciona um sistema fotovoltaico.

Figura 03: Princípio de funcionamento de um sistema fotovoltaico



Fonte: <https://alphasolar.com.br/sistema-fotovoltaico-de-energia-solar/>

Em relação à fabricação dos painéis, torna-se importante ressaltar que, de acordo com Pinho & Galdino (2014), a produção dos módulos solares tem sofrido grande interferência governamental a partir de incentivos fiscais e ambientais. Com isso, o aumento da produção destes componentes tem reduzido os custos para a efetivação do sistema.

Por isso, a importância de analisar as fontes de energia usadas na atualidade e investir em formas de modificá-las, fomentando desta maneira fontes de energia renováveis e limpas, a exemplo da energia solar.

Portanto, adotamos a produção fotovoltaica de energia como tema matemático a ser sugerido na abordagem de Aprendizagem Baseada em Projetos e de Modelagem Matemática nas placas fotovoltaicas como recurso didático e metodológico nas aulas de Matemática. Elaboramos um Modelo Matemático, cujo objetivo é descrever certos aspectos que influenciam na geração de energia fotovoltaica que pode ser relacionado com conteúdos matemáticos trabalhados no ensino básico, como: trigonometria, gráficos, funções, uso de tecnologias e ferramentas da estatística.

A questão particular que o modelo matemático se propõe a analisar é: “qual é o melhor ângulo para a instalação de uma placa fotovoltaica para maximização do fluxo de calor e assim ter maior produção de energia?”

3.2 Qual é a melhor inclinação para o painel solar?

A determinação da inclinação ideal para um painel fotovoltaico é uma decisão crucial

durante o planejamento do sistema. Isso se deve ao fato de que a quantidade de radiação solar recebida pelos módulos afeta diretamente a eficiência na geração de energia. Quanto maior a radiação solar incidente nos painéis, maior será a eficiência na produção de eletricidade.

Portanto, encontrar a inclinação correta dos painéis é essencial para otimizar a captura de energia solar e maximizar a eficiência do sistema fotovoltaico. Ao determinar a inclinação ideal, é importante levar em consideração fatores como a localização geográfica, a latitude, a estação do ano e a orientação solar.

São fundamentais alguns conceitos matemáticos para a construção do modelo, que destacamos a seguir. Os principais conceitos são: a modelagem do fluxo de radiação solar em uma placa; modelagem de vetores que apontam para o Sol e a normal à placa; modelagem da energia total produzida ao longo do ano; obtenção dos dados de acordo com a latitude e longitude; criação de planilhas para o cálculo total e obtenção do melhor ângulo, para maximização do fluxo de luminosidade e maior produção de energia.

Organizamos os passos e conceitos em seções, que enumeramos e descrevemos brevemente abaixo:

3.3 Raios solares: Ângulo Azimutal e Ângulo de Elevação. Definições elementares para a determinação do melhor ângulo das placas solares.

3.4 Modelagem de vetores que apontam para o Sol e normal à placa. As coordenadas esféricas são um sistema de coordenadas tridimensional que descrevem a posição de um ponto no espaço em relação a um ponto de referência. Tais coordenadas são utilizadas para descrever vetores que apontam para o Sol a cada instante de tempo e também o vetor normal à superfície da placa.

3.5 Modelagem do fluxo de energia luminosa de uma placa. Apresentação do cálculo de fluxo de energia luminosa a partir do vetor normal à placa fotovoltaica e do vetor que aponta na direção do Sol.

3.6 Modelagem da energia total produzida ao longo do ano. A produção de energia gerada durante um ano será calculada levando em conta o fluxo de irradiação solar através da superfície da placa durante um dia utilizando dados de irradiação solar incidente em intervalos de tempo regulares. São utilizados 36 dias amostrais durante o ano e assim calculamos a energia total produzida durante um ano (365 dias).

3.7 Obtenção dos dados de acordo com latitude e longitude. Apresentaremos um *site* no qual é possível fazer o levantamento de dados a partir da latitude e longitude de um local definido, dos ângulos azimutal e de elevação ao longo do dia, para a construção de uma tabela para a determinação do nosso modelo.

3.8 Criação de planilha para cálculo total e obtenção de ângulo. De posse dos dados, faremos a somatória da energia produzida em um ano, e utilizando a ferramenta *Solver* do *software* Excel maximizaremos o melhor ângulo de instalação de uma placa fotovoltaica.

3.3 Raios solares

Levando em consideração o raio da Terra e o raio do Sol e a distância entre eles, podemos verificar que os raios solares chegam à Terra aproximadamente paralelos, sendo assim, a melhor posição em um dado instante de uma placa fotovoltaica é quando a placa forma com os raios solares um ângulo de 90° e, desta forma, tem a maior absorção de calor.

Segundo ASTH, Rafael. Sol: o que é, características, camadas e distância da Terra. Toda Matéria, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/sol/>. Acesso em: 20 Maio. 2023, temos que o raio da Terra é de aproximadamente 6.371 km, o raio do Sol é aproximadamente 696.340 km e a distância entre a Terra e o Sol é aproximadamente de 149.600.000 km. Dividindo o raio do Sol pelo raio da Terra, temos que o Sol tem um raio aproximadamente 109 vezes maior que o raio da Terra.

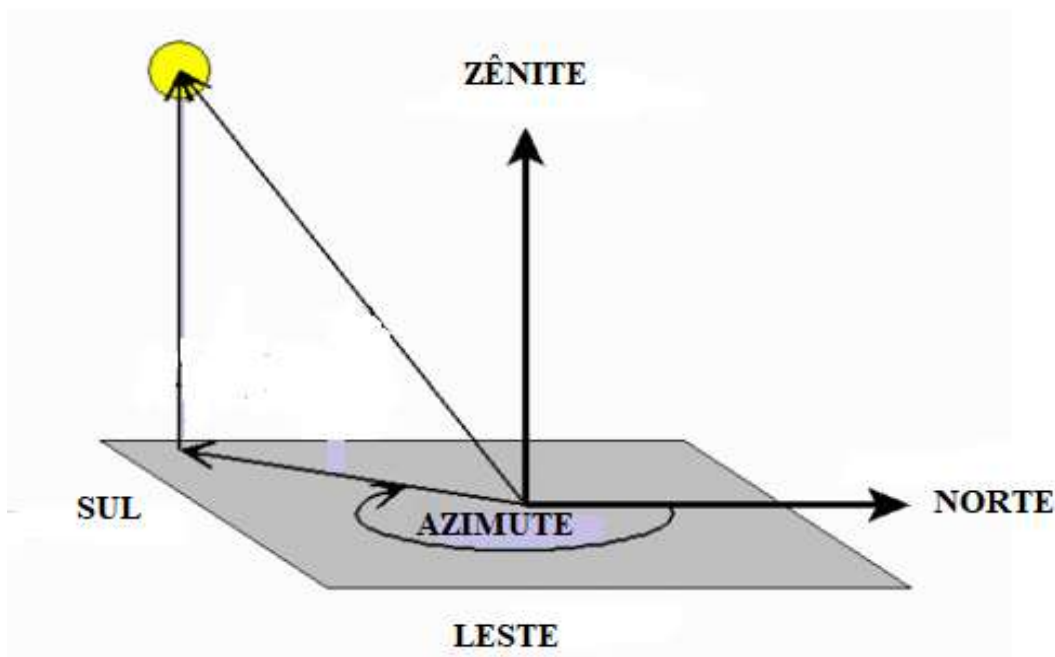
O Sol emite raios solares em todas as direções, como o Sol está muito distante da Terra, os raios solares que chegam até nós são praticamente paralelos. Na Seção 4.2 apresentamos uma atividade com o *software* Geogebra que permite que os alunos visualizem que essa diferença de tamanho de raios resulta em raios solares que chegam aproximadamente paralelos à superfície da Terra.

3.3.1 Ângulo Azimutal

É o ângulo entre a projeção dos raios solares no plano horizontal e a direção Norte-Sul (horizonte do observador). O deslocamento angular é tomado a partir do Norte (0°) geográfico, sendo, por convenção, positivo quando a projeção se encontrar à direita do Sul (a Leste) e negativo quando se encontrar à esquerda (a Oeste). Adotando apenas ângulos positivos, teremos o seguinte intervalo para o ângulo azimutal, que definimos como α (*alfa*):

$$0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ \quad (1)$$

Figura 04 : Representação do ângulo azimutal



Fonte: <https://www.celestis.com/resources/faq/what-are-the-azimuth-and-elevation-of-a-satellite/>

O ângulo azimutal é uma medida angular que descreve a direção ou posição de um objeto em relação a um ponto de referência. É usado em várias áreas, como cartografia, astronomia, navegação e engenharia.

O ângulo azimutal é importante nas placas solares porque ele, juntamente com o ângulo de elevação, determina a direção de onde vêm os raios solares de forma que influencia o total de energia solar capturada e, conseqüentemente, a eficiência da conversão de energia solar em eletricidade.

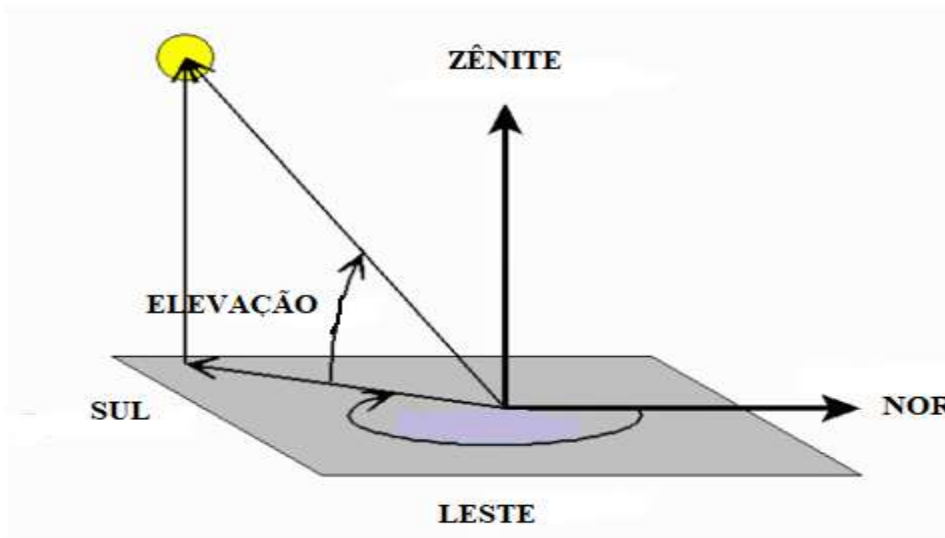
3.3.2 Ângulo de Elevação

É o ângulo compreendido entre os raios do Sol e a projeção dos mesmos sobre o plano horizontal (horizonte do observador). Para objetos visíveis é um ângulo entre 0° e 90° . Para objetos abaixo do horizonte esse ângulo está compreendido entre -90° e 0° , que definimos como \emptyset (f_i).

$$0^\circ < \emptyset < 90^\circ \quad (\text{Objetos visíveis}) \quad (2)$$

$$-90^\circ < \emptyset < 0^\circ \quad (\text{Objetos abaixo do horizonte}) \quad (3)$$

Figura 05: Representação do ângulo de elevação



Fonte: <https://www.celestis.com/resources/faq/what-are-the-azimuth-and-elevation-of-a-satellite/>

O ângulo de elevação do Sol é o ângulo formado entre o horizonte e o Sol, medido a partir do ponto de observação. É a altura do Sol acima do horizonte e varia ao longo do dia, dependendo da posição do Sol no céu. Este ângulo é importante para determinar a quantidade de energia solar que atinge uma determinada área em um determinado momento. Quando o Sol está mais alto no céu, seu ângulo de elevação é maior e a energia solar é mais intensa e quando está mais baixo no céu, seu ângulo de elevação é menor e a energia solar é menos intensa.

Assim, o ângulo de elevação é importante nas placas solares porque ele determina a inclinação em relação ao horizonte em que a placa deve estar para capturar a máxima quantidade de radiação solar possível, o que afeta diretamente a eficiência da conversão de energia solar em eletricidade.

3.4 Modelagem de vetores que apontam para o Sol e normal a placa.

As coordenadas esféricas são um sistema de coordenadas tridimensional que descrevem a posição de um ponto no espaço em relação a um ponto de referência.

O produto escalar é determinado pelo produto da norma do vetor normal à placa ($\|v_p\|$) e da norma do vetor que aponta para o Sol ($\|v_s\|$) multiplicado pelo cosseno ($\cos \beta$) do ângulo entre eles. O fluxo de energia luminosa será máximo quando o cosseno de beta ($\cos \beta$) é máximo, ou seja, quando o ângulo beta (β) for igual a zero graus ($\beta = 0^\circ$).

Portanto, temos:

$$F_{energia} = k \cdot \|v_p\| \cdot \|v_s\| \cdot \cos \beta \quad (4)$$

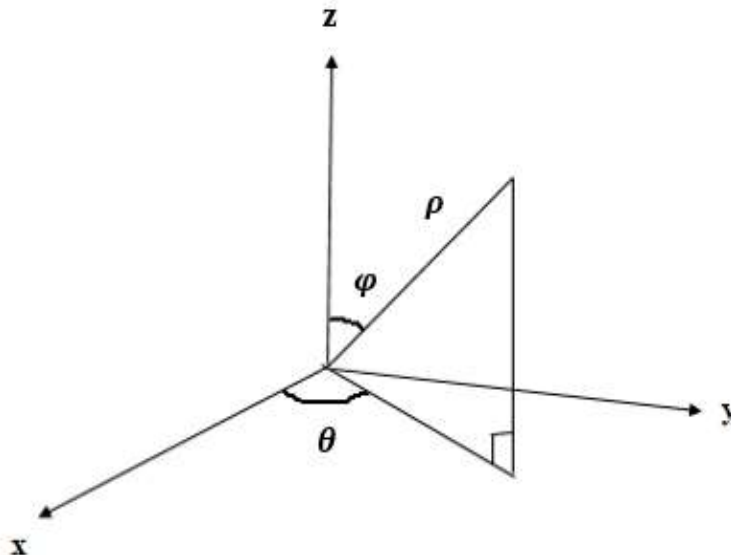
Para descrevermos o vetor normal à placa (v_p) e da norma do vetor que aponta para o Sol (v_s), utilizaremos as coordenadas esféricas, assim apresentamos a seguir uma revisão de conceitos fundamentais relacionados com esse sistema de coordenadas.

Para descrevermos os vetores v_p e v_s , utilizaremos as coordenadas polares, para as quais apresentaremos uma breve revisão a seguir.

3.4.1 Coordenadas esféricas, v_p e v_s

As coordenadas esféricas são um sistema de coordenadas tridimensional que descrevem a posição de um ponto no espaço em relação a um ponto de referência. Denotamos as coordenadas de um ponto p no espaço por ρ (*rho*), φ (*phi*) e θ (*teta*), onde ρ é a distância do ponto à origem, φ é o ângulo que o vetor posição do ponto faz com o eixo z e θ é o ângulo que a projeção do vetor posição do ponto no plano xy faz com o eixo x , contado a partir desse eixo, conforme Figura 06 abaixo.

Figura 06: Coordenadas esféricas



Fonte: <https://www.respondeai.com.br/conteudo/calculo/integrais-triplas/mudanca-para-coordenadas-esfericas/533>

Observamos que ρ é um número real não-negativo e φ está no intervalo $[0, \pi]$. Já o ângulo θ , a princípio, poderia ser um número real qualquer, mas assim como em coordenadas

polares, daremos preferência ao valor de θ no intervalo de $[0, 2\pi]$.

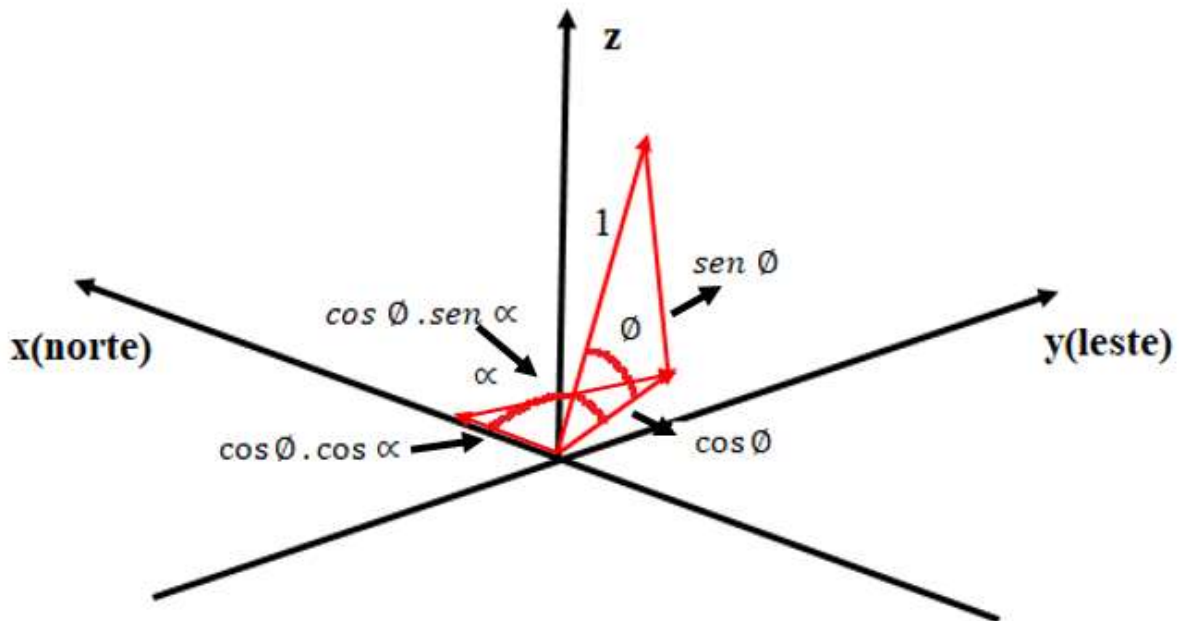
Podemos verificar que a correspondência entre as coordenadas cartesianas e esféricas é dada por:

$$\begin{cases} x = \rho \operatorname{sen} \varphi \cos \theta \\ y = \rho \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \theta \\ z = \rho \cos \varphi \end{cases} \quad (5)$$

Inspirados nos sistemas de coordenadas esféricas, podemos determinar as coordenadas do vetor sol e do vetor placa.

Para a determinação do vetor Sol (v_s), o ângulo azimutal (α) e o ângulo de elevação (\emptyset) são suficientes, pois tomaremos um vetor de comprimento constante e igual a 1. O vetor (v_s), define a direção dos raios solares num determinado lugar em um determinado instante. Escrevendo um vetor de tamanho igual a um (1) que aponta na direção do Sol, e os vetores x , y , e z , onde as coordenadas apontam para x (norte), y (leste) e z (para cima).

Figura 07: Coordenadas do vetor Sol



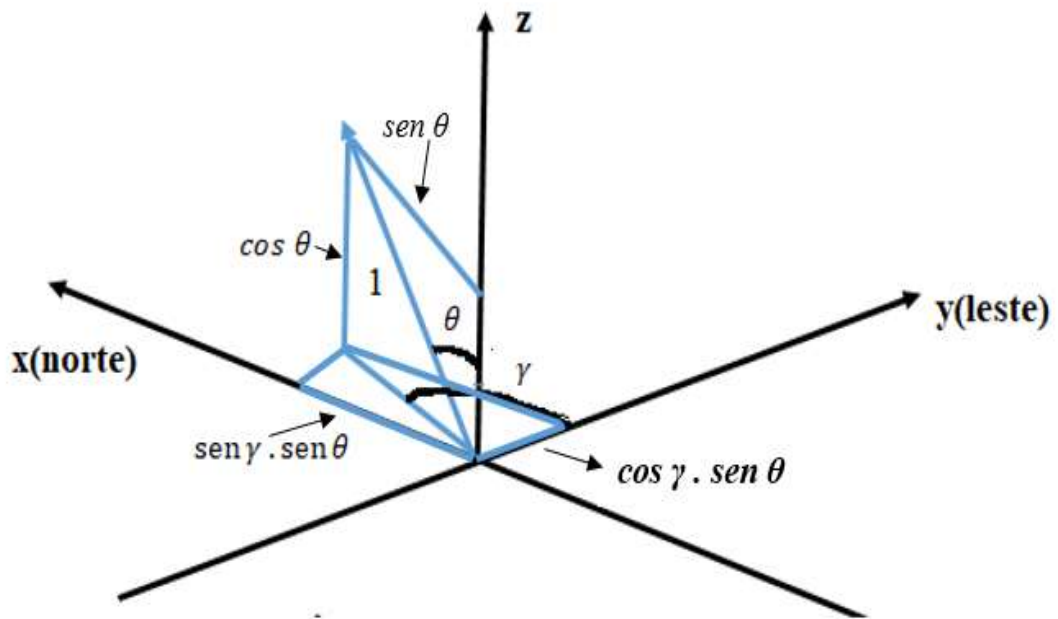
Fonte: O autor

Portanto, podemos obter o vetor (v_s), usando a trigonometria:

$$\begin{cases} x = \cos \emptyset \cdot \cos \alpha \\ y = \cos \emptyset \cdot \operatorname{sen} \alpha \\ z = \operatorname{sen} \emptyset \end{cases} \quad (6)$$

No caso de vetor placa (v_p), a inclinação placa em relação ao zênite (θ) e a orientação da placa solar em relação ao leste (γ), são necessárias para obter o vetor. A inclinação representa o ângulo vertical entre a placa solar e o plano do horizonte e a orientação representa o ângulo horizontal entre a placa solar e o leste geográfico.

