



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL PROFMAT



RAFAEL BITIATI BIANCHINI

MATEMÁTICA FINANCEIRA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO MÉDIO

SINOP-MT
Outubro de 2021

RAFAEL BITIATI BIANCHINI

MATEMÁTICA FINANCEIRA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO MÉDIO

Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT, Campus Universitário de Sinop, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga.

SINOP-MT
Outubro de 2021

Luiz Kenji Umeno Alencar CRB 1/2037

B577m BIANCHINI, Rafael.
Matemática Financeira e Resolução de Problemas para o Ensino Médio / Rafael Bianchini - Sinop, 2021.
60 f.; 30 cm.

Trabalho de Conclusão de Curso
(Dissertação/Mestrado) - Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Profissional) Profimat, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Sinop, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2021.
Orientador: Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga

1. Matemática Financeira.. 2. Resolução de Problema.. 3. Educação Financeira. I. Rafael Bianchini. II. Matemática Financeira e Resolução de Problemas para o Ensino Médio: .
CDU 51:658.15



ESTADO DE MATO GROSSO
SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACET – FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL- PROFMAT
UNEMAT - SINOP




RAFAEL BITIATI BIANCHINI

MATEMÁTICA FINANCEIRA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO
MÉDIO


Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Profmat da Universidade do Estado de Mato Grosso/UNEMAT – Campus Universitário de Sinop, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga
Aprovado em 27/10/2021

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga
UNEMAT – SINOP - MT


Prof. Dr. Inedio Arcari
UNEMAT – SINOP - MT


Prof. Dr. Wellington Donizeti Previero
UTFPR – LONDRINA - PR

Sinop/MT
2021



Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UNEMAT/Sinop/MT
Av. dos Ingás, 3001, CEP: 78.550-000, Sinop, MT
Tel/PABX: (66) 3511 2100. www.unemat.br – Email: profmat@unemat.br

UNEMAT
Universidade do Estado de Mato Grosso
Carlos Alberto Reyes Maldonado

Dedico este trabalho a toda minha família, em especial a minha esposa Renata que contribuiu sempre com meu sucesso.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer a Deus que me acompanhou, guiou-me, transformou-me, deu-me fé e principalmente me ajudou nos momentos mais difíceis. Não há palavras suficientes para mostrar o tamanho da minha gratidão, pois só Deus sabe o quanto ajoelhei diante dele, o quanto eu pedi e agradei por cada vitória, mesmo aquelas consideradas pequenas. Quero agradecer também a minha esposa Renata Hernandes Bianchini que esteve sempre comigo, motivando-me e dando forças para poder chegar até aqui. Expresso também a minha gratidão a minha família que esteve sempre me apoiando com orações e palavras de motivação, mesmo estando distantes. Jamais poderia deixar de agradecer aos meus pais Waldemar e Lourdes por me apoiarem em minhas decisões. Agradeço aqui também, à minha amiga de estudo, viagens e tarefas, Maria Luiza Favero, a qual me apoio sempre e me animou durante todo esse processo do mestrado. Também agradeço ao meu orientador, professor Miguel Tadayuki Koga que pela sua dedicação esteve sempre muito presente para que este trabalho acontecesse, me auxiliando quando necessário. A todos os professores que de uma forma ou outra contribuíram com o PROFMAT sem esquecer do nosso querido professor Oscar Antônio Gonzalez Chong.