Figura 08: Coordenadas do vetor placa



Fonte: Elaborado pelo autor

Podemos obter o vetor (v_p), usando trigonometria:

$$\begin{cases} x' = a = sen\ \gamma \cdot sen\ \theta \\ y' = b = cos\ \gamma \cdot sen\ \theta \\ z' = c = cos\ \theta \end{cases} \quad (7)$$

Uma vez que temos como determinar os vetores v_s e v_p a partir dos ângulos φ (fi), α (alfa), θ (teta) e γ (gama), se obtivermos uma descrição de como φ (fi) e α (alfa) variam com o tempo, teremos como calcular a produção total aproximada de energia durante o ano. Na seção seguinte, apresentamos como obter, utilizando a internet, dados que descrevem a variação dos ângulos φ (fi) e α (alfa) ao longo do ano para uma dada latitude.

3.5 Modelagem do fluxo de energia luminosa em uma placa.

O fluxo de energia luminosa em uma placa fotovoltaica depende da intensidade e espectro da luz solar incidente. Ele pode ser representado por um número, que depende da direção e a magnitude da energia luminosa incidente sobre a placa fotovoltaica. O vetor Sol, por sua vez, representa a direção na qual a radiação solar que atinge a placa, enquanto o vetor placa indica a orientação da superfície da placa fotovoltaica em relação ao leste e ao zênite.

A seguir, apresentaremos o cálculo do fluxo de energia luminosa a partir do vetor normal à placa fotovoltaica e do vetor que aponta na direção do Sol.

3.5.1 Fluxo de energia luminosa

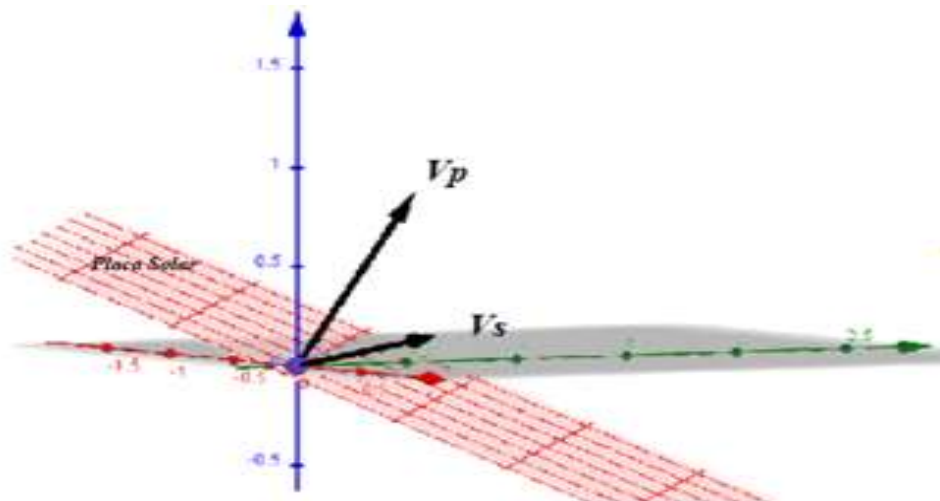
Como calcular o ângulo que determina o fluxo máximo de captação de radiação solar da placa?

Intuitivamente, sabemos que, idealmente, a placa deveria, a cada instante, estar com seu vetor normal apontado na direção dos raios solares, de forma que a placa em si formaria um ângulo de 90° com os mesmos. Podemos modelar o fluxo de radiação solar utilizando um vetor que aponta na direção do Sol (v_s) e um vetor normal à superfície da placa (v_p). Dessa forma, temos que o fluxo de energia luminosa é dado pelo produto escalar entre os dois vetores, multiplicado por uma constante (k).

Assim, temos:

$$F_{energia} = (v_s \cdot v_p) k \quad (8)$$

Figura 09: Vetor placa x vetor Sol

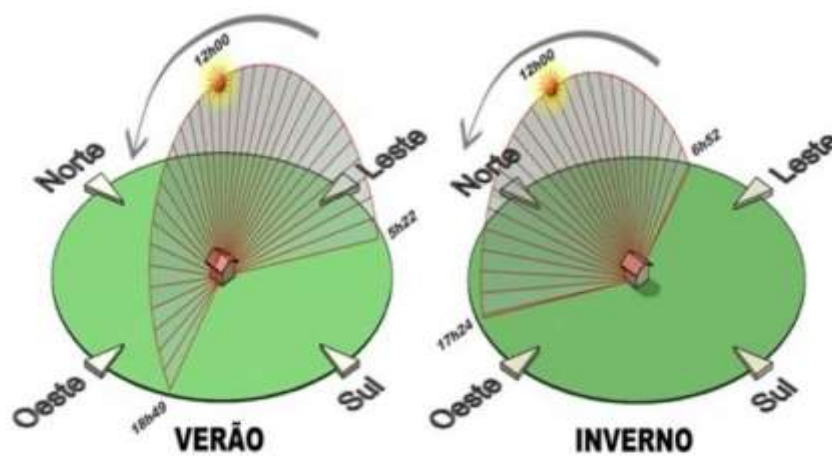


Fonte: O autor

3.6 Modelagem da energia total produzida ao longo do ano.

O fluxo de irradiação solar sobre uma placa fotovoltaica depende da intensidade da luz solar que atinge a superfície da Terra e do ângulo de incidência da luz solar sobre a placa. Quanto mais perpendicular for a incidência da luz solar sobre a placa, maior será o fluxo de irradiação solar.

Figura 10: Posição do Sol durante o dia



Fonte: <http://aec.arq.br/48-2/>

Como podemos ver na Figura 10, a geração de energia produzida durante um dia será calculada levando em conta o fluxo de irradiação solar durante este dia, utilizando dados de irradiação solar incidente em intervalos de tempos regulares, onde t_i indica o instante de tempo inicial observado e $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ (delta t) indica a variação dos instantes de tempo observados, para isso, adotaremos o intervalo de tempo de uma (1) hora. Na sequência realizaremos uma somatória dos fluxos encontrados nos períodos observados que determinará o fluxo de energia total aproximado para um dia.

Para calcularmos a energia total produzida ao longo do ano por uma placa fotovoltaica, vamos levar em consideração, a energia produzida durante o período de um dia, durante o período de um mês que será dada a partir da somatória da energia produzida em trinta dias amostrais ao longo do ano e para determinar o fluxo de energia produzida durante um ano, realizamos a somatória da energia produzida por 365 dias, que corresponde o período de um ano.

Assim, para a determinação do fluxo de energia, no primeiro período de tempo, a fórmula é dada pela equação abaixo, onde t_1 indica o instante de tempo correspondente a 6h:

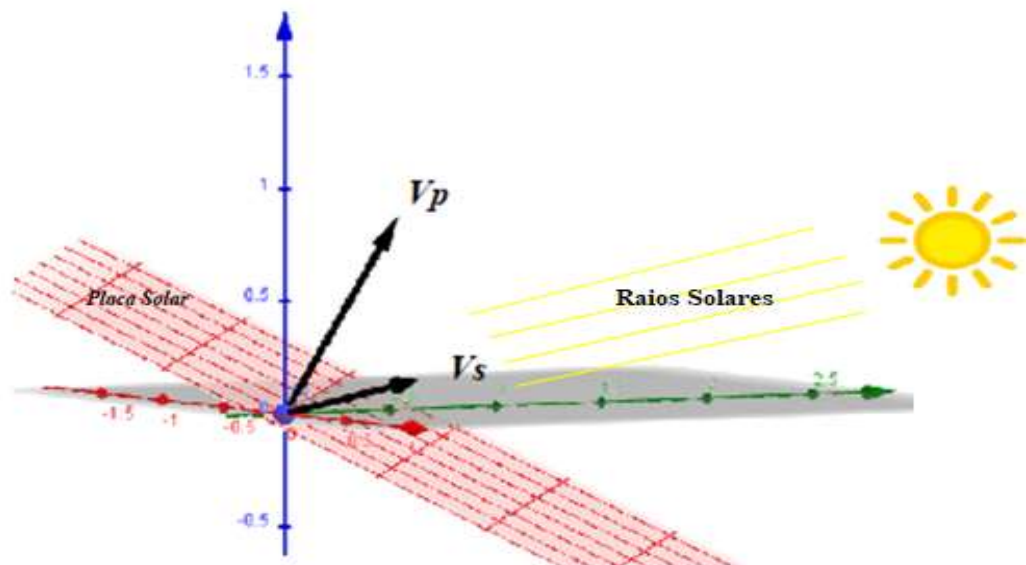
$$F(t_1) = (v_p \cdot v_s(t_1)) k \quad (9)$$

$$E_1 \cong F(t_1) \cdot \Delta t \quad (10)$$

Sendo que:

- $F(t_1)$ indica o fluxo instantâneo de energia no instante de tempo 1;
- t_1 representa o instante de tempo 1;
- v_p representa o vetor normal à placa;
- $v_s(t_1)$ representa o vetor que aponta para o Sol no instante t_1 ;
- k indica uma constante;
- E_1 indica a quantidade aproximada de energia produzida entre os instantes t_1 e t_2 .

Figura 11: Posição do Sol às 6h.



Fonte : O autor

Temos, t_2 indica o instante correspondente às 7h, logo a produção de energia é dada pela equação:

$$F(t_2) = (v_p \cdot v_s(t_2)) \cdot k \quad (11)$$

$$E_2 \cong F(t_2) \cdot \Delta t \quad (12)$$

Visto que:

- $F(t_2)$ indica o fluxo instantâneo de energia no instante de tempo 2;
- t_2 representa o instante de tempo 2;
- v_p representa o vetor normal à placa;
- $v_s(t_2)$ representa o vetor que aponta para o Sol no instante t_2 ;
- k indica uma constante;
- E_2 indica a quantidade aproximada de energia produzida entre os instantes t_2 e t_3 .

Temos, t_3 indica um instante de tempo das 8h às 9h, e a produção de energia é dada pela equação:

$$F(t_3) = (v_p \cdot v_s(t_3)) \cdot k \quad (13)$$

$$E_3 = F(t_3) \cdot \Delta t \quad (14)$$

Como:

- $F(t_3)$ indica o fluxo instantâneo de energia no instante de tempo 3;
- t_3 representa o instante de tempo 3;
- v_p representa o vetor normal à placa;
- $v_s(t_3)$ representa o vetor que aponta para o sol no instante t_3 ;
- k indica uma constante;
- E_3 indica a quantidade aproximada de energia produzida entre os instantes t_3 e t_4 .

Temos, t_4 indica um instante de tempo das 9h às 10h, logo a produção de energia é dada pela equação:

$$F(t_4) = (v_p \cdot v_s(t_4)) \cdot k \quad (15)$$

$$E_4 = F(t_4) \cdot \Delta t \quad (16)$$

Sendo que:

- $F(t_4)$ indica o fluxo instantâneo de energia no instante de tempo 4;
- t_4 representa o instante de tempo 4;
- v_p representa o vetor normal à placa;

- $v_s(t_4)$ representa o vetor que aponta para o sol no instante t_4 ;
- k indica uma constante;
- E_4 indica a quantidade aproximada de energia produzida entre os instantes t_4 e t_5 .

Temos, t_5 indica um instante de tempo das 10h às 11h, logo a produção de energia é dada pela equação:

$$F(t_5) = (v_p \cdot v_s(t_5)) \cdot k \quad (17)$$

$$E_5 = F(t_5) \cdot \Delta t \quad (18)$$

De modo que:

- $F(t_5)$ indica o fluxo instantâneo de energia no instante de tempo 5;
- t_5 representa o instante de tempo 5;
- v_p representa o vetor normal à placa;
- $v_s(t_5)$ representa o vetor que aponta para o sol no instante t_5 ;
- k indica uma constante;
- E_5 indica a quantidade aproximada de energia produzida entre os instantes t_5 e t_6 .

Temos, t_6 que indica sexto intervalo de tempo de 11h às 12h, logo a produção de energia é dada pela equação:

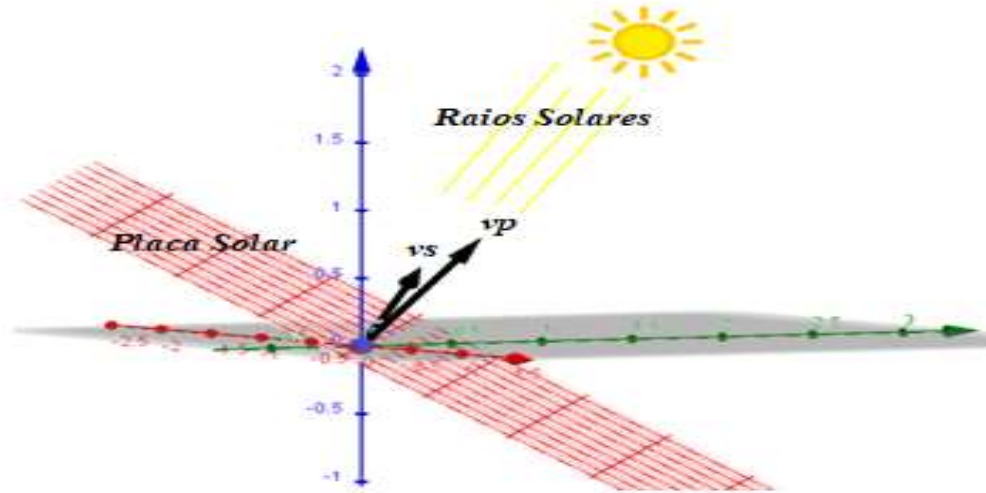
$$F(t_6) = (v_p \cdot v_s(t_6)) \cdot k \quad (19)$$

$$E_6 = F(t_6) \cdot \Delta t \quad (20)$$

Tal que:

- $F(t_6)$ indica o fluxo instantâneo de energia no instante de tempo 6;
- t_6 representa o instante de tempo 6;
- v_p representa o vetor normal à placa;
- $v_s(t_6)$ representa o vetor que aponta para o Sol no instante t_6 ;
- k indica uma constante;
- E_6 indica a quantidade aproximada de energia produzida entre os instantes t_6 e t_7 .

Figura 12: Posição do Sol as 11 h às 12 h



Fonte: O Autor

De forma análoga podemos determinar a produção de energia dos demais instantes de tempo, seguindo a equação:

$$F(t_i) = (v_p \cdot v_s(t_i)) k \quad (21)$$

$$E_i \cong F(t_i) \cdot \Delta t \quad (22)$$

De modo que:

- $F(t_i)$ indica o fluxo instantâneo de energia no instante de tempo i ;
- t_i representa o instante de tempo i ;
- v_p representa o vetor normal à placa;
- $v_s(t_i)$ representa o vetor que aponta para o Sol no instante t_i ;
- k indica uma constante;
- E_i indica a quantidade aproximada de energia produzida entre os instantes t_i e t_{i+1} .

Portanto, a produção total de energia para um dia pode ser aproximada pela somatória das aproximações das energias produzidas em cada intervalo de tempo, calculadas pelas equações anteriores:

$$E_d \cong F(t_1)\Delta t + F(t_2)\Delta t + F(t_3)\Delta t + \dots + F(t_i)\Delta t + \dots + F(t_n)\Delta t \quad (23)$$

$$E_d \cong E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_i + \dots + E_n \quad (24)$$

em que, E_d indica o fluxo total de energia produzida em um dia.

Sendo assim, a produção total de energia para um mês é igual a somatória das aproximações das energias produzidas em cada dia do mês:

$$E_{mês} \cong E_{d1} + E_{d2} + E_{d3} + \dots + E_{di} + \dots + E_{dm}, \quad (25)$$

De modo que:

- $E_{mês}$ indica a energia total produzida em um mês;
- d_1 indica o primeiro dia do mês;
- d_m indica o último dia do mês.

Logo, a produção total de energia produzida em um ano é igual a somatória das aproximações das energias produzidas em cada dia do ano:

$$E_{ano} \cong E_{d1} + E_{d2} + E_{d3} + \dots + E_{di} + \dots + E_{df}, \quad (26)$$

Visto que:

- E_{ano} indica a energia total produzida em um ano;
- d_1 indica o primeiro dia do ano;
- d_f indica o último dia do ano.

Como visto, obtivemos a fórmula matemática para obtenção de produção aproximada total de energia durante um dia, um mês e um ano.

3.7 Obtenção de dados dos ângulos de elevação e ângulo azimutal.

Construiremos agora uma planilha para calcularmos a produção de energia gerada em um ano, para isso, utilizaremos o site www.sunearthtools.com - Ferramentas para designers e consumidores de energia solar, é um *site* que fornece várias ferramentas úteis para ajudar a entender e aproveitar melhor a energia solar. Ele oferece uma variedade de calculadoras solares, incluindo calculadoras de ângulo solar, calculadoras de horário de nascer e pôr do Sol.

Após acessar o site www.sunearthtools.com – Ferramentas para designers e consumidores de energia, clicar no ícone Sun Position (Posição do Sol) para acessar os dados a partir de uma determinada localização, conforme Figura 13 abaixo.

Figura 13: Captura de tela do site *www.suneasthtools.com*, ao entrar no site clicar em um dos ícones *Sun Position* para acessar os dados da posição do Sol a partir de uma certa localização. Acesso em março de 2023.



Fonte: *www.suneasthtools.com*

Depois de acessar o *Sun Position*, pesquisamos os dados da posição do ângulo azimutal e do ângulo de elevação do Município de Campos de Júlio - MT, situada a 560 km de Cuiabá que possui: Latitude: -13.7223646 e Longitude: -59.2645296, as coordenadas serão usadas no formato decimal, e foram escolhidos o ano, o mês e a data a ser pesquisado. Faremos o levantamento de dados do mês de maio de 2022 ao mês de maio de 2023, conforme mostrado na Figura 14 abaixo.

Figura 14: Captura de tela do site *www.suneasthtools.com*, ao entrarmos no site escolhemos a localização (1), o ano, o mês e o dia a ser pesquisado (2) e clicamos em executar (3) para obtenção dos dados. Acesso em março de 2023.



Fonte: *www.suneasthtools.com*

O site citado apresenta um programa chamado “caminho solar” que acompanha a trajetória do Sol durante o dia desde o nascer até o pôr do Sol, que acontece aproximadamente entre 6h e 18h nesta região. Este levantamento pode ser realizado a cada intervalo de 5 minutos, 10 minutos, 20 minutos, 30 minutos e 60 minutos. Optamos por utilizar os dados com intervalos de 60 minutos, escolhendo 3 dias de cada mês sendo estes, dia 1, dia 10 e dia 20. Levando em consideração que nesta localidade há pouca variação nos ângulos de elevação e ângulo azimutal no decorrer dos dias e não há interferência significativa no cálculo do valor final da produção de energia o levantamento foi realizado apenas nos 3 dias citados de cada mês.

No site buscamos os dados a cada dia escolhido do mês, sendo obtido os dados do nascer até o pôr do Sol com intervalos de uma hora, o site nos fornece o ângulo de elevação e o ângulo azimutal de cada dia nos intervalos de tempos solicitados, descendo a barra de rolagem chegaremos à tabela com os dados conforme Figura 15 abaixo.

Figura 15: Captura de tela do site *www.suneasthtools.com*, a qual apresenta, o dia, as coordenadas, os instantes de tempo em hora, o ângulo de elevação e o ângulo azimutal (1), ícone para download em *Excel* dos dados citados (2). Acesso em março de 2023.

2. Clicar em download *Excel*

Hora	Elevação	Azimute
06:05:43	-0.633°	74.69°
7:00:00	11.76°	71.90°
8:00:00	25.32°	65.68°
9:00:00	38.17°	57.79°
10:00:00	49.54°	45.44°
11:00:00	58.19°	25.41°
12:00:00	61.1°	357.1°
13:00:00	56.86°	330°
14:00:00	47.55°	311.74°
15:00:00	35.72°	300.5°
16:00:00	22.7°	293.23°
17:00:00	9.05°	288.19°
17:42:30	-0.833°	285.46°

1. Dados apresentados: hora, ângulo de elevação e ângulo azimutal

Fonte: *www.suneasthtools.com*

Depois de selecionarmos os dados, clicamos no ícone download *Excel table* que nos fornece os instantes de tempo em hora, o ângulo de elevação e o ângulo azimutal os quais serão importados em tabela do *Excel*, como mostra a Figura 16 abaixo.

Figura 16: Captura de tela do *site www.suneasthtools.com*, clicamos no ícone para download *Excel table* para importação dos dados em tabela do *Excel (1)*. Acesso em março de 2023.

	A	B	C
	Hora	Elevacao	Azimute
5	06:05:43	-0.833	74.69
6	07:00:00	11.76	71.08
7	08:00:00	25.32	65.68
8	09:00:00	38.17	57.79
9	10:00:00	49.64	45.44
10	11:00:00	58.19	25.41
11	12:00:00	61.1	357.1
12	13:00:00	56.86	330
13	14:00:00	47.55	311.74
14	15:00:00	35.72	300.5
15	16:00:00	22.7	293.23
16	17:00:00	9.05	288.19
17	17:42:30	-0.833	285.46

Fonte: *www.suneasthtools.com*

Com esses dados e dos vetores construímos uma planilha para calcularmos o fluxo de energia luminosa instantâneo e a produção de energia total e determinarmos assim, o melhor ângulo de instalação das placas fotovoltaicas. A partir dos dados coletados iremos construir nossa planilha no *Excel*, com os passos elencados a seguir.

Para iniciarmos nossa planilha, na primeira coluna colocaremos a data no formato dia/mês/ano, na segunda coluna o tempo no formato horas, minutos e segundos, na terceira coluna o tempo do dia que corresponde a uma fração do dia em relação a 24 horas, obtidos a partir da segunda coluna em minutos, dividido por 1440 minutos, na quarta coluna temos o ângulo de elevação do Sol (β) e na quinta coluna o ângulo azimutal (α) da localidade do Município de Campos de Júlio/MT, para os 3 dias de cada mês definidos anteriormente, de maio de 2022 à maio de 2023, como segue na Figura 17.

Figura 17: *Print* da Planilha com os dados: data, hora do dia, tempo do dia, ângulo de elevação e ângulo azimutal da localidade do Município de Campos de Júlio/MT.

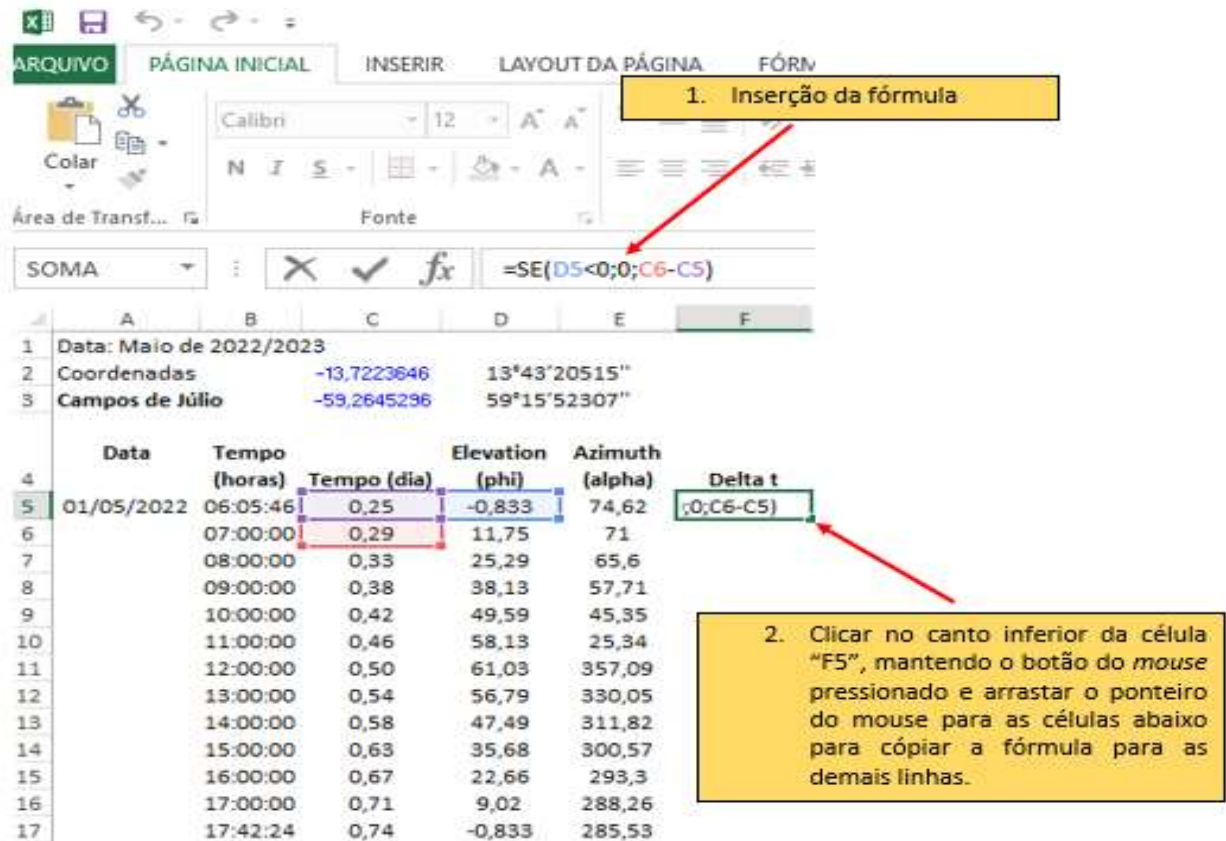
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Data: Maio de 2022/2023								Fluxo* delta		0		Graus
2	Coordenadas		-13,7223646	13°43'20515"				Prod. De Energia		0		Gamma=	
3	Campos de Júlio		-59,2645296	59°15'52307"								Theta=	
4	Data	Tempo (horas)	Tempo (dia)	Elevation (phi)	Azimuth (alpha)								
5	01/05/2022	06:05:46	0,25	-0.833	74.62								
6		07:00:00	0,29	11.75	71								
7		08:00:00	0,33	25.29	65.6								
8		09:00:00	0,38	38.13	57.71								
9		10:00:00	0,42	49.59	45.35								
10		11:00:00	0,46	58.13	25.34								
11		12:00:00	0,50	61.03	357.09								
12		13:00:00	0,54	56.79	330.05								
13		14:00:00	0,58	47.49	311.82								
14		15:00:00	0,63	35.68	300.57								
15		16:00:00	0,67	22.66	293.3								
16		17:00:00	0,71	9.02	288.26								
17		17:42:24	0,74	-0.833	285.53								
18	10/05/2022	06:07:43	0,26	-0.833	72								
19		07:00:00	0,29	11.11	68.49								
20		08:00:00	0,33	24.41	62.98								
21		09:00:00	0,38	36.91	54.91								
22		10:00:00	0,42	47.91	42.48								
23		11:00:00	0,46	55.9	23.14								
24		12:00:00	0,50	58.5	357.03								
25		13:00:00	0,54	54.51	332								
26		14:00:00	0,58	45.68	314.37								

Fonte: O autor

Dando sequência na construção de nossa planilha, calculamos a variação do tempo no instante t (Δt) dado pela fórmula $=SE(D5<0;0;C6-C5)$, onde significa $SE(\text{teste_lógico}; [\text{valor_se_verdadeiro}]; [\text{valor_se_falso}])$, a variação do tempo delta t (Δt) é dada pela diferença entre a célula “C6” e célula “C5” ($C6-C5$) como segue no *Print* abaixo. Essa função verifica se o ângulo de elevação é menor que zero ($D5<0$), isso acontece quando o Sol ainda não estiver nascido, significa que o Sol está abaixo do horizonte. Nesse caso, faremos com que a variação do tempo Δt seja igual a zero, de forma a representar a situação que a quantidade de luz solar que atinge os painéis solares é nula. Portanto, uma forma de anular a contabilidade de produção na planilha é fazendo Δt igual a zero.

E quando o ângulo de elevação for maior que zero, a variação do tempo delta t (Δt) será maior que zero, logo a produção de energia é significativa, a qual é importante para nossa pesquisa. Programada a coluna da variação do tempo delta t (Δt), utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “F5”, mantendo o botão do *mouse* pressionado e arrastando o ponteiro do *mouse* para as células abaixo, como mostrado na Figura 18 abaixo.

Figura 18: *Print* da Planilha do *Excel* com inserção da fórmula para variação do tempo delta t (Δt) (1) e programada a coluna da variação do tempo delta t (Δt), utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo da planilha (2).



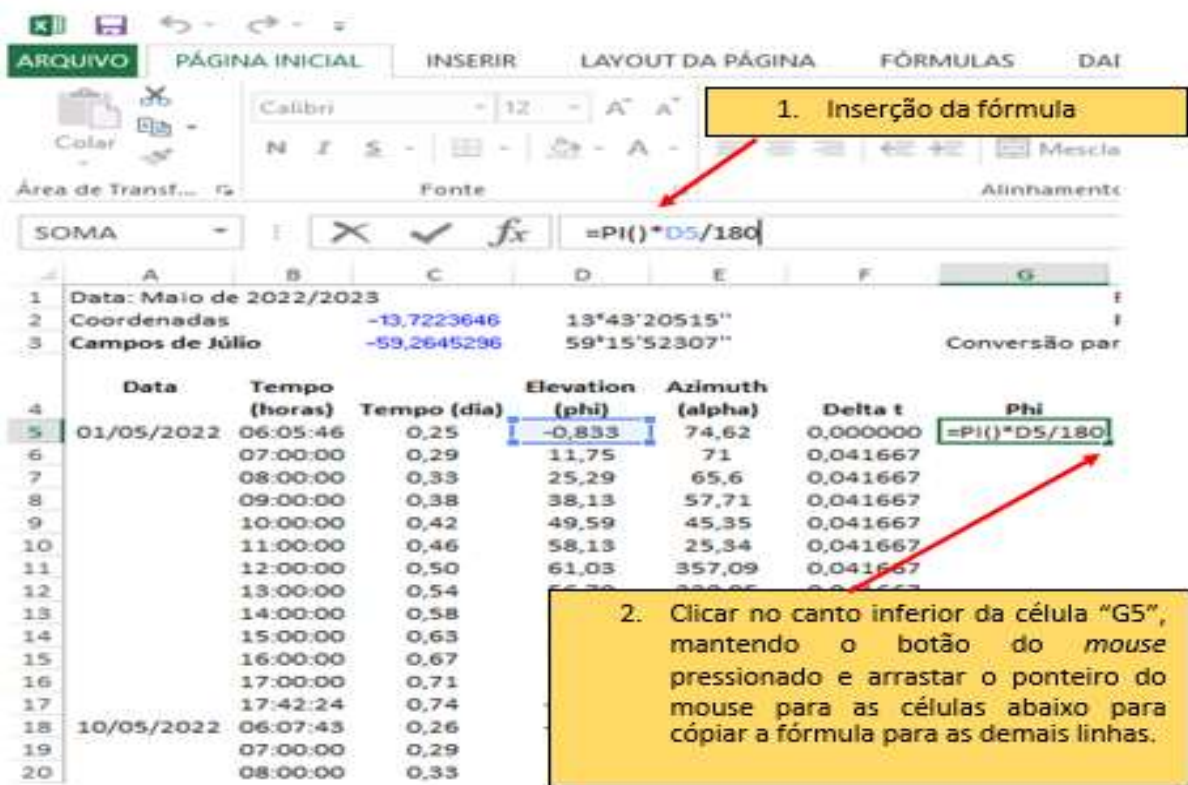
Fonte: O autor

Nas próximas duas colunas faremos a conversão dos ângulos em graus para radianos. Este ângulo é definido como o comprimento do arco correspondente dividido pelo raio da circunferência. O uso do ângulo em radianos facilita muitos cálculos e relações trigonométricas, pois permite a utilização direta de funções trigonométricas como seno, cosseno e tangente, que, em muitos *softwares* admitem entrada somente em radianos.

Na sétima coluna faremos a conversão do valor da quarta coluna correspondente ao ângulo de elevação do Sol ($f_i - \phi$) de graus para radianos. A conversão de graus para radianos é feita, conforme a fórmula $=PI()*D5/180$, onde Pi é aproximado a 3,14159265358979323846 multiplicado pelo ângulo de elevação da quinta coluna (D5) e dividido por 180.

Programada a sétima coluna do ângulo de elevação do Sol ($f_i - \phi$), utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “G5”, mantendo o botão do *mouse* pressionado e arrastando o ponteiro do *mouse* para as células abaixo, conforme a Figura 19.

Figura 19: *Print* da Planilha do *Excel* da inserção da fórmula para conversão do valor da quarta coluna correspondente ao ângulo de elevação do Sol ($\hat{f}_i - \hat{\phi}$) de graus para radianos (1) e programada a coluna com a conversão em radianos utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo da planilha (2).

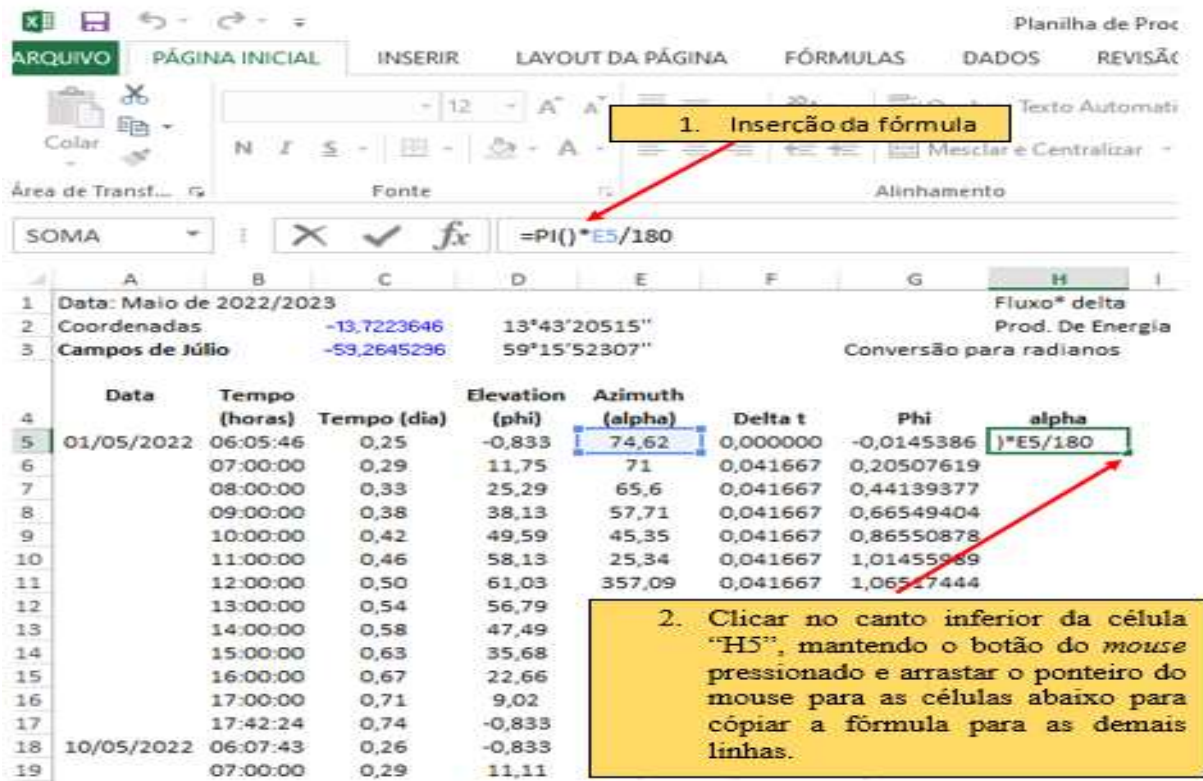


Fonte: O autor

Na oitava coluna faremos a conversão do valor da quarta coluna correspondente ao ângulo azimutal (α) de graus para radianos. A conversão de graus para radianos é feita conforme a fórmula $=PI()*F5/180$, onde π é aproximado a 3,14159265358979323846 multiplicado pelo ângulo azimutal (α) da coluna (F5), dividido por 180.

Programada a oitava coluna do ângulo azimutal (α) em radianos, utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula "F5", mantendo o botão do mouse pressionado e arrastando o ponteiro do mouse para as células abaixo, conforme a Figura 20.

Figura 20: Print da Planilha do Excel da conversão do valor da quinta coluna correspondente ao ângulo azimutal (*alfa*) correspondente de graus para radianos, da coluna “H”.



Fonte: O autor

Com o ângulo azimutal (α) e o ângulo de elevação (\varnothing) do Sol, determinamos o vetor Sol (v_s). O vetor Sol (v_s), define a direção dos raios solares num determinado lugar e num determinado instante. Escrevendo um vetor de tamanho igual a um (1) que aponta na direção do Sol, e os vetores x , y , e z , onde as coordenadas apontam para x (norte), y (leste) e z (para cima).

Assim, podemos obter o vetor (v_s), usando as fórmulas trigonométricas:

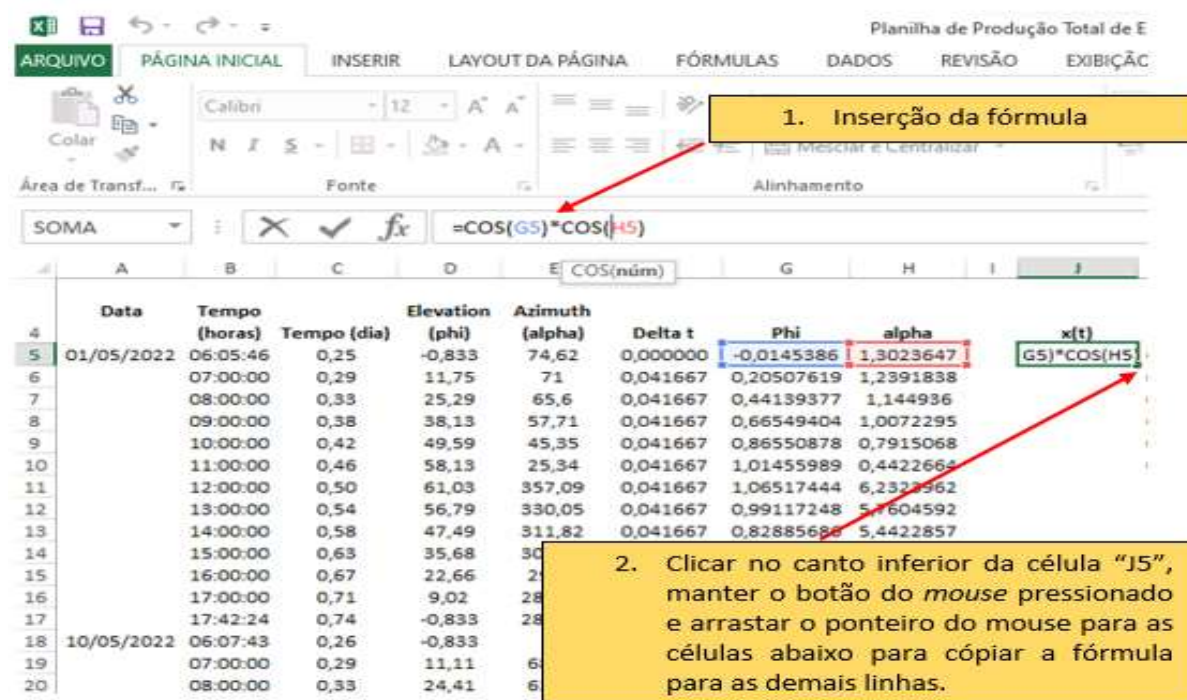
$$\begin{cases} x = \cos \varnothing . \cos \alpha \\ y = \cos \varnothing . \sin \alpha \\ z = \sin \varnothing \end{cases} \quad (27)$$

Portanto, temos em nossa planilha o valor de: $x(t)$ que é igual ao produto do cosseno do ângulo de elevação do Sol ($\cos(\varnothing)$) com o ângulo azimutal (α) dado por $\cos(\varnothing) \cdot \cos(\alpha)$, $y(t)$ que é igual ao produto entre o cosseno do ângulo de elevação do Sol ($\cos(\varnothing)$) com o seno do ângulo azimutal (α) dado por $\cos(\varnothing) \cdot \sin(\alpha)$ e $z(t)$ que é igual ao seno do ângulo de elevação do Sol ($\sin(\varnothing)$) dado por $\sin(\varnothing)$. Segue abaixo a configuração da nona, da décima e

da décima primeira coluna de nossa planilha.

Na nona coluna de nossa planilha – $x(t)$, temos o produto entre o cosseno do ângulo de elevação do Sol ($fi-\varnothing$) da coluna “G5” com o ângulo azimutal ($alfa-\alpha$) da coluna “H5”, dado pela fórmula =COS(G5)*COS(H5). Programada a nona coluna do produto entre o cosseno do ângulo de elevação ($fi-\varnothing$) e do cosseno do ângulo azimutal ($alfa-\alpha$), utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “J5”, mantendo o botão do *mouse* pressionado e arrastando o ponteiro do mouse para as células abaixo, conforme a Figura 21.