Resumo

No Ensino Médio não há destaque em se discutir matemática financeira e Educação Financeira, pela carência de conteúdos nos livros de Matemática do Ensino Médio, sendo trabalhado um conteúdo voltado mais para a memorização de fórmulas. Mesmo sendo de grande importância para qualquer indivíduo e conviverem diariamente com situações que envolvam o contexto financeiro com a perspectiva de facilitarem cada vez mais o acesso ao crédito, seja através do cartão de crédito, financiamentos, cheque especial entre outros disponíveis no mercado. A falta de conhecimento desses quesitos desequilibra a vida financeira das pessoas. Viabilizar conhecimento de conceitos básicos de matemática como porcentagem, juros simples e compostos, taxas de juros, amortização e outros conhecimentos relevantes relacionados à economia básica é função da escola, com proposta de reflexão sobre a economia de cada um é de fundamental importância para o futuro financeiro de nossos jovens. Comprometer seus vencimentos adquirindo dívidas pode comprometer seu planejamento, ser consciente no presente garante períodos melhores para o futuro. Formar cidadãos capacitados e conscientes a respeito dos riscos de gerenciar seus ganhos, tomando decisões importantes e corretas. A proposta deste trabalho é oferecer situações problemas e discutir o seu desenvolvimento através de Resolução de Problemas, apresentando um material que possa contribuir com a formação do aluno, além de trabalhos didáticos para os professores de matemática, buscando através da Resolução de Problema a estruturação de um material que possa auxiliar na construção de conhecimento sobre matemática financeira aliados a professores do Ensino Médio, contribuindo e promovendo o conteúdo em sala de aula. Além de possibilitar uma leitura da realidade sobre matemática financeira, de modo a desenvolver senso crítico quando falamos de tomada de decisões da nossa vida financeira e nada melhor que enfrentar essas decisões tendo uma visão aberta sobre os resultados de cada decisão tomada. No entanto, precisa-se garantir que conceitos importantes para uma visão crítica sobre sua realidade e a situação financeira sejam desenvolvidos para que os alunos possam analisar, planejar e organizar a sua vida financeira.

Palavras-Chave

Matemática financeira. Resolução de Problema. Educação Financeira

Abstract

In High School, there is no emphasis on discussing financial mathematics and Financial Education, due to the lack of content in High School Mathematics books, with content focused more on memorizing formulas. That happens despite the great importance of the subject to any individual with the intension of easing the obtention of credit, be it a credit card, loans, among others available on the financial market. The lack of knowledge about these topics unbalances people's financial lives. Making this basic financial knowledge available to people such as percentages, simple and compound interest, interest rates, amortization among other relevant aspects related to basic economy is responsibility of schools, and proposing a reflection about everyone's economy is of huge importance to the financial future of our youth. Compromising earnings getting into debts can affect financial planning, and being conscious in the present may guarantee a better future. To educate citizens about risks and how to properly manage their earnings is important so that they make correct important decisions. The aim of this study is to offer problem situations and discuss their development through problem resolutions, constructing a material that will help on the construction of knowledge about financial mathematics to be used by high school teachers, promoting it inside classrooms. Besides, the material can offer an insight of the reality about financial mathematics, focusing on developing students' critical sense when making decisions about the financial life, also having an open mind about the results of each decision that is taken. However, it is necessary to make important concepts available for people to have a critical vision about their reality and financial situation, with that the students can analyze, plan and organize their financial lives.

Key Words

Financial math. Problem solving. Financial education.

Sumário

1 Introdução

A matemática financeira é um tema que chama atenção das pessoas, na escola não se tem uma discussão aprofundada sobre este assunto. Como professor, procuro explorar e aprofundar no conteúdo de matemática financeira, pois conhecer a sua aplicação é fundamental para o cotidiano das pessoas, especialmente em situações que envolvam questões financeiras.

Professor há mais de 15 anos e, assim como meus colegas de profissão, entendo que a cada ano que passa, os problemas em ensinar a entender e resolver problemas matemáticos se agravam. Conclui o curso de Licenciatura Plena em Matemática com Ênfase em Informática em 2004 na Universidade Paranaense – UNIPAR, Campus Toledo – PR, no mesmo ano conclui uma pós-graduação em Educação Matemática na Faculdade do Vale do Ivaí. No início do ano de 2005 já em Tapurah – MT iniciei trabalhando como professor. Hoje efetivo na rede municipal e estadual de ensino, o interesse em melhorar os conhecimentos e a atuação na área de matemática surgiu com o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, na Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT, Campus Universitário de Sinop – MT ao qual ingressei no ano de 2019.