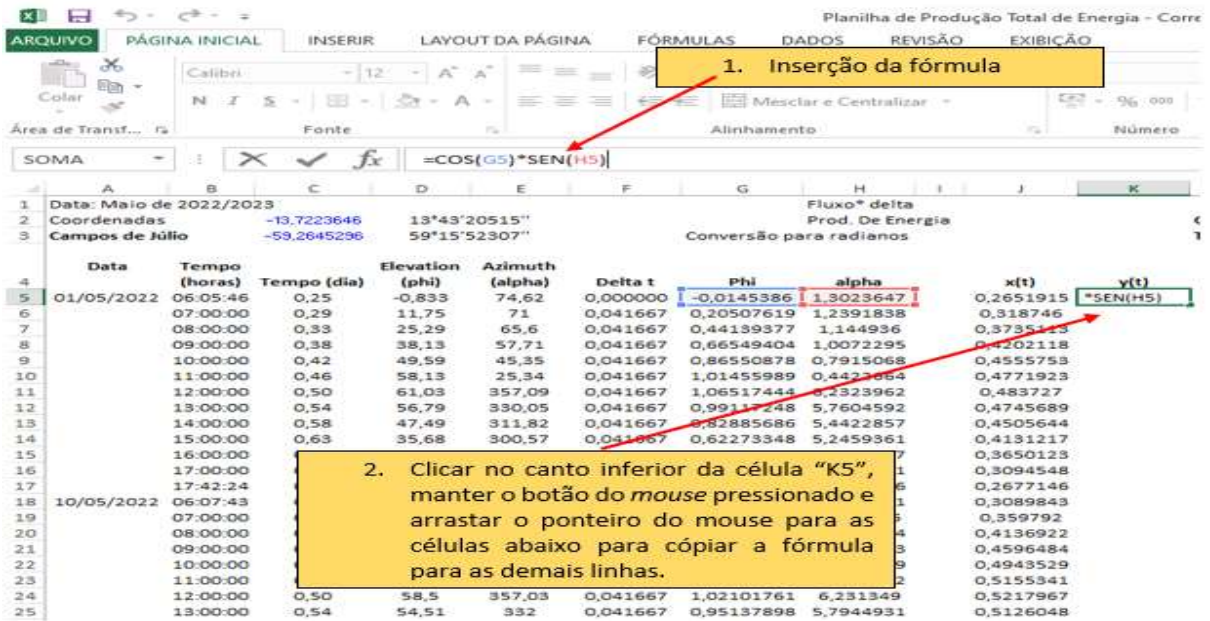
Figura 21: Print da Planilha do *Excel* da nona coluna, onde temos o produto o entre o cosseno do ângulo de elevação do Sol com o ângulo azimutal, da coluna “J”.



Fonte: O autor

Na décima coluna de nossa planilha – $y(t)$, temos o produto entre o cosseno do ângulo de elevação do Sol ($fi-\varnothing$) da coluna “G5” com seno do ângulo azimutal ($alfa-\alpha$) da coluna “H5”, dado pela fórmula =COS(G5)*SEN(H5). Programada a nona coluna do produto entre o cosseno do ângulo de elevação ($fi-\varnothing$) e do seno do ângulo azimutal ($alfa-\alpha$), utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “K5”, mantendo o botão do *mouse* pressionado e arrastando o ponteiro do *mouse* para as células abaixo, conforme a Figura 22.

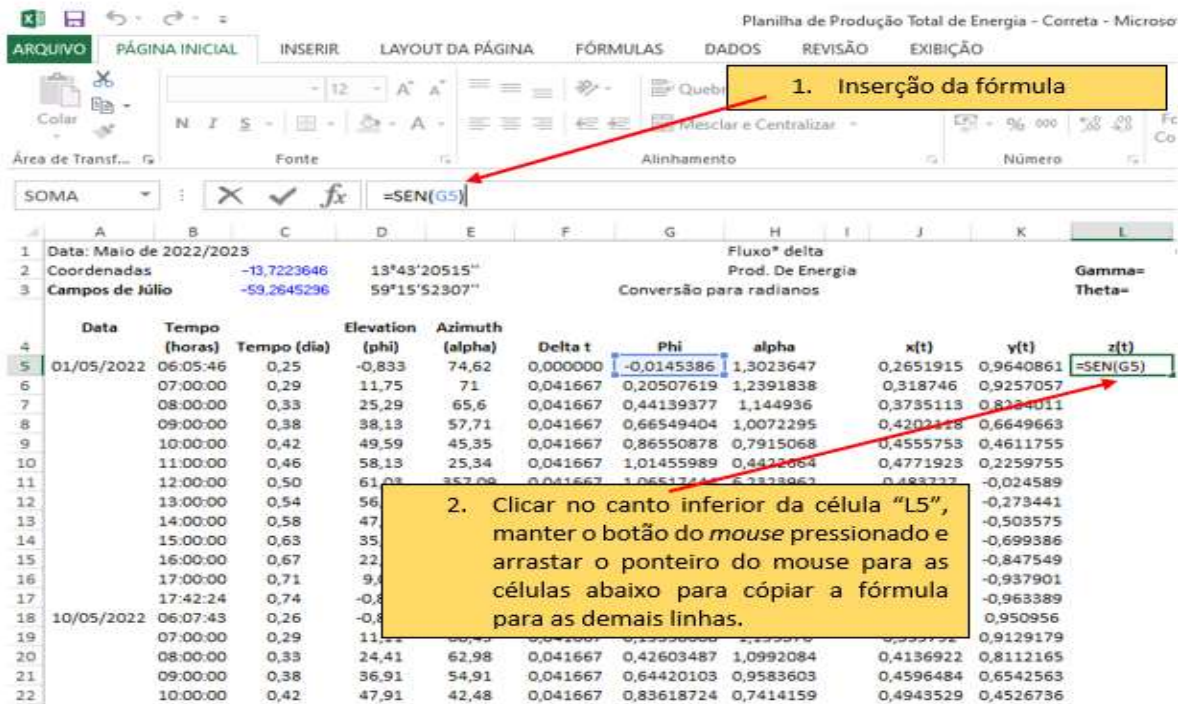
Figura 22: *Print* da Planilha do *Excel* da décima coluna, onde temos o produto entre o cosseno do ângulo de elevação do Sol ($\hat{f}_i - \hat{\Phi}$), com o seno do ângulo azimutal ($\text{alfa} - \alpha$), da coluna “K”.



Fonte: O autor

Na décima primeira coluna de nossa planilha – $z(t)$, temos o seno do ângulo de elevação do Sol ($\hat{f}_i - \hat{\Phi}$) da coluna “G5”, dado pela fórmula =SEN(G5). Programada a décima primeira coluna do seno do ângulo de elevação do Sol ($\hat{f}_i - \hat{\Phi}$), utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “L5”, mantendo o botão do *mouse* pressionado e arrastando o ponteiro do *mouse* para as células abaixo, conforme a Figura 23.

Figura 23: *Print* da Planilha do *Excel* da décima primeira coluna, onde temos o seno do ângulo de elevação do Sol ($\sin \theta$), da coluna “L”.



Fonte: O autor

Para a determinação do vetor placa (v_p), são necessárias: a inclinação da placa em relação ao zênite (θ) e a orientação da placa solar em relação ao leste (γ). A inclinação representa o ângulo vertical entre a placa solar e o plano do horizonte e a orientação representa o ângulo horizontal entre a placa solar e o leste geográfico.

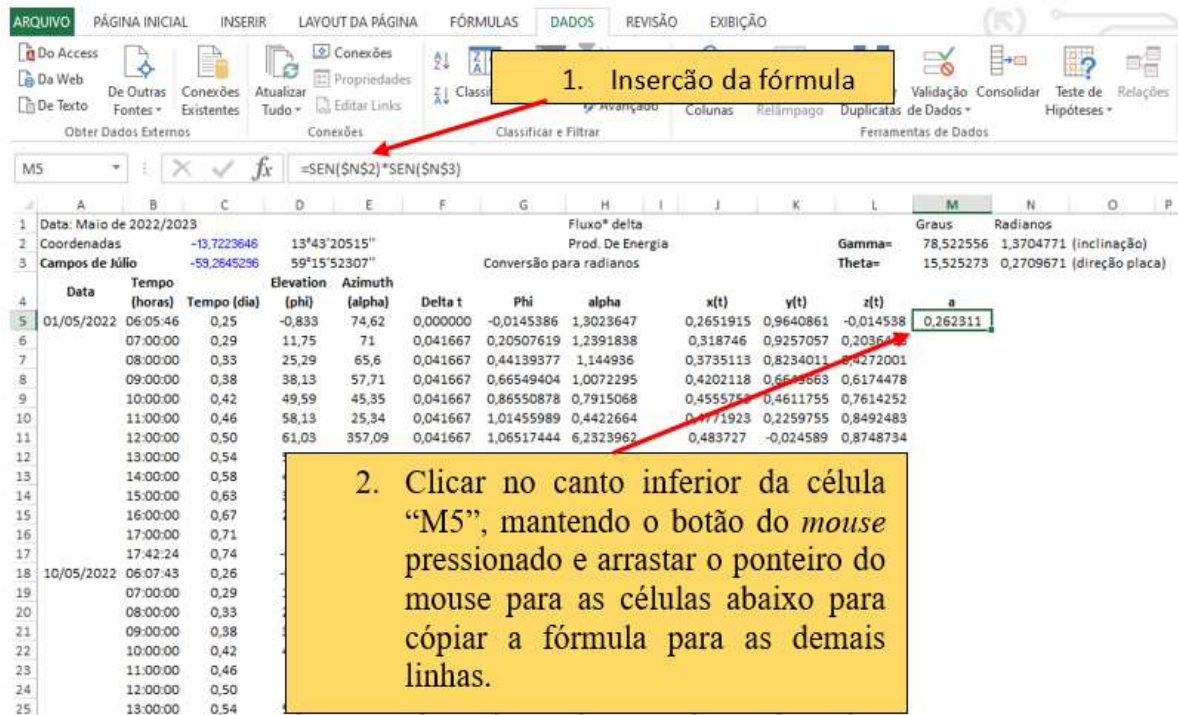
Portanto, para obtermos as coordenadas (a , b , c) do vetor placa (v_p), usamos as fórmulas trigonométricas:

$$\begin{cases} a = \sin \gamma \cdot \sin \theta \\ b = \cos \gamma \cdot \sin \theta \\ c = \cos \theta \end{cases} \quad (28)$$

Assim, temos a coordenada a dado pelo produto do seno do ângulo de inclinação - *gama* (γ) pelo seno do ângulo da direção da placa - *teta* (θ), dado pela fórmula $\text{SEN}(\text{N}\$2) \cdot \text{SEN}(\text{N}\$3)$, a coordenada b dado pelo produto do cosseno do ângulo de inclinação - *gama* (γ) pelo seno do ângulo da direção da placa - *teta* (θ), dado pela fórmula $\text{COS}(\text{N}\$2) \cdot \text{SEN}(\text{N}\$3)$ e a coordenada c dado pelo cosseno do ângulo da direção da placa *teta* (θ), dado pela fórmula $\text{=COS}(\text{N}\$3)$. Segue abaixo a configuração da décima segunda, décima terceira e décima quarta coluna de nossa planilha.

Na décima segunda coluna de nossa planilha, temos a coordenada a dado pelo produto do seno do ângulo de inclinação γ em radianos da célula “N2”, pelo seno do ângulo da direção da placa teta (θ) em radianos da célula “N3”, dado pela fórmula $=\text{SEN}(\text{\$N\$2})*\text{SEN}(\text{\$N\$3})$. Programada a décima segunda coluna utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “M5”, mantendo o botão do *mouse* pressionado e arrastando o ponteiro do *mouse* para as células abaixo, conforme a Figura 24.

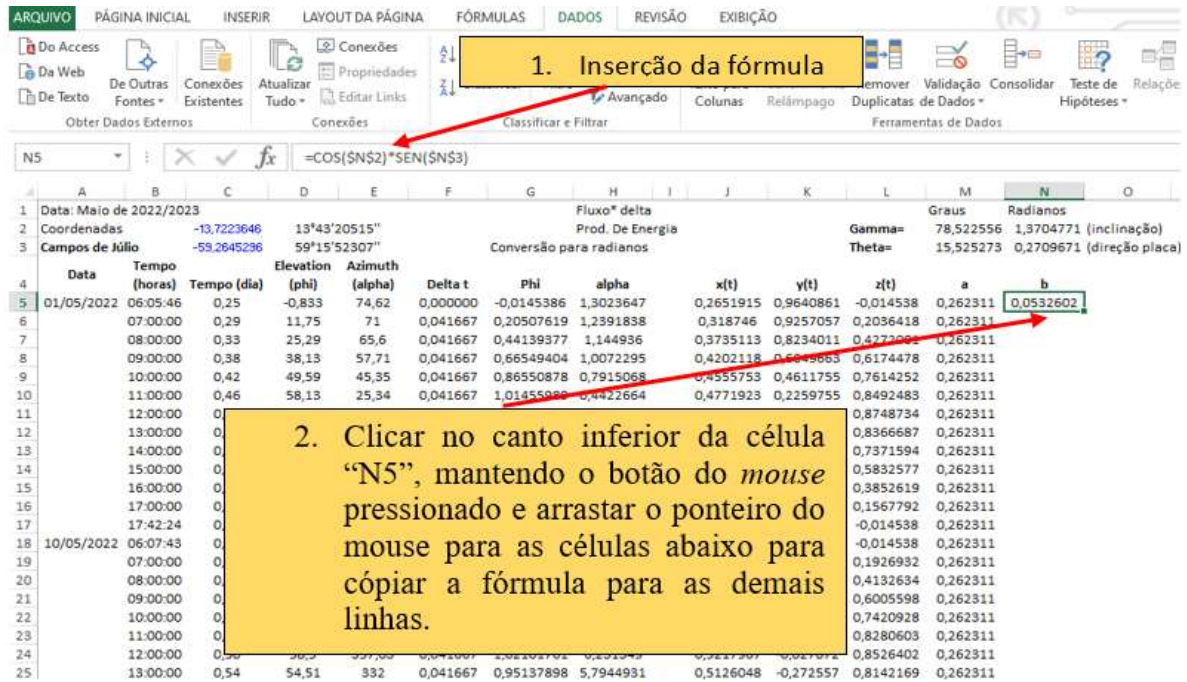
Figura 24: *Print* da Planilha do *Excel* da décima segunda coluna, onde temos o produto do seno do ângulo de inclinação γ em radianos da célula “N2”, pelo seno do ângulo da direção da placa teta (θ) em radianos da célula “N3”, dado pela fórmula $=\text{SEN}(\text{\$N\$2})*\text{SEN}(\text{\$N\$3})$.



Fonte: O autor

Na décima terceira coluna de nossa planilha, temos o coordenada b dado pelo produto do cosseno do ângulo de inclinação γ em radianos da célula “N2”, pelo seno do ângulo da direção da placa teta (θ) em radianos da célula “N3”, dado pela fórmula $=\text{COS}(\text{\$N\$2})*\text{SEN}(\text{\$N\$3})$. Programada a décima segunda coluna utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “N5”, mantendo o botão do *mouse* pressionado e arrastando o ponteiro do *mouse* para as células abaixo, conforme a Figura 25.

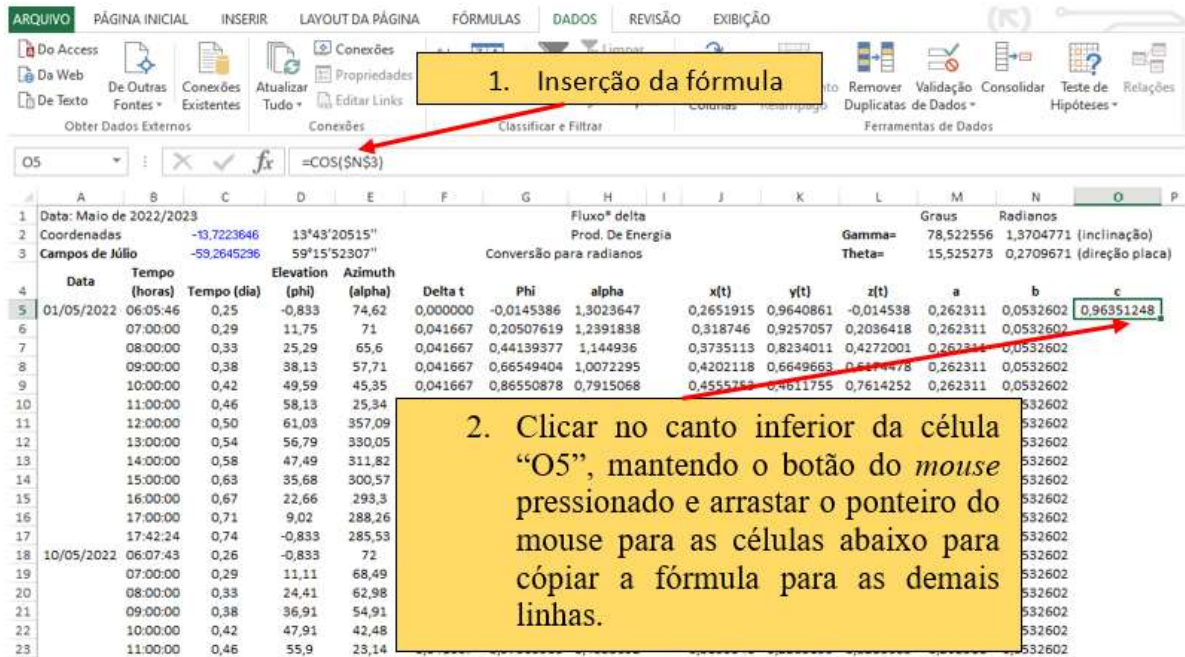
Figura 25: Print da Planilha do Excel da décima terceira coluna, onde temos o produto do cosseno do ângulo de inclinação γ em radianos da célula “N2”, pelo seno do ângulo da direção da placa θ em radianos da célula “N3”, dado pela fórmula =COS(\$N\$2)*SEN(\$N\$3).



Fonte: O autor

Na décima quarta coluna de nossa planilha, temos o cosseno do ângulo da direção da placa θ em radianos da célula “N3”, dado pela fórmula =COS(\$N\$3). Programada a décima segunda coluna utilizamos o recurso do Excel para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “O5”, mantendo o botão do mouse pressionado e arrastando o ponteiro do mouse para as células abaixo, conforme a Figura 26.

Figura 26: *Print* da Planilha do *Excel* da décima quarta coluna, onde temos o cosseno do ângulo da direção da placa *teta* (θ) em radianos da célula “N3”, dado pela fórmula =COS(\$N\$3).



Fonte: O autor

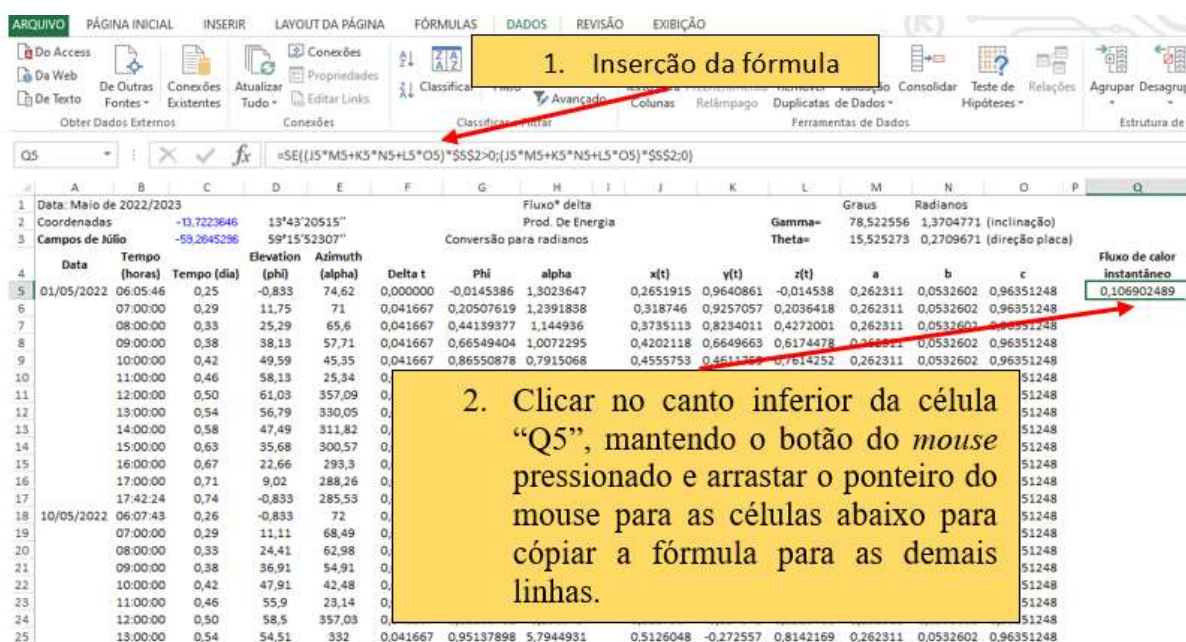
De posse dos dados do vetor Sol v_s e do vetor placa v_p a partir dos ângulos φ (*fi*), α (*alfa*), θ (*teta*) e γ (*gama*), obtemos uma descrição de como o fluxo de energia varia com o tempo e assim podemos calcular a o fluxo de energia luminosa durante o ano, como mostrado na décima quinta coluna de nossa planilha.

O fluxo de energia luminosa total é proporcional ao produto interno entre os vetores do Sol e os vetores da placa. Assim, temos que o fluxo de energia luminosa total é dado pelo produto da coordenada $x(t)$ do vetor Sol pela coordenada a do vetor placa, dados por $\text{COS}(G5)*\text{COS}(H5)$ da coluna “J5” pelo $\text{SEN}(\$N\$2)*\text{SEN}(\$N\$3)$ da coluna “M5”, mais o produto coordenada $y(t)$ do vetor Sol pela coordenada b do vetor placa, dados por $\text{COS}(G5)*\text{SEN}(H5)$ da coluna “K5” pelo $\text{COS}(\$N\$2)*\text{SEN}(\$N\$3)$ da coluna “N5”, mais o produto da coordenada $z(t)$ do vetor Sol pela coordenada c do vetor placa, dados por $\text{SEN}(G5)$ da coluna “L5” pelo $\text{COS}(\$N\$3)$ da coluna “O5”.

Em seguida, quando o ângulo de elevação do Sol ($fi-\emptyset$) for menor que zero ($D5<0$), fixamos que o fluxo de energia luminosa será igual a zero, isso acontece quando o Sol ainda não estiver nascido, significa que não teremos produção de energia neste intervalo de tempo. E quando o ângulo de elevação do Sol ($fi-\emptyset$) for maior que zero ($D5>0$) a produção de energia luminosa é significativa, a qual é importante para nossa pesquisa e devemos contabiliza-la para a determinação do fluxo de energia luminosa total.

Programada a décima quinta coluna utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “O5”, mantendo o botão do *mouse* pressionado e arrastando o ponteiro do *mouse* para as células abaixo, conforme a Figura 27.

Figura 27: *Print* da Planilha do *Excel* da décima quinta coluna, onde temos o produto de $\text{COS}(G5) \cdot \text{COS}(H5)$ da coluna “J5” pelo $\text{SEN}(\$N\$2) \cdot \text{SEN}(\$N\$3)$ da coluna “M5”, mais o produto do $\text{COS}(G5) \cdot \text{SEN}(H5)$ da coluna “K5” pelo $\text{COS}(\$N\$2) \cdot \text{SEN}(\$N\$3)$ da coluna “N5”, mais o produto de $\text{SEN}(G5)$ da coluna “L5” pelo $\text{COS}(\$N\$3)$ da coluna “O5”.

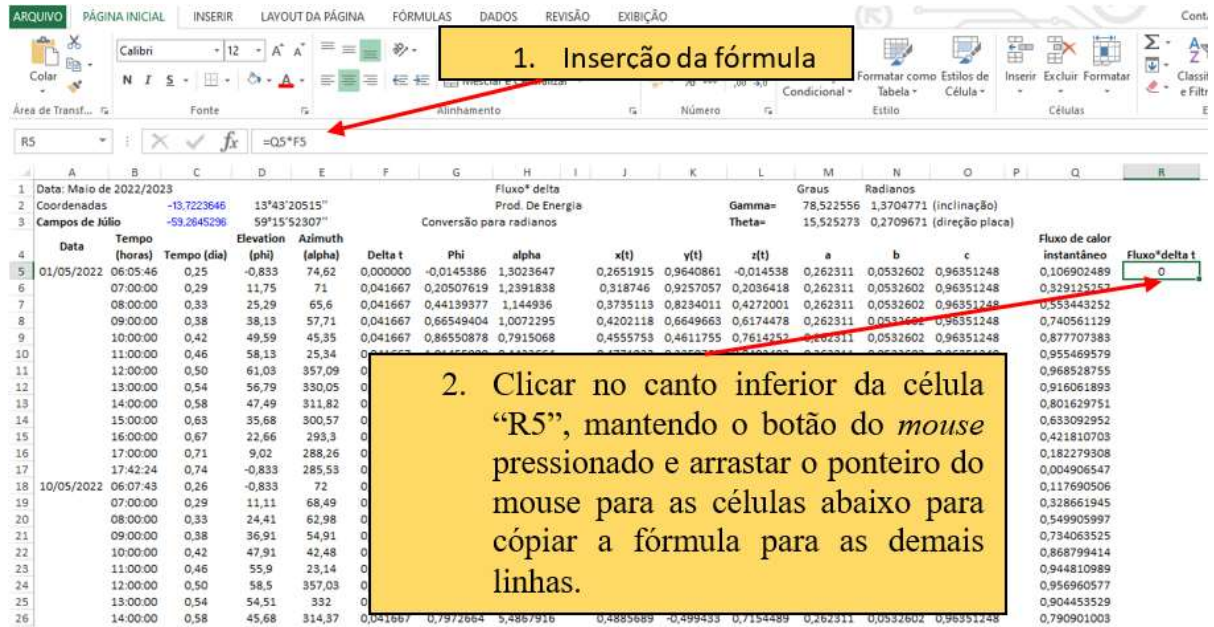


Fonte: O autor

Com o fluxo de energia luminosa determinado, conseguimos agora determinar o fluxo de energia luminosa total, obtidos pelo produto do fluxo de energia luminosa da décima quinta coluna pela variação do tempo delta t (Δt), dados pela fórmula $Q5 \cdot F5$, como segue na planilha abaixo.

Na décima sexta coluna de nossa planilha, na qual temos o produto do fluxo de calor por delta t, dados pelo produto do fluxo de energia luminosa da coluna “Q5” pelo delta t (Δt) da coluna “F5”, dado pela fórmula $= Q5 \cdot F5$. Programada a décima sexta coluna utilizamos o recurso do *Excel* para copiar a mesma fórmula para as linhas abaixo, isso é feito clicando no canto inferior da célula “R5”, mantendo o botão do *mouse* pressionado e arrastando o ponteiro do *mouse* para as células abaixo, conforme a Figura 28.

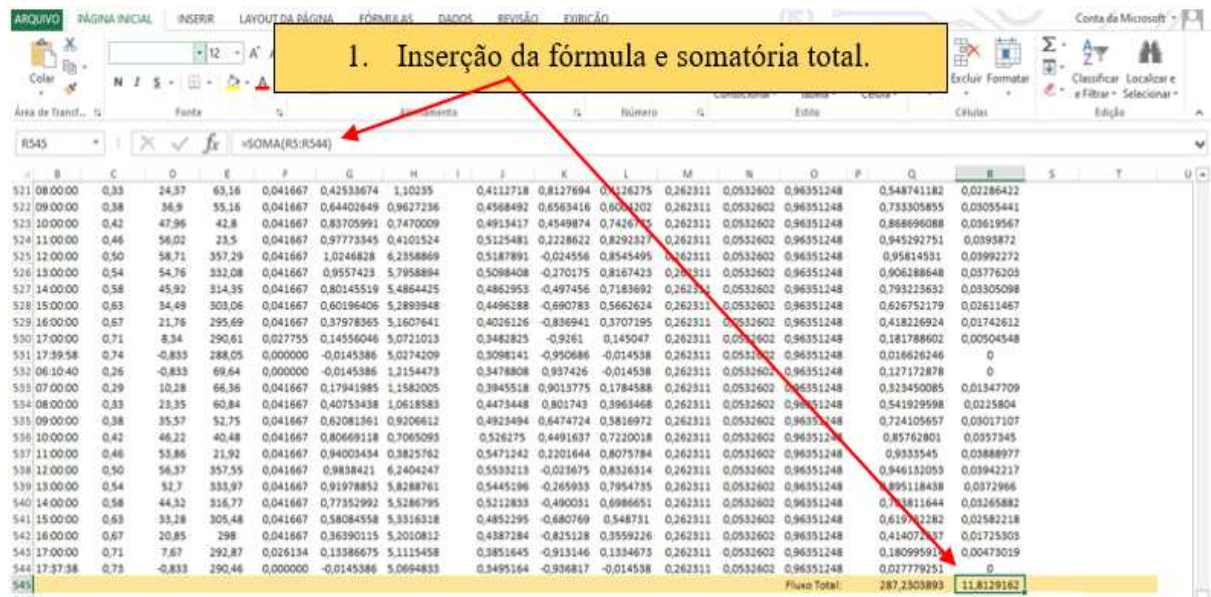
Figura 28: Print da Planilha do Excel da décima sexta coluna, onde temos o produto do fluxo de calor por delta t, dados pelo produto do fluxo de calor instantâneo da coluna “Q5” pela variação do tempo delta t da coluna “F5”.



Fonte: O autor

Portanto, com a décima sexta coluna programada conseguimos determinar a produção total de energia luminosa gerada pela placa fotovoltaica durante o período de um ano, este total é igual a somatória dos valores encontrados na coluna “R” dada pela fórmula =SOMA(R5:R544), chegando a um total de energia luminosa produzida de 11,8129162 Wh/m².

Figura 29: Print da Planilha do Excel da somatória da décima sexta coluna, onde temos o, a produção total de energia luminosa, dados pela soma da linha “R5” à linha “R544”.



Fonte: O autor

Portanto, com a produção total de energia luminosa gerada pela placa fotovoltaica durante o período de um ano, iremos inserir este valor na célula “J1” para determinarmos através do Solver (Método GRG Não Linear) os ângulos de inclinação e de direção da placa fotovoltaica, como mostraremos a seguir.

3.8 Uso do Solver (Método GRG Não Linear) para otimização da produção total de energia e obtenção do melhor ângulo de inclinação.

Depois de preenchida a tabela com o fluxo de energia luminosa total, faremos a utilização do Solver para determinarmos o ângulo de inclinação - γ e o ângulo que indica a direção da placa - θ , em nosso modelo. O Solver, que é uma ferramenta computacional que auxilia na resolução de problemas de maximização, minimização e determinação de zeros de funções. Para tanto, escolhemos células variáveis e uma célula destino. Em particular, queremos definir como objetivo maximizar o valor da célula “J1” que contém a somatória fluxo de energia luminosa. Selecionamos a ferramenta Solver¹ conforme ilustra a Figura 30.

Figura 30: Print da aba do Excel com os passos para acessar o recurso *solver*, (1) abrir o Excel e clicar em DADOS, em seguida clicar no canto superior direito em SOLVER (2).

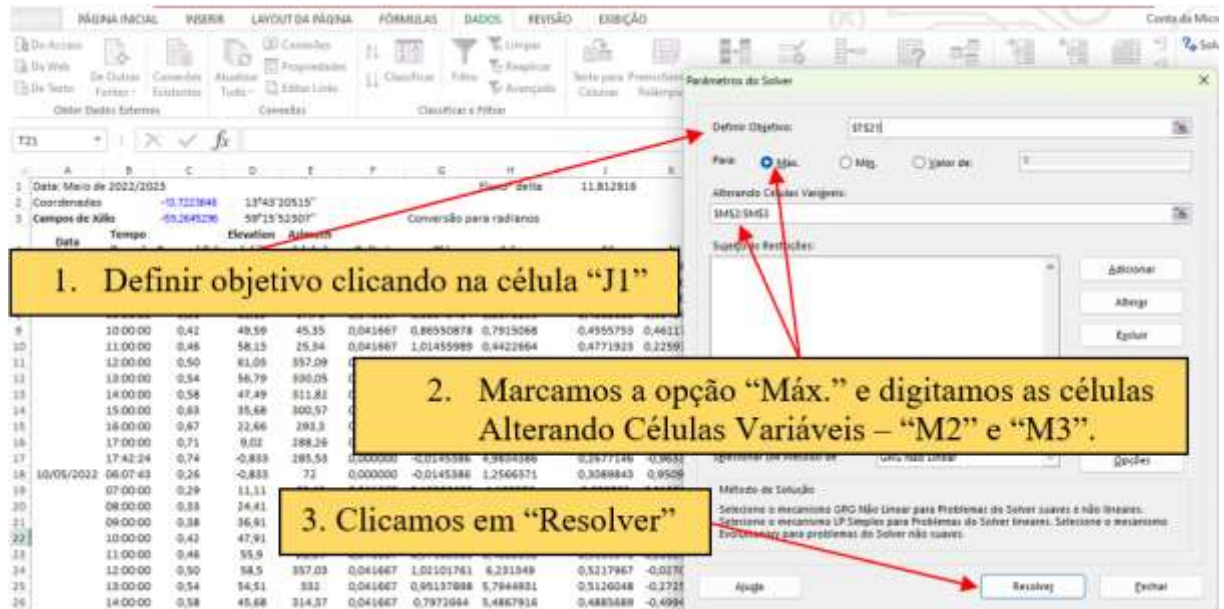


Fonte: O autor

Para determinar o melhor ângulo de instalação das placas fotovoltaicas, na célula “Definir objetivos” fornecemos o valor total do fluxo*delta (Δt) da célula “J1”, selecionamos a opção “Máx.”, que possui a função de maximizar o objetivo, marcamos as células que devemos ajustar no parâmetro “Alternando células variáveis”, que em nossa tabela é considerado o valor da célula “M2” que é o ângulo de inclinação - $\text{gama}(\gamma)$ e “M3” o ângulo que determina a direção da placa - $\text{teta}(\theta)$, e clicamos na célula “Resolver”, conforme a Figura 31 abaixo.

¹ O Solver é uma ferramenta do Microsoft Excel que pode ser usada para teste de hipóteses. Use o Solver para encontrar um valor ideal (máximo ou mínimo) para uma fórmula em uma célula, conforme restrições, ou limites, sobre os valores de outras células de fórmula em uma planilha.

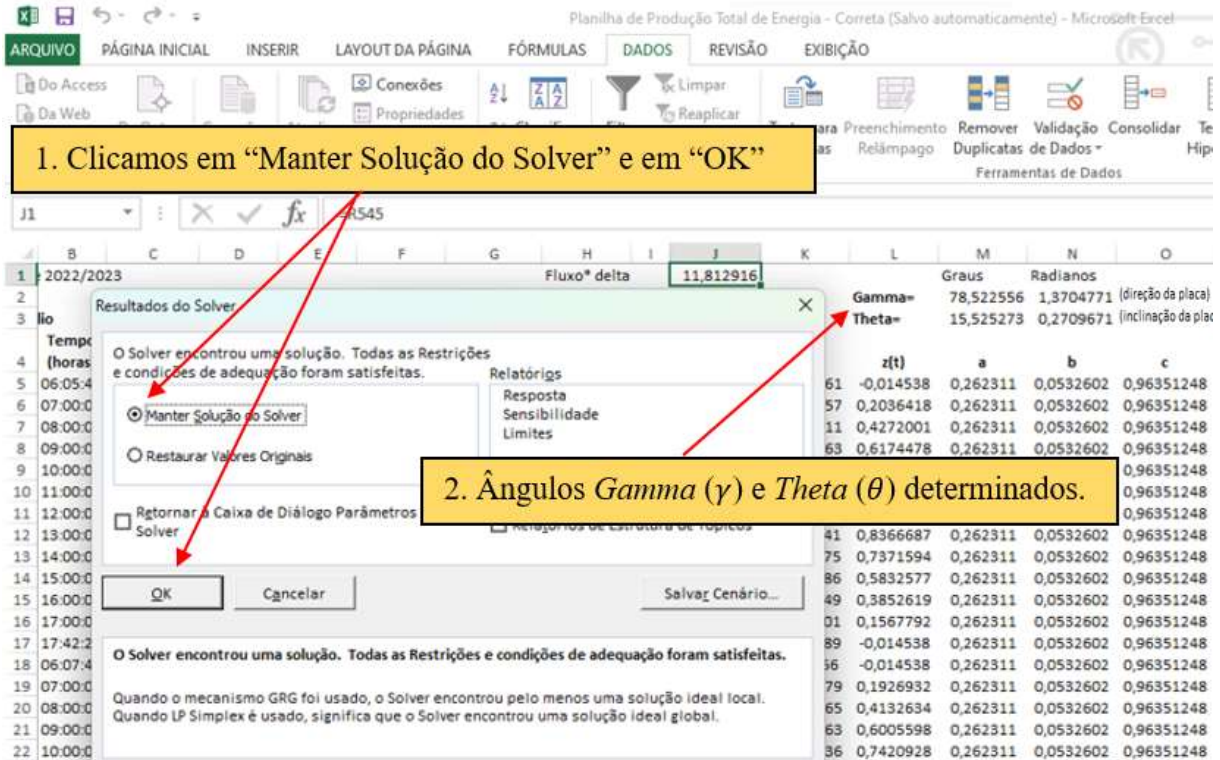
Figura 31: Print da aba do Excel com os passos para definirmos os parâmetros, selecionamos a célula “J1” - fluxo*delta t (1), marcamos o item “Máx” e selecionamos as células “Alterando Células Variáveis” – “M2” e “M3” e clicamos em “Resolver” (3).



Fonte: O autor

Após clicarmos em “Resolver”, nova aba é aberta com “Resultados do Solver”, em que marcaremos “Manter Solução do Solver” e em “OK” para determinarmos os ângulos. Este procedimento fornece imediatamente o ângulo que indica a direção da placa - γ e o ângulo de inclinação da placa - θ , que maximizam o fluxo total de energia, conforme Figura 32.

Figura 32: Print da aba do Excel com os passos da aba Resultados do Solver onde marcamos “Manter Solução do Solver”, clicamos em “OK” (1), ângulos determinados pelo Solver, para o ângulo de direção da placa – γ e o ângulo de inclinação – θ (2).



Fonte: O autor

Portanto, observamos que os ângulos obtidos que indicam a direção da placa - γ é de 78,522556 graus ou 1,3704771 radianos e o ângulo de inclinação - θ obtido é de 15,525273 graus ou 0,2709671 radianos.

Buscamos fazer uma comparação com outras fontes para verificarmos a eficiência de nosso modelo, primeiro utilizamos a ferramenta do site CRESESB - Centro de Referência para Energia Solar e Eólica Sérgio Brito / CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, acessado pelo link <http://www.cresesb.cepel.br/index.php#data>, o qual consultamos o programa *SunData* v 3.0., para verificar qual o ângulo de inclinação recomendado.

O programa *SunData* v 3.0. destina-se ao cálculo da irradiação solar diária média mensal em qualquer ponto do território nacional e constitui-se em uma tentativa do CRESESB de oferecer uma ferramenta de apoio ao dimensionamento de sistemas fotovoltaicos, o qual determina o ângulo de inclinação de instalação de uma placa fotovoltaica a partir das coordenadas geográficas de uma determinada localidade.

No site pesquisamos os dados do município de Campos de Júlio, o qual apresenta

coordenadas de latitude igual -13.7223646 graus e de longitude igual a -59.2645296 graus, onde o ângulo de inclinação de instalação de uma placa fotovoltaica recomendado é igual a 14 graus, onde diferença entre o ângulo modelado e o indicado é de aproximadamente de 10,8948 % . Assim, observamos que nosso modelo ficou muito próximo do recomendado pelo *site*, o que é uma indicação da eficiência e veracidade do mesmo.

A segunda comparação foi realizada com base na Figura 33 abaixo, consultada no *site* <https://www.manualslib.com/manual/2107347/Bosch-C-Si-M60-Na-30119.html?page=7#manual>, a qual indica que a inclinação de uma placa fotovoltaica com latitude geográfica do local igual 11 graus a 20 graus, o ângulo de inclinação recomendado é igual a latitude do local, assim para o município de Campos de Júlio a inclinação da placa fotovoltaica seria igual a 13.7223646 graus, onde diferença entre o ângulo modelado e o indicado é de aproximadamente de 13,1384%, o qual também fica próximo do encontrado em nosso modelo que é de 15,525273 graus.

Figura 33: Ângulo de inclinação pela latitude geográfica (BOSCH, 2011)

Latitude geográfica do local	Ângulo de inclinação recomendado
0° a 10°	$\alpha = 10^\circ$
11° a 20°	$\alpha = \text{latitude}$
21° a 30°	$\alpha = \text{latitude} + 5^\circ$
31° a 40°	$\alpha = \text{latitude} + 10^\circ$
41° ou mais	$\alpha = \text{latitude} + 15^\circ$

Fonte:<https://www.manualslib.com/manual/2107347/Bosch-C-Si-M60-Na-30119.html?page=7#manual>, acessado em 05 de junho de 2023.

Para melhoramento do modelo apresentado recomendamos que possam ser feitos alguns ajustes na tabela, pois sabemos que a quantidade de energia solar produzida ao longo do dia varia dependendo de vários fatores, incluindo a localização geográfica, a época do ano e as condições meteorológicas. No entanto, geralmente, o horário em que a energia solar atinge seu pico de produção é durante o meio-dia solar, por isso, recomendamos indicar pesos maiores às horas do dia as quais temos uma maior energia nos raios solares, o que acontece entre as 10 horas e as 15 horas e também dar pesos aos meses do ano que apresentem uma maior produção de energia luminosa, e assim, aprimorar o modelo.

No capítulo seguinte, apresentamos uma sequência de atividades que podem ser trabalhadas no Ensino Médio, a fim de trabalhar as habilidades propostas na BNCC e garantir a aprendizagem significativa dos estudantes.

CAPÍTULO 4

ATIVIDADES PROPOSTAS PARA ENTENDIMENTOS DAS FASES DO PROJETO.

Neste capítulo, apresentamos uma sequência de atividades criadas para serem aplicadas em sala de aula para ajudar os estudantes a entenderem as diferentes fases deste trabalho e como elas se interconectam. É possível adaptá-las de acordo com as necessidades particulares de cada turma, para que possam contribuir e aprofundar o entendimento sobre o assunto e colaborar na construção de uma aprendizagem significativa.

Segundo Zabala (1998, p. 18), sequências didáticas são: “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos [...]”. Assim, a sequência didática é a reunião de atividades propostas com a finalidade de organizar e orientar o processo de ensino aprendizagem.

Dessa forma, organizamos uma sequência didática para apresentar o problema da modelagem matemática da geração de energia em placas fotovoltaicas separando o processo em etapas, conforme expomos a seguir.

4.1 Apresentação do projeto

Apresentar aos estudantes o projeto de pesquisa para que eles se familiarizem com o tema e se motivem na busca de uma aprendizagem significativa através da Aprendizagem por projetos e a Modelagem Matemática.

Levar para os estudantes textos relacionados a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABProj) e da Modelagem Matemática para que os mesmos possam entender e conhecer essas metodologias.

Fazer pesquisa em sobre o tema abordado – Placas Fotovoltaicas, em que os estudantes deverão conhecer o *site*, ler textos, artigos sobre o assunto, e apresentá-los em roda de conversa o que mais lhe chamou a atenção.

Apresentar o projeto para que os estudantes conheçam-no e entendam as etapas a serem desenvolvidas para que possam responder a perguntas tais como: Porque as placas fotovoltaicas solares não são instaladas na posição horizontal? Qual o melhor ângulo de instalação das placas fotovoltaicas para maximização do fluxo de calor e assim ter maior produção de energia?

Figura 34: Site, textos e artigos e o projeto sobre placas fotovoltaicas

Site	Artigo	Projeto
 <p>http://www.cresesb.cepel.br/index.php?section=sundata&c</p>	 <p>https://ric.cps.sp.gov.br/handle/123456789/6805</p>	 <p>Temp: 1h 17 Data de 2021</p>

Fonte: O autor

Após a leitura, apresentação do projeto e roda de conversa, iremos apresentar alguns conceitos necessários para a determinação do ângulo de instalação de uma placa fotovoltaica, com suas respectivas atividades.

4.2 Raios solares

Levando em consideração o raio da Terra e o raio do Sol e a distância entre eles, vamos verificar através do *software* GeoGebra que os raios solares (radiação solar) chegam a Terra aproximadamente paralelos. O **GeoGebra** (www.geogebra.org) é um *software* gratuito e multiplataforma de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino. Este *software* integra geometria, álgebra, planilha eletrônica, gráficos, estatística e cálculo em um único ambiente fácil de usar.

Para iniciarmos a atividade, vamos pesquisar:

i) Qual o raio da Terra?

R: O raio da Terra é de *6.371 km*.

ii) Qual o raio do Sol?

R: O raio do Sol é de *696.340 km*.

iii) Qual a distância entre a Terra e o Sol?

R: A distância da Terra ao Sol é aproximadamente de *149 600 000 km*.

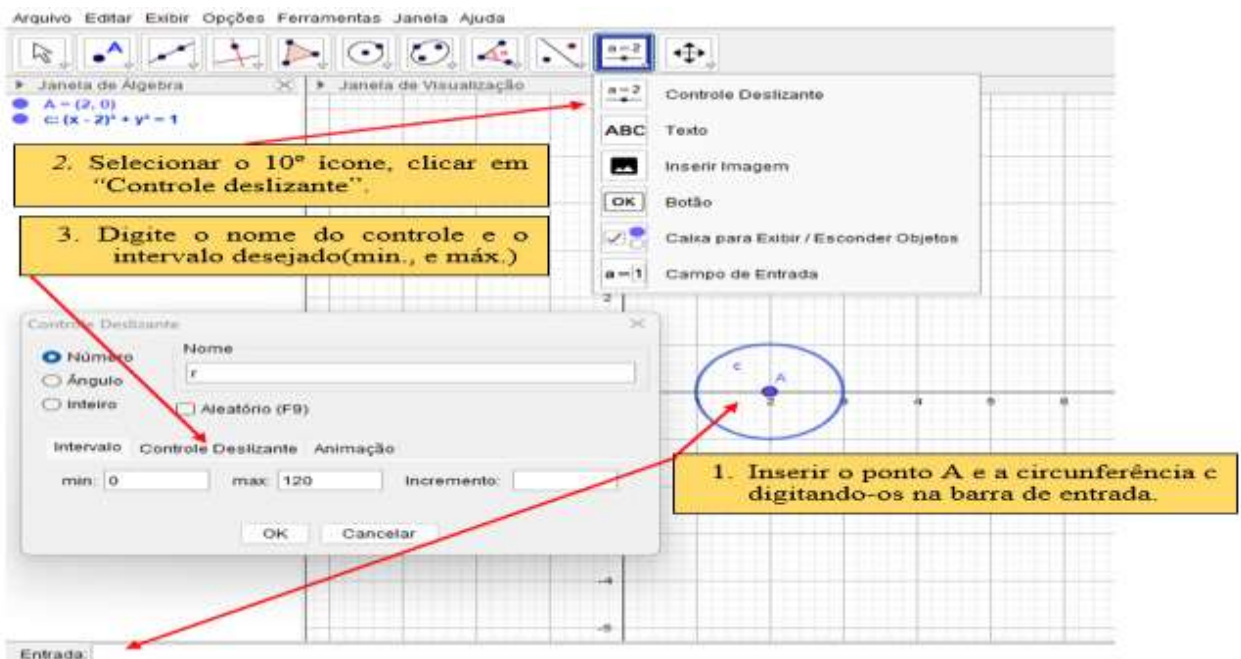
O Sol emite radiação em todas as direções, como o Sol está muito distante da Terra, os raios solares que chegam até nós são praticamente paralelos. Podemos verificar na

representação feita no *software* GeoGebra. Comparando o raio do Sol e o raio da Terra temos que o raio do Sol é igual a 696.340 km e o raio da Terra é igual a 6.371 km , dividindo o raio do Sol pelo raio da Terra, temos que o Sol tem um raio aproximadamente 109 vezes maior que o raio da Terra.

No *software* GeoGebra vamos:

1º) Criar o ponto de coordenadas $A = (2, 0)$ e a circunferência de raio $r = 1$, de equação $c: (x - 2)^2 + y^2 = 1$, digitando-os na barra de entrada. Como o raio do Sol é de aproximadamente 109 vezes maior que o raio da Terra, construiremos um “controle deslizante” r com intervalo de 0 a 120 unidades. Conforme mostra na Figura 35.

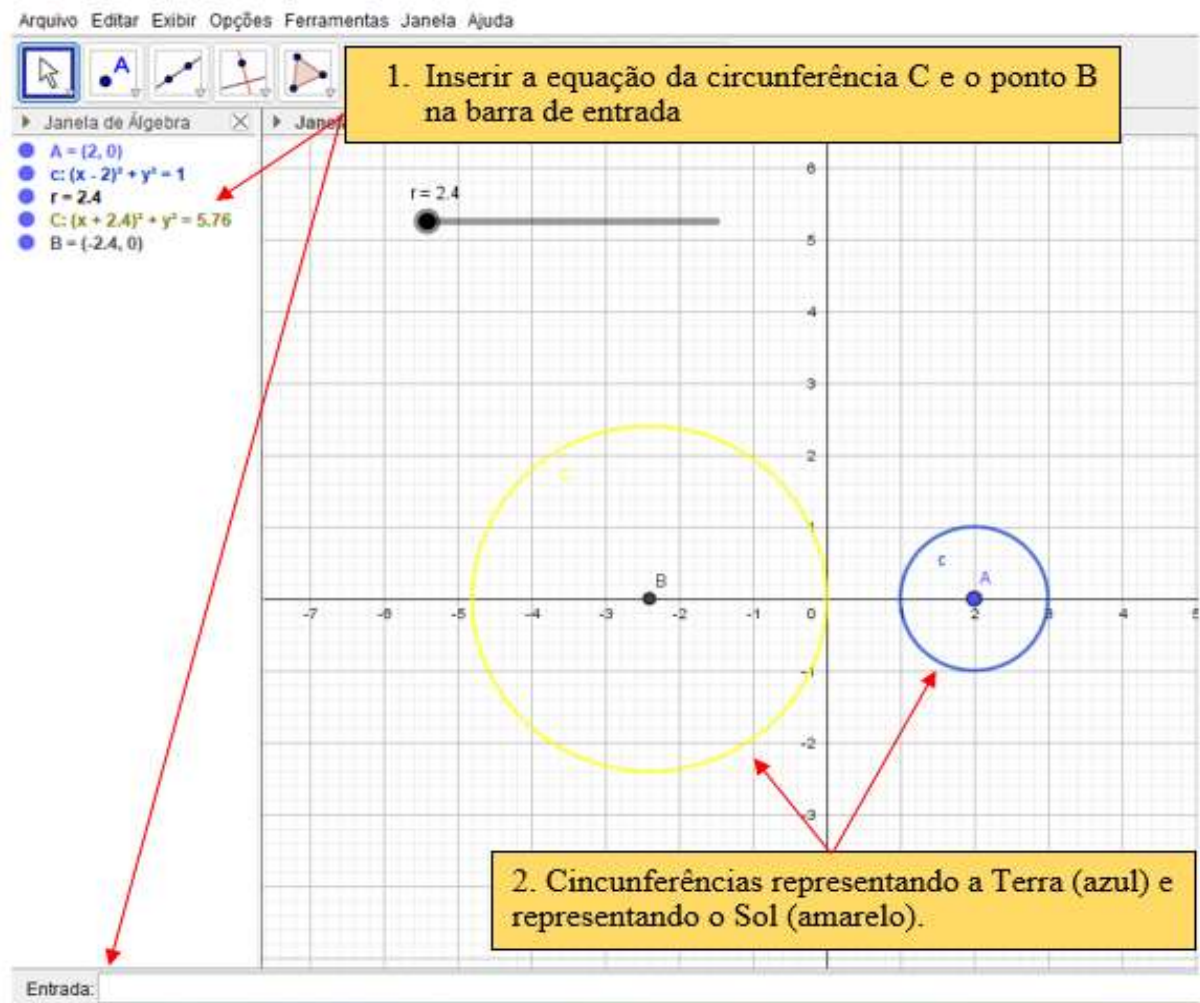
Figura 35: *Print* da aba *software* GeoGebra com os passos para a construção dos pontos A, da circunferência c e do controle deslizante r.



Fonte: O autor

2º) Criar a circunferência, de equação $C: (x + r)^2 + y^2 = r^2$, digitando a equação na barra de entrada, em seguida criar o ponto $B = (-r, 0)$ digitando na barra de entrada, onde a circunferência de cor azul representa a Terra e de cor amarela representa o Sol. Conforme mostra a Figura 36 abaixo.

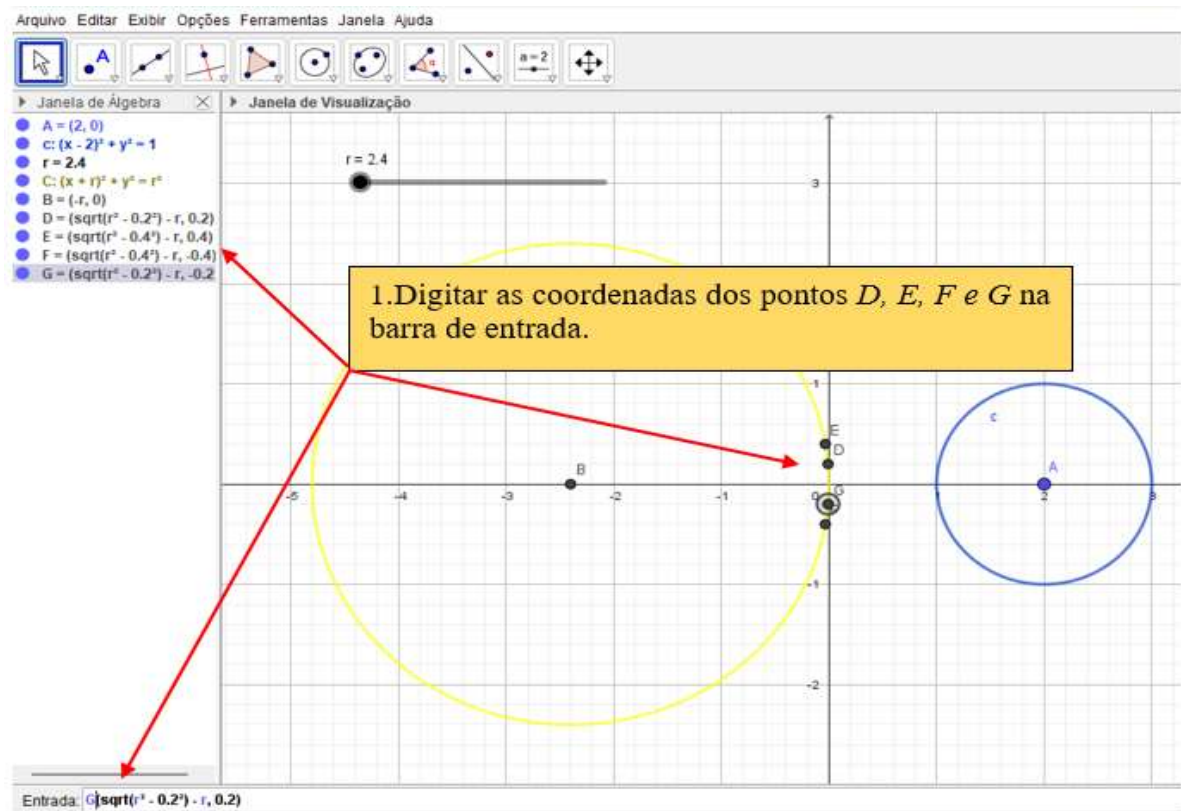
Figura 36: Print da aba software GeoGebra com os passos para a construção da circunferência C e do ponto B.



Fonte: O autor

3º) Construir os pontos $D: (\sqrt{r^2 - 0.2^2} - r, 0.2)$, $E: (\sqrt{r^2 - 0.4^2} - r, 0.4)$, $F: \sqrt{r^2 - 0.4^2} - r, -0.4$ e $G: (\sqrt{r^2 - 0.2^2} - r, -0.2)$, que intersectam a circunferência do Sol, digitando as coordenadas de cada ponto na barra de entrada. conforme Figura 37.

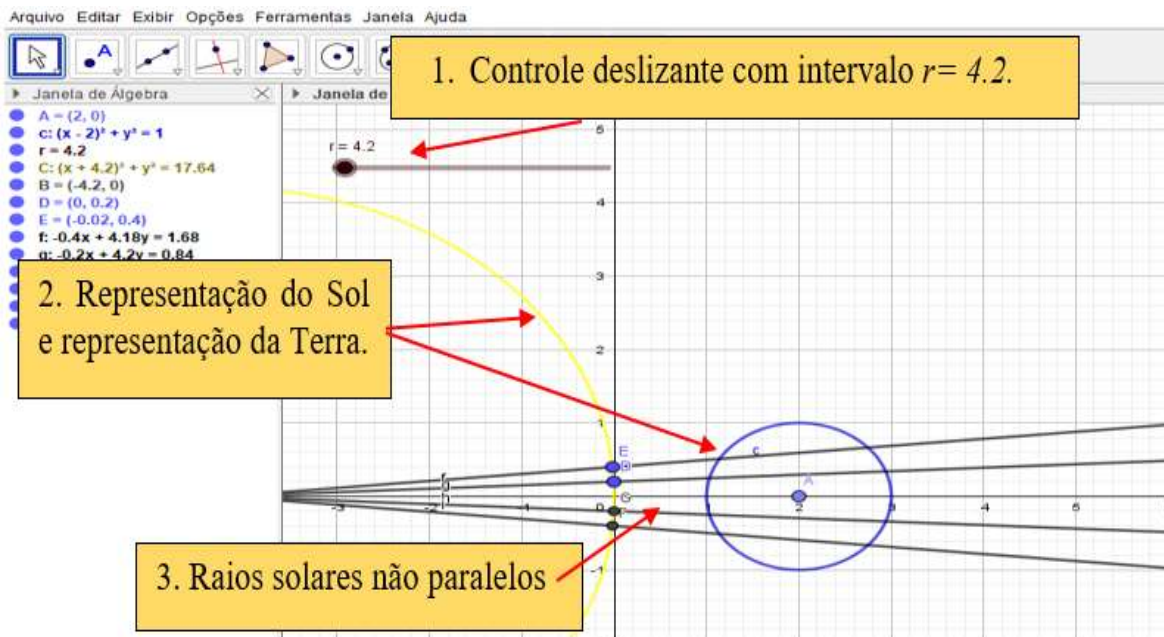
Figura 37: Print da aba *software* GeoGebra com os passos para a construção dos pontos D, E, F, G após digitar os dados na barra de entrada



Fonte: O autor

5º) Em seguida, construiremos semirretas que parte do centro da circunferência do Sol (ponto B) e passam pelos pontos D, E, F e G, que representam os raios solares, com suas respectivas equações representadas por *f*, *g*, *h* e *i*. Na sequência, movendo o controle deslizante *r* para valores menores que 109, podemos observar que as semirretas criadas que partem do Sol (raios solares), e cortam a Terra não são paralelas umas com as outras, conforme Figura 38.

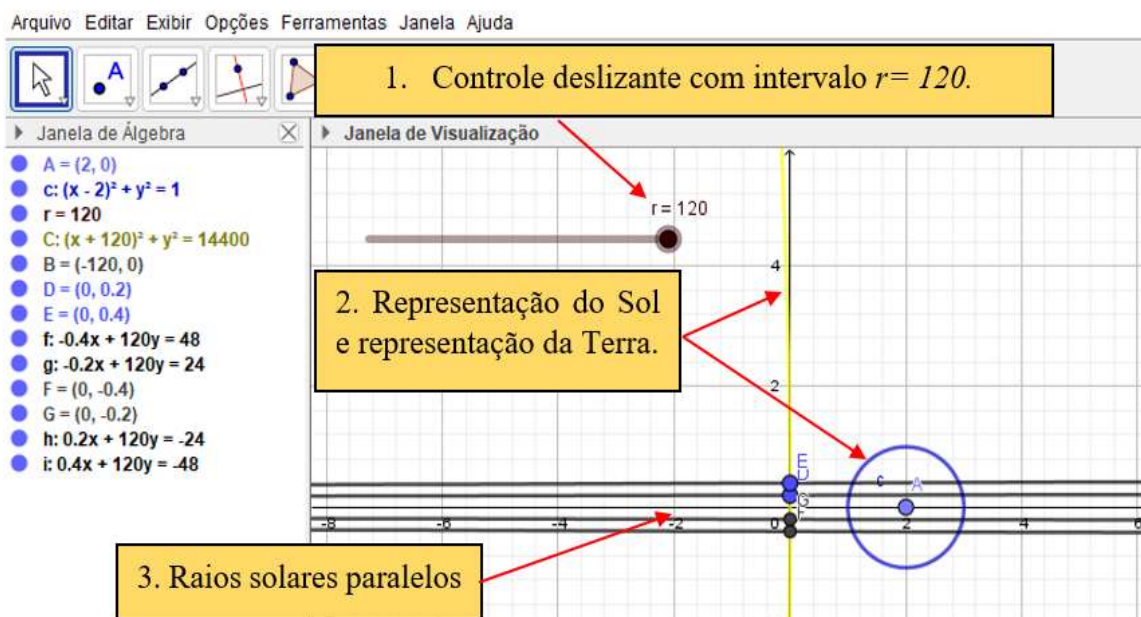
Figura 38: Print da aba *software* GeoGebra com a representação do “Controle deslizante” com valor de r igual a 4.2, e os raios solares, chegando de forma não paralelos a Terra.



Fonte: O autor

Em seguida, movendo o controle deslizante r para valores maiores que 109, podemos observar que as semirretas criadas que partem do Sol (raios solares), cortam a Terra uma aproximadamente paralela a outra, conforme Figura 39.

Figura 39: Print da aba *software* GeoGebra com a representação do “Controle deslizante” com valor de r igual a 120, e os raios solares, chegando aproximadamente paralelos a Terra.



Fonte: O autor

Portanto, podemos verificar observando os passos acima, que os raios do Sol chegam a Terra aproximadamente paralelos. Na sequência iremos conceituar o ângulo azimutal e o ângulo de elevação do Sol importantes na determinação do ângulo de instalação das placas fotovoltaicas.

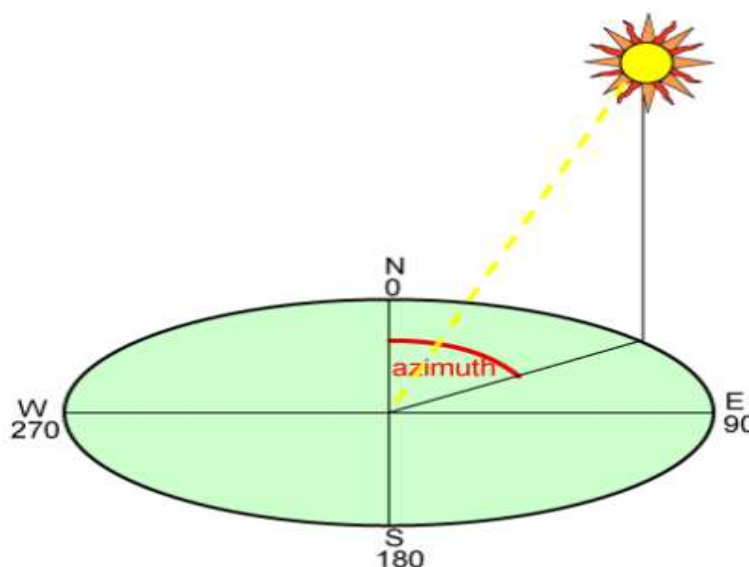
4.3 Ângulo azimutal

Para que os estudantes entendam e conheçam o ângulo azimutal com o auxílio de uma bússola e de um transferidor, eles devem desenvolver uma atividade extra classe, levando em consideração a direção norte na bússola, devem determinar o ângulo azimutal sempre em relação a uma reta perpendicular com a direção norte e a posição do Sol no sentido horário.

Para a realização desta atividade, vamos definir:

1º) Ângulo Azimutal - É o ângulo que forma o Norte e um corpo celeste, medido em uma direção rotacional no sentido horário em torno do horizonte do observador, conforme Figura 40.

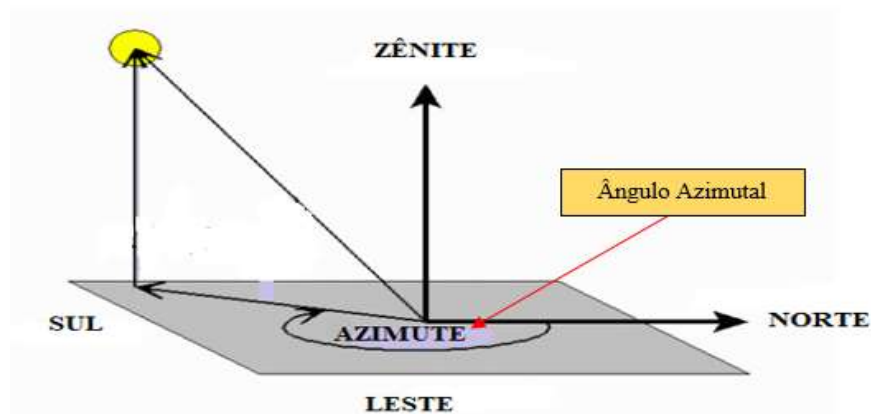
Figura 40: Ângulo azimutal



Fonte: <https://www.pveducation.org/es/fotovoltaica>

2º) Levar os estudantes para o pátio da escola e com o auxílio da bússola, posicionar o estudante para a direção norte e marcar uma linha com um giz no chão, depois girar no sentido horário até ficar de frente para a posição do sol e marcar outra linha no chão. Com o auxílio de um transferidor medir o ângulo formado com as linhas marcadas e anotar o ângulo encontrado, como representado na Figura 41.

Figura 41: Representação do ângulo azimutal



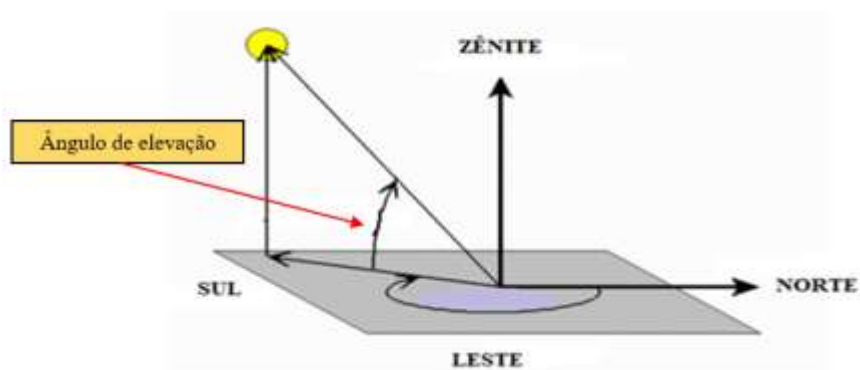
Fonte: <https://www.celestis.com/resources/faq/what-are-the-azimuth-and-elevation-of-a-satellite/>

4.4 Ângulo de elevação

Apresentar aos estudantes o aplicativo *Stellarium*, com o qual é possível determinar o ângulo de elevação direcionando a câmera do celular para o Sol.

1º) Definir ângulo de elevação do Sol - O ângulo de elevação, é o ângulo entre o objeto e o horizonte local do observador. Para objetos visíveis é um ângulo entre 0 e 90 graus. Para objetos abaixo do horizonte esse ângulo está compreendido entre -90 e 0 graus.

Figura 42: Representação do ângulo de elevação



Fonte: <https://www.celestis.com/resources/faq/what-are-the-azimuth-and-elevation-of-a-satellite/>

2º) O Professor deve orientar os estudantes a instalarem no seu celular o aplicativo *Stellarium* através do *Google Play Store* ou outro.

Definição: *Stellarium* é um *software* de código aberto que simula um planetário virtual, ele permite que você explore o céu e visualize estrelas, planetas, luas, constelações e outros objetos celestes de qualquer local e em qualquer data. O *software* utiliza dados astronômicos precisos para fornecer uma representação realista do céu, e você pode ajustar a visualização para diferentes: horários, latitudes e longitudes.

Depois de baixar o aplicativo, abrir o mesmo, direcioná-lo para o Sol, clicar na seta na parte inferior esquerda do aplicativo e fazer a leitura do ângulo de elevação apresentado no aplicativo, conforme as imagens da Figura 43.

Figura 43: Uso do Aplicativo *Stellarium*



Fonte: O autor

3º) Após realizar os passos anteriores anotar o ângulo de elevação do Sol apresentado no aplicativo.

Na sequência determinaremos o ângulo formado entre a placa fotovoltaica com a normal à placa.

4.5 Ângulo da placa fotovoltaica com a normal

Com uma placa de papelão, ou com imagem das placas fotovoltaicas e vamos determinar o ângulo da placa com a normal e o zênite, o qual é o mesmo ângulo de inclinação da placa fotovoltaica, como apresentado na Figura 44 abaixo.

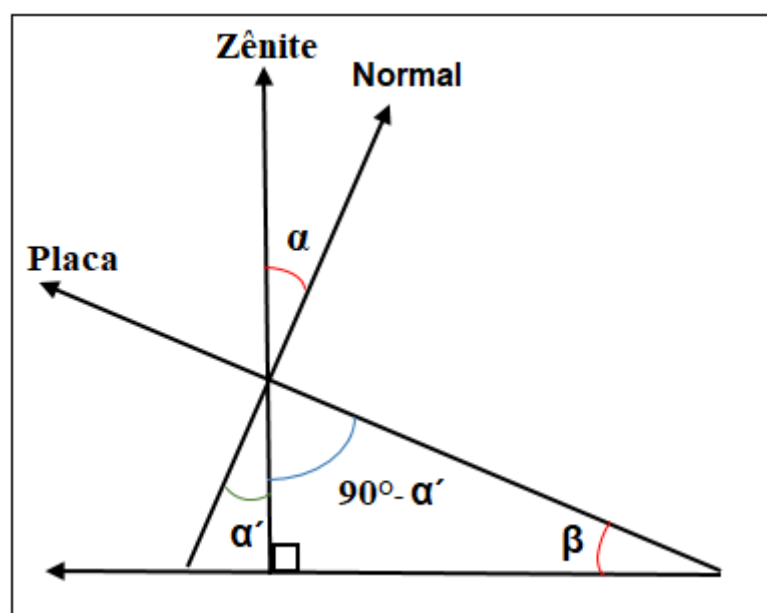
Figura 44: Ângulo da placa fotovoltaica com a normal e o zênite



Fonte: O autor

Para demonstrarmos que o ângulo formado com a normal e o zênite é igual ao ângulo de instalação da placa fotovoltaica, usaremos a semelhança de triângulos (dois triângulos são semelhantes quando dois ângulos de um são respectivamente congruentes a dois ângulos do outro), ângulos complementares (quando a soma das medidas de dois ângulos é igual a 90°) e ângulos opostos pelo vértice (dois ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida, isto é, são congruentes), como demonstrado abaixo.

Figura 45: Demonstração do ângulo formado com a normal e o zênite.



Fonte: O autor

Como podemos observar na Figura 45, o ângulo α e α' , são congruentes pela condição

ângulos opostos pelo vértice. Assim,

$$\alpha = \alpha'$$

Temos que os ângulos α' e θ , são ângulos complementares, assim,

$$\alpha' + \theta = 90^\circ$$

$$\theta = 90^\circ - \alpha'$$

Portanto, temos que β é determinado da seguinte maneira,

$$\theta + 90^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$90^\circ - \alpha' + 90^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$- \alpha' + \beta = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ$$

$$- \alpha' + \beta = 0^\circ$$

$$\beta = \alpha'$$

Logo, temos que $\beta = \alpha'$, $\alpha = \alpha'$ e portanto $\beta = \alpha$. Assim, o ângulo formado com a normal e o zênite é igual ao ângulo de instalação da placa fotovoltaica.

Com os ângulos definidos, iremos determinar o fluxo de energia luminosa com atividade realizada com folha sulfite, régua e pedaço de papelão.

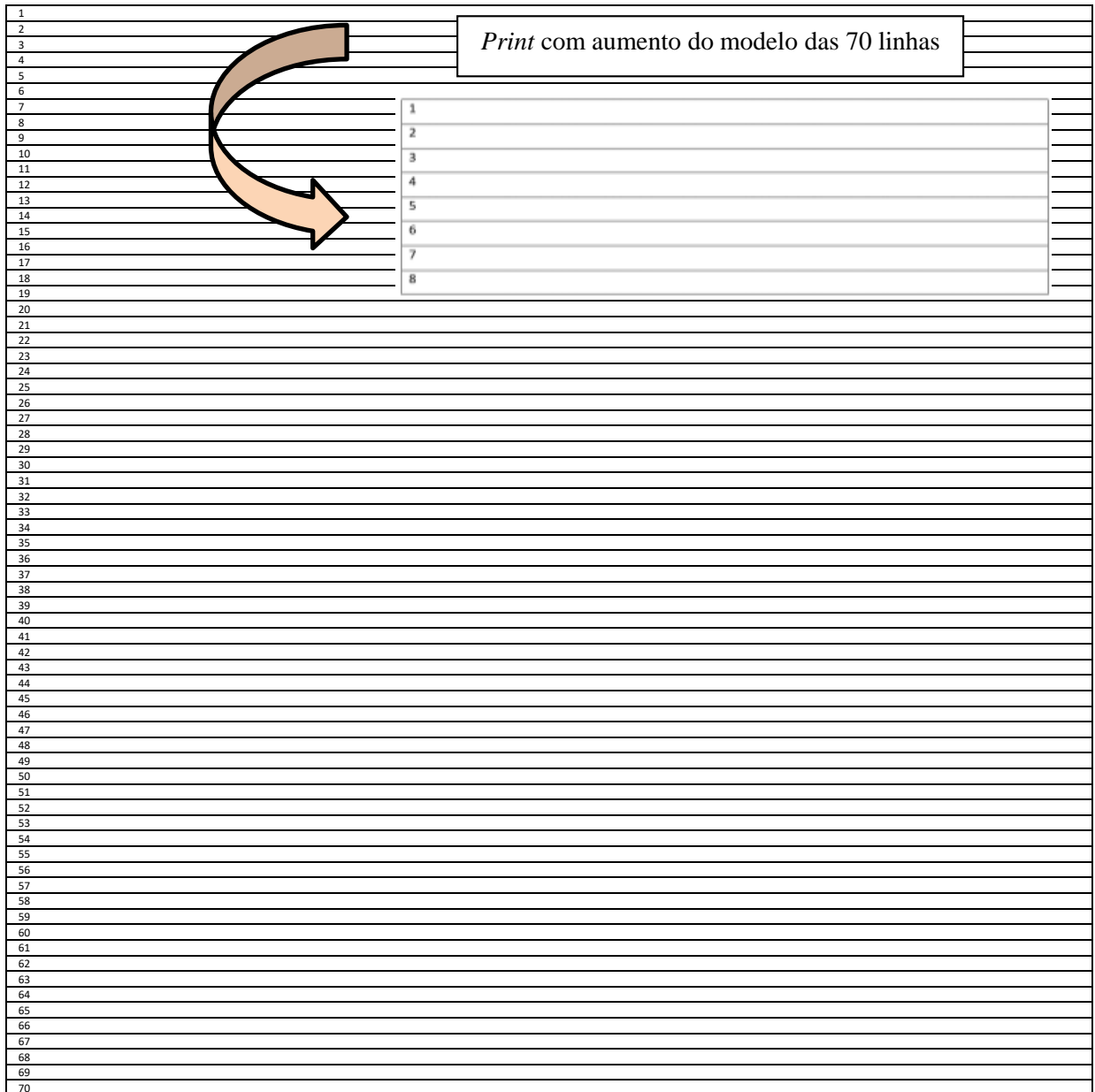
4.6 Tabela de fluxo de energia luminosa

Construir em uma folha sulfite 70 linhas (retas paralelas) no *Word* e com uma régua com segmento de 10 cm, colar uma seta de papel no ponto médio do segmento a qual representará a normal a placa. Na sequência fazer a verificação de quantas linhas a régua captura com os ângulos de 0° , 15° , 30° , 45° , 60° e 90° . Criar uma tabela com os valores encontrados e em seguida construir um gráfico - o qual se espera encontrar é o gráfico da função cosseno.

Para a realização desta atividade, temos que:

- 1º) Definir fluxo de energia luminosa: fluxo de energia luminosa é medida em quantidade de energia por unidade de área, em watts-hora por metro quadrado (Wh/m^2) de unidades.
- 2º) Levar para os estudantes uma folha sulfite com 70 linhas (retas paralelas) impressas com igual espaçamento (fonte *Times New Roman*, tamanho da fonte 6) que representam os raios solares, como segue no modelo na Figura 46.

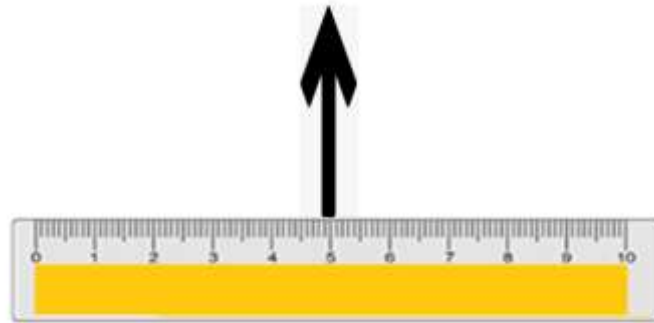
Figura 46: Folha sulfite com 70 linhas (retas paralelas).



Fonte: O autor

3º) Com uma régua de 10 cm de segmento ou com um pedaço de papel-cartão de mesma medida (que representa a placa fotovoltaica), colar no ponto médio uma seta para representar a normal à placa, conforme mostrado na Figura 47, a qual servirá para verificar quantas linhas são capturadas, com os ângulos pré-estabelecidos.

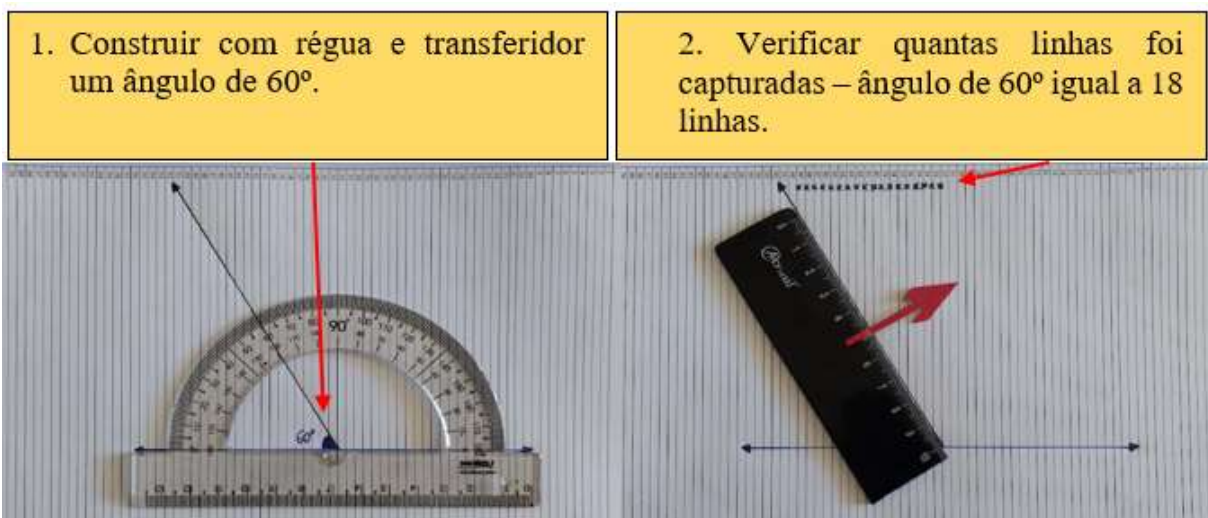
Figura 47: Régua e seta que representa a normal a placa



Fonte: O autor

4º) Fazer verificação de quantas linhas, raios solares (da folha sulfite - item 2) a régua (placa fotovoltaica) captura com os ângulos definidos de: 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° e 90° , conforme a Figura 48.

Figura 48: Números de linhas capturadas com um ângulo de 60° .



Fonte: O autor

5º) Feito o levantamento do número de linhas capturadas com os diferentes ângulos estabelecidos, construir uma tabela com os valores encontrados, conforme a Figura 49.

Figura 49: Ângulos com número de linhas capturadas

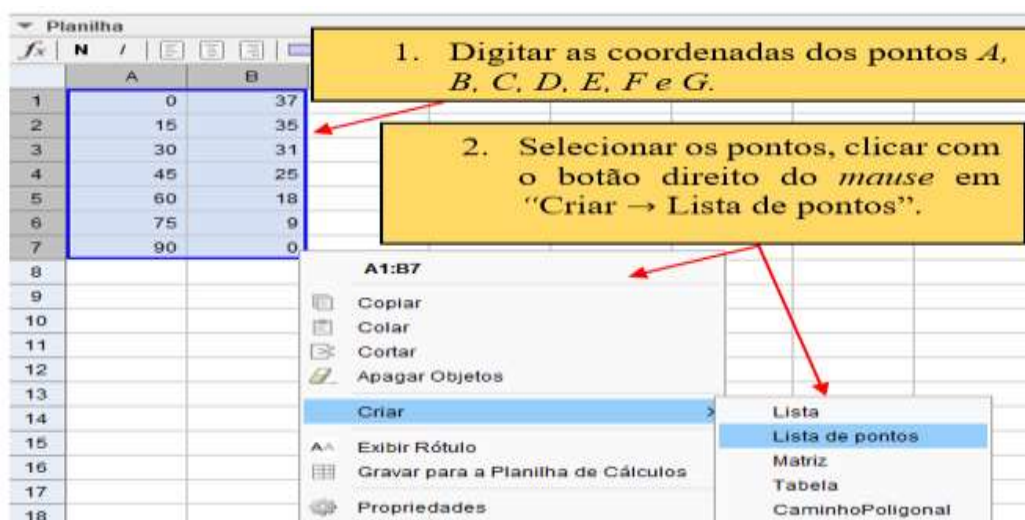
Ângulos	Número de linhas
0°	37
15°	35
30°	31
45°	25
60°	18
75°	9
90°	0

Fonte: O autor

6º) Com o auxílio do GeoGebra representar os pontos e construir o gráfico da função com os dados coletados encontrados.

i) Abrir o GeoGebra e construir os pontos $A=(0, 37)$, $B=(15, 35)$, $C=(30, 31)$, $D=(45, 25)$, $E=(60, 18)$, $F=(75, 9)$ e $G=(90, 0)$, apresentados na Figura 45. Utilizando a ferramenta “Planilha” do GeoGebra que pode ser acessada clicando em “Exibir→ Planilha”. Digitamos os dados (coordenadas), criamos uma lista de pontos, selecionando-os na planilha e clicando com o botão direito do *mouse* escolhendo a opção “Criar → Lista de pontos”, conforme Figura 50.

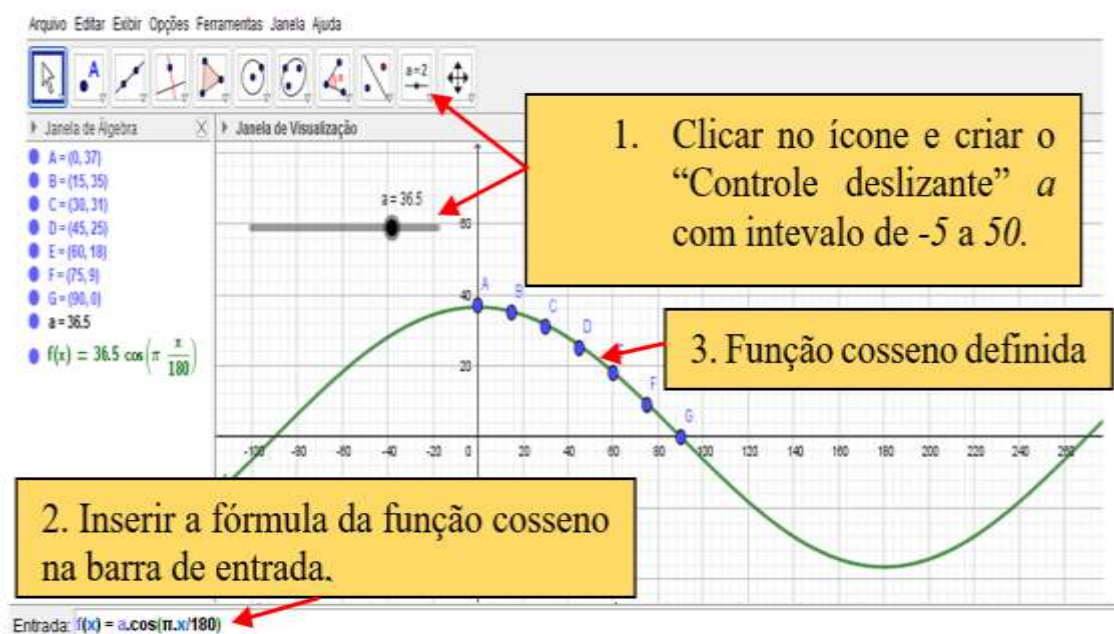
Figura 50: Print da aba *software* GeoGebra com os passos para a construção lista de pontos, após digitar os dados na ferramenta de planilha do GeoGebra.



Fonte: O autor

ii) Construir o controle deslizante a com intervalo de -5 a 50 e inserir a função $f(x) = a \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{x}{180}\right)$, para converter os ângulos apresentados em graus para radianos, estes são diretamente relacionado ao comprimento do arco em uma circunferência. Um radiano é definido como o ângulo central que subtende um arco, cujo comprimento é igual ao raio da circunferência. Essa relação direta facilita muitos cálculos trigonométricos e simplifica a formulação de várias fórmulas e equações em matemática e física, conforme mostrado na Figura 51 abaixo.

Figura 51: *Print* da aba software GeoGebra com os passos para a construção do “controle deslizante” a de intervalo -5 a 50 , inserção e determinação da função $f(x) = a \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{x}{180}\right)$.



Fonte: O autor

Portanto, como podemos observar o gráfico encontrado é o gráfico da função cosseno. A função cosseno é uma função periódica que descreve bem o movimento oscilatório do caminho do Sol. Ela é frequentemente usada para modelar fenômenos periódicos na física e na matemática. No caso do movimento aparente do Sol durante o dia, uma função cosseno pode ser utilizada para descrever a variação da altura angular do Sol em relação ao horizonte e o fluxo de energia na placa ao longo do tempo, como visto no gráfico apresentado na Figura 51.

4.7 Construção de uma tabela com o fluxo de energia luminosa total

Construir uma tabela com dados coletados através do *site SunEarthTools.com - Ferramentas* para designers e consumidores de energia solar, pesquisar o fluxo de energia luminosa de uma cidade, através de suas coordenadas geográficas, em posse dos dados coletados fazer o cálculo do fluxo de energia luminosa e da produção de energia para um dia, um mês e para um ano. Na sequência, realizar a somatória do fluxo de energia luminosa vezes Δt , e através do *Solver*, um suplemento do *Microsoft Excel* (que pode ser usado para teste de hipóteses), determinar qual o melhor ângulo de instalação das placas fotovoltaicas para maximização do fluxo de energia luminosa, e assim, ter maior produção de energia, etapas estas desenvolvidas no Capítulo 3 e apresentadas na Figura 52 abaixo.

Figura 52: Tabela de produção de energia luminosa e determinação dos ângulos de instalação de uma placa fotovoltaica.

Data: Maio de 2022/2023		Fluxo* delta		11,812916		Graus		Radianos		Gamma=		78,522556		1,3704771 (inclinação)		c =		1	
Coordenadas		-13,7223646		13°43'20515"		Gamma=		78,522556		1,3704771 (inclinação)		c =		1					
Campos de Júlio		-53,2645298		59°15'52307"		Conversão para radianos		Theta=		15,525273		0,2709671 (direção placa)							
Data	Tempo (horas)	Tempo (dia)	Elevation (phi)	Azimuth (alpha)	Delta t	Phi	alpha	x(t)	y(t)	z(t)	a	b	c	Fluxo de calor instantâneo	Fluxo*delta t				
01/05/2022	06:05:46	0,25	-0,833	74,62	0,000000	-0,0145386	1,3023647	0,2651915	0,9640861	-0,0145388	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,106902489	0				
	07:00:00	0,29	11,75	71	0,041667	0,20507619	1,2891838	0,318746	0,9257057	0,2086418	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,329125257	0,01371355				
	08:00:00	0,33	25,29	65,6	0,041667	0,44139377	1,144896	0,3735113	0,8234011	0,4272001	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,553443252	0,02306014				
	09:00:00	0,38	38,13	57,71	0,041667	0,66549404	1,0072295	0,4202118	0,6649663	0,6174478	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,740561129	0,03085671				
	10:00:00	0,42	49,59	45,35	0,041667	0,86550878	0,7915068	0,4555753	0,4611755	0,7614252	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,877707383	0,03657114				
	11:00:00	0,46	58,13	25,34	0,041667	1,01455989	0,4422664	0,4771923	0,2259755	0,8492483	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,955469579	0,03981123				
	12:00:00	0,50	61,03	357,09	0,041667	1,06517444	6,2323962	0,483727	-0,024589	0,8748734	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,968528755	0,04035536				
	13:00:00	0,54	56,79	330,05	0,041667	0,99117248	5,7604592	0,4745689	-0,273441	0,8366687	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,916061895	0,03816925				
	14:00:00	0,58	47,49	311,82	0,041667	0,82885686	5,4421857	0,4505644	-0,503575	0,7371594	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,801629751	0,03340124				
	15:00:00	0,63	35,68	300,57	0,041667	0,62273348	5,2459361	0,4131217	-0,699386	0,5832577	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,633092952	0,02637887				
	16:00:00	0,67	22,66	293,3	0,041667	0,39549161	5,1190507	0,3650123	-0,847549	0,3852619	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,421810703	0,01757545				
	17:00:00	0,71	9,02	288,26	0,029444	0,1574287	5,0310861	0,3084548	-0,937901	0,1567792	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,182279908	0,00536711				
	17:42:24	0,74	-0,833	285,53	0,000000	-0,0145386	4,9834386	0,2677146	-0,963389	-0,0145388	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,004906547	0				
10/05/2022	06:07:43	0,26	-0,833	72	0,000000	-0,0145386	1,2566371	0,3089843	0,950956	-0,0145388	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,117690506	0				
	07:00:00	0,29	11,11	68,49	0,041667	0,19390608	1,195376	0,359792	0,9112919	0,1926932	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,328661945	0,01369425				
	08:00:00	0,33	24,41	62,98	0,041667	0,42603487	1,0991084	0,4136922	0,8112165	0,4132634	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,549905997	0,02291275				
	09:00:00	0,38	36,91	54,91	0,041667	0,64420103	0,9583603	0,4596484	0,6542563	0,6005598	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,734063525	0,03058598				
	10:00:00	0,42	47,91	42,48	0,041667	0,83618724	0,7414159	0,4943529	0,4526736	0,7420928	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,868799414	0,03619998				
	11:00:00	0,46	55,9	23,14	0,041667	0,97563905	0,4038692	0,5155341	0,2203195	0,8280603	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,944810989	0,03936712				
	12:00:00	0,50	58,5	357,03	0,041667	1,02101761	6,231349	0,5217967	-0,027072	0,8526402	0,262311	0,0532602	0,96351248	0,956960577	0,03987336				

Fonte: O autor

4.8 Questionário para finalização do projeto

Nesta etapa será feita coleta de dados, por meio de um questionário desenvolvido com o objetivo de realizar análise dos dados e verificar como as metodologias ativas Aprendizagem Baseada em Projetos e Modelagem Matemática podem auxiliar na construção do conhecimento e favorecimento para uma aprendizagem significativa para os estudantes.

Para aplicação do questionário, assegurar a privacidade das pessoas citadas nos

documentos institucionais e/ou contatadas diretamente, de modo a proteger suas imagens, bem como garantir que não utilizará as informações coletadas em prejuízo dessas pessoas e/ou da instituição, respeitando deste modo as Diretrizes Éticas da Pesquisa Envolvendo Seres Humanos, no termos estabelecidos nas Resoluções Nº 466/12 e Nº 510/16 do CNS.

MODELO DE QUESTIONÁRIO

Este questionário tem como objetivo coletar informações sobre como as metodologias ativas Aprendizagem Baseada em Projetos e Modelagem Matemática, podem auxiliar na construção do conhecimento e favorecimento para uma aprendizagem significativa dos/as estudantes. Portanto, colabore respondendo essa pesquisa, deixando seu registro sobre toda sua experiência com estas metodologias.

1) Você acredita que os conhecimentos adquiridos durante as aulas são utilizados na construção de aparelhos tecnológicos e/ou por profissionais de áreas técnicas (engenheiros, médicos, biólogos, físicos, químicos, etc)?

() Sim () Parcialmente () Não

2) Você acredita que poderá aplicar os conhecimentos adquiridos durante as aulas no seu cotidiano?

() Sim () Parcialmente () Não

3) As atividades práticas ajudaram no entendimento dos conceitos teóricos?

() Sim () Parcialmente () Não

4) Quanto ao conteúdo apresentado durante o desenvolvimento das aulas: atendeu a sua expectativa?

() Sim () Parcialmente () Não

5) O projeto sobre as placas fotovoltaicas lhe proporcionou uma aprendizagem prática e teórica?

() Sim () Parcialmente () Não

6) Quão fácil foi entender a linguagem ou os termos usados durante o projeto?

(A) Muito fácil

- (B) Moderadamente fácil
- (C) Nem fácil nem difícil
- (D) Moderadamente difícil
- (E) Muito difícil

7) Você acha que a duração (tempo) do projeto foi suficiente para a construção do seu conhecimento?

() Sim () Parcialmente () Não

8) Você avalia que a construção de seu conhecimento durante o projeto foi boa?

() Sim () Parcialmente () Não

9) Qual o seu grau de satisfação com o desenvolvimento das atividades realizadas durante o projeto?

- (A) Muito insatisfeito
- (B) Insatisfeito
- (C) Prefiro não responder
- (D) Satisfeito
- (E) Muito satisfeito

10) Para a construção de seu conhecimento, você prefere:

- (A) Aulas tradicionais, onde o professor explica o conteúdo e aplica avaliações escritas.
- (B) Aulas de desenvolvimento de projetos com aulas teóricas e práticas.

11) Você tem alguma sugestão ou comentário para melhorar o desenvolvimento das aulas?

Com base nas atividades apresentadas neste capítulo, temos uma proposta concreta de como utilizar a Aprendizagem Baseada em Projetos e a Modelagem Matemática em atividades do Ensino Médio. Sabemos que essas são abordagens valiosas e que podem ser eficazes no desenvolvimento de competências e habilidades dos estudantes. Elas oferecem uma

perspectiva inovadora e engajadora para a educação, proporcionando uma formação mais completa e preparando-os para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

O desenvolvimento das atividades para a determinação do melhor ângulo de instalação de placas fotovoltaicas, permite que os estudantes se envolvam com um processo metodológico que inclui a formulação de hipóteses, coleta e análise de dados, interpretação de resultados e conclusões. Essa experiência introduz os estudantes ao método científico e à abordagem sistemática de investigação, promovendo a colaboração entre os pares, permitindo que trabalhem em equipe.

Ao trabalhar com projetos significativos e aplicáveis à vida real, os estudantes tendem a se engajar mais profundamente com os conteúdos, percebendo a relevância dos conceitos matemáticos ao aplicá-los em situações concretas. O modelo apresentado pode contribuir para o desenvolvimento de uma educação matemática em que o estudante faz e, fazendo, aprende.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas seções a seguir serão apresentadas as conclusões referentes ao que foi desenvolvido no percurso deste trabalho e as recomendações para futuras pesquisas que podem ser realizadas a partir dos resultados encontrados e percepções sobre o uso das metodologias ativas no ensino aprendizagem.

5.1 Conclusões

No decorrer deste trabalho, buscamos explicitar todas as fases de maneira clara, desde a etapa inicial, coleta de dados, desenvolvimento, pesquisa e finalização do mesmo. Afim de mostrar que os conteúdos de Matemática do Ensino Médio podem ser trabalhados de forma que os estudantes percebam a relação entre a teoria e prática. E, assim, despertem maior interesse pelo tema e pelas aulas de matemática.

Assim, concluímos que o Modelo apresentado, propiciou o acesso as informações e conceitos que auxiliam no entendimento da Modelagem Matemática aplicada ao tema Placas Fotovoltaicas. Através da identificação de uma situação real, foi realizada a coleta de informações para a definição de conceitos, busca de dados para construção de tabelas e assim calcularmos o ângulo de inclinação de instalação de uma placa fotovoltaica para a maximização do fluxo de energia luminosa e assim ter maior produção de energia. Quando comparados os resultados apresentados com outras fontes, observamos que nosso modelo ficou muito próximo do recomendado, o que é uma indicação da eficiência e veracidade do mesmo.

Assim, acreditamos que o uso das Metodologias Ativas, como a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino capaz de promover uma compreensão mais profunda, fazendo com que os estudantes desenvolvam conexões entre a teoria aprendida em sala de aula e o mundo real. A modelagem desenvolve atividades, a fim de que os professores se tornem mediadores do ensino e os estudantes, protagonistas de sua aprendizagem, se tornem mediadores de ensino, aprendendo a trabalhar em equipe, ouvindo diferentes perspectivas e construindo consenso e conhecimento em conjunto. E, portanto estejam aptos a viver e opinar em situações-problema vivenciadas na atualidade.

Já a Aprendizagem Baseada em Projeto, possibilita uma abordagem dos conteúdos de maneira prática e significativa, em que estudantes se envolvem de maneira efetiva no desenvolvimento das atividades propostas, expandindo habilidades e competências relevantes

para resolver os mais variados desafios do seu cotidiano, tornando-se aprendizes ativos, criativos, colaborativos e preparados para o sucesso na vida pessoal e acadêmica.

Construímos uma sugestão de sequência didática de aplicação em sala de aula para ajudar os estudantes a entenderem as diferentes fases do trabalho e como elas se interconectam, enumerando as etapas a serem desenvolvidas com atividades que vão da etapa inicial a etapa final da modelagem do modelo proposto. E, assim, garantir o desenvolvimento de competências e habilidades no ensino de trigonometria do Ensino Médio propostas pela BNCC e corroborar na construção de uma aprendizagem significativa do estudante.

Entretanto, entendemos que o professor tem a missão de favorecer o processo de compreensão do aprendizado junto aos estudantes, motivando e despertando o interesse e participação no desenvolvimento dos conteúdos da Educação Básica.

Por fim, esperamos que o trabalho apresentado possa ser de grande valia aos professores que pretendam utilizar as Metodologias Ativas, como a Aprendizagem Baseada em Projetos e a Modelagem Matemática, para o desenvolvimento de competências e habilidades, preparando os estudantes para enfrentar desafios do mundo real e estimulando-os ao interesse pelas aulas de matemática.

5.2 Recomendações

Acerca das limitações deste estudo, ressalta-se a importância de uma análise mais detalhada da eficiência das placas fotovoltaicas para a maximização do fluxo de energia luminosa, considerando alguns parâmetros para a determinação do melhor ângulo de inclinação das mesmas.

Portanto, uma amostra maior poderia conduzir a resultados ainda melhores, assim, para estudos futuros indicamos que a pesquisa de dados através do *site www.sunearthtools.com – Ferramentas para designers e consumidores de energia*, seja feita com intervalos de tempo menores para a obtenção da determinação dos ângulos de elevação e azimutal. Recomendamos também, considerar os 30 dias do mês e não apenas 3 dias do mês para coleta dos dados. Assim teríamos uma amostra maior de dados para a determinação do fluxo de energia luminosa total, a fim de encontrar o melhor ângulo de instalação das placas fotovoltaicas.

Outros fatores importantes para melhoramento da pesquisa são: atribuir pesos maiores para os intervalos de horas do dia que tem maior produção de energia luminosa, fazer levantamento de dados sobre essa questão e verificar quais meses do ano tem maior produção de energia luminosa e considerar pesos maiores para esses meses. Com essas modificações,

acreditamos que seja possível ter um resultado para o modelo ainda mais próximo do real.

Sugerimos que as atividades propostas no trabalho possam ser aplicadas em sala de aula, oportunizando a utilização do Modelo no contexto do Ensino Básico, através da Aprendizagem Baseada em Projetos e da Modelagem Matemática, consolidando assim estas metodologias na prática docente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, J. O. G. Mudança conceitual em sala de aula: o ensino de ciências numa perspectiva construtivista. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação Tecnológica) – Cefet-MG, Belo Horizonte, 1995.

ARAÚJO, U. F. A quarta revolução educacional: a mudança de tempos, espaços e relações na escola a partir do uso de tecnologias e da inclusão social. ETD - Educação temática digital, Campinas, v. 12, n. esp., 2011.

ASTH, Rafael. Sol: o que é, características, camadas e distância da Terra. Toda Matéria, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/sol/>. Acesso em: 20 maio. 2023.

BARBOSA, Eduardo Fernandes; MOURA, Dácio Guimarães De. Metodologias ativas de aprendizagem na Educação Profissional e Tecnológica. Boletim Técnico do Senac: a Revista da Educação Profissional, Rio de Janeiro, v.39, n.2, p.48-67 ,maio/ago. 2013

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática, São Paulo, Editora Contexto, 2002.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Modelagem Matemática: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BACICH, Lilian; MORAN, José (Orgs). Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. [www.unifeso.edu.br]. Porto Alegre: Penso, 2018.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática. 2ª edição. Edifurb. Blumenau, SC, 2004. p. 17-39.

BIEMBENGUT, M. S. E HEIN, N. (2003). Modelagem Matemática no ensino. Editora Contexto, São Paulo.

BERBEL, N. A. N. (2011) As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. Semina: Ciências Sociais e Humanas, 32(1), 25-40.

BERBEL, N. A. N. (1998) A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos? Interface, Botucatu, 2(2), 139-154.

BERBEL, N. A. N. (2005) O Problema de Estudo na Metodologia da Problematização. In: Berbel, N. A. N. (org.) Exercitando a reflexão com conversas de professores. Londrina, PR: Grafcel.

BENDER, William N. Aprendizagem baseada em projetos: Educação diferenciada para o século XXI. Porto Alegre: Penso, 2014.

BIEMBENGUT, M. S. e HEIN, N Modelagem matemática no ensino, São Paulo, Terceira Edição, Editora Contexto, 2003.

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso: Junho, 2023.

FERNANDES BARBOSA, E.; GUIMARÃES DE MOURA, D. Metodologias ativas de aprendizagem na Educação Profissional e Tecnológica. Boletim Técnico do Senac, v. 39, n. 2, p. 48-67, 19 ago. 2013.

HERNANDEZ, F.; VENTURA, M..A organização do currículo por projetos de trabalho. Porto Alegre: Artmed, 1998.

[HTTPS://www.camara.leg.br/noticias/843782-LEI-INSTITUI-MARCO-LEGAL-DA-MICRO-E-MINIGERACAO-DE-ENERGIA](https://www.camara.leg.br/noticias/843782-LEI-INSTITUI-MARCO-LEGAL-DA-MICRO-E-MINIGERACAO-DE-ENERGIA) - acesso em 04 de março de 2023, 14:43. Fonte: Agência Câmara de Notícias.

KAISER, Gabriele; SCHWARZ, Björn; TIEDEMANN, Silke. Future teachers' professional knowledge on modeling. In: Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies. Springer, Boston, MA, 2010. p. 433-444.

LOPEZ, Ricardo Aldabó. Energia solar para produção de eletricidade. São Paulo: Artliber, 2012.

MACEDO, L. Ensaios Pedagógicos: como construir uma escola para todos? Porto Alegre: Artmed, 2007.

MORÁN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. In: SOUZA, C. A. de; MORALES, O. E. T. (Orgs.). Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens. Ponta Grossa, PR: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015.

OLIVEIRA, Rodrigo Rocha, Modelagem matemática da coleta da água do condicionador de ar: Uma proposta para o ensino de unidades de medidas. Trabalho de Conclusão de Curso – Licenciatura em Matemática, UNEMAT, Campus de SINOP, 2021.

PEREIRA, F.; OLIVEIRA, M. Curso técnico instalador de energia solar fotovoltaica. Porto: Publindústria, 2011.

PINHO, J.; GALDINO, M. Manual de engenharia para sistemas fotovoltaicos. Rio de Janeiro: Cepel-Cresesb, 2014.

SANTOS, Jhordan Gabriel Dos, Metodologia Ativa Aprendizagem Baseada Em Projetos: Uma Alternativa Para o Ensino De Matemática No Ensino Superior. Trabalho de Conclusão de Curso – Licenciatura em Matemática, UNEMAT, Campus de SINOP, 2021.

VILLALVA, M.; GAZOLI, J. Energia solar fotovoltaica: conceitos e aplicações. São Paulo: Erica, 2012.

ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.