Há muito tempo tenta-se entender porque os alunos têm dificuldades para resolver problemas matemáticos, qual a dificuldade em perceber quais informações estão contidas no problema e como utilizá-las para resolver. De uma forma particular, este é um grande incômodo para professores de matemática, que assim como eu e os demais colegas educadores de matemática, tem buscado alternativas para que a matemática deixe de ser um grande problema na educação das crianças.

Portanto, há necessidade de que os discentes tenham conhecimento dos conteúdos matemáticos, entre eles a matemática financeira, independente da escolha de sua profissão, pois diariamente se defrontam com situações problemas que o conhecimento matemático pode contribuir para resolvê-lo. Nesse sentido, o professor deve buscar estratégias para melhorar o ensino de matemática, além de fortalecer um trabalho na matemática financeira, pois todos estão envolvidos com situações que envolvem uma questão financeira, e esta preocupação motivou-me a desenvolver o trabalho sobre o tema.

Há situações do cotidiano dos alunos da educação básica, principalmente para os que frequentam o Ensino Médio, cuja solução necessita de conhecimentos que envolvam o conteúdo de matemática financeira e que este deveria estar presente no processo educacional, considerando a ideia de que jovens já devem ter a perspectiva de construir uma independência financeira.

São nestas circunstâncias que se apresenta para o Ensino Médio, convicções de que

conteúdo como matemática financeira, economia e educação financeira, deva ser enfatizado no trabalho do professor, porém para isso precisa-se que o educador tenha a disposição materiais didáticos que contribuam em suas ações. Um livro didático de matemática adequado para o Ensino Médio, acesso à informação pertinentes ao conteúdo, para que ele seja capaz de compreender, analisar e utilizar os conceitos de matemática financeira para ter uma melhor tomada de decisão diante da situação em que vive.

Com objetivo de promover matemática financeira e a educação financeira de forma interessante utilizando metodologias que contribuam para uma melhor aprendizagem para o alunos, entre elas a Resolução de Problemas, deseja-se apresentar uma proposta de uma ação didática que contribua com o desenvolvimento de trabalhos sobre educação financeira em sala de aula. A ideia é apresentar aos leitores uma proposta utilizando a Resolução de Problemas como ferramenta para solucionar situações de caráter econômico contribuindo com o conhecimento em especial dos estudantes do Ensino Médio.

Navegando pelos trabalhos de dissertação defendidas no Programa de mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT da UNEMAT - Campo Universitário de Sinop-MT, encontramos a quantidade de 6 trabalhos que foram desenvolvidos utilizando como referencial a Resolução de Problemas ou tendo como tema a matemática financeira.

Destes 06 trabalhos: 04 apresentam a Resolução de Problemas como tema principal e 02 abordavam a matemática financeira, porém um utilizava de recursos amparados na resolução de problemas.

Dos que apresentavam a resolução de problemas temos um que envolvia questões da prova Brasil e simulados envolvendo provas de seleção de escolas do Ensino Médio (Institutos Federais de Mato Grosso - IFMT), outro apresentava uma ação didática envolvendo o cálculo de área de figuras planas, em uma escola pública trabalhando com alunos do Ensino Fundamental, outro o processo algébrico na resolução de problemas da Geometria Plana e Espacial com aplicações em sala de aula. O quarto trata de uma intervenção didática, analisando o processo heurístico da resolução de problemas apresentado por George Polya.

Na parte da matemática financeira, apresenta-se dois trabalhos: o primeiro apresenta o desenvolvimento de um aplicativo como ferramenta para trabalhar a matemática financeira em sala de aula, denominada "Financial Tool". No segundo, o discente apresenta uma ação didática envolvendo a matemática financeira e um aplicativo desenvolvido, por ele, para a realização de cálculos de compras parceladas, envolvendo a tabela PRICE, onde os alunos simulavam compras pelo aplicativo e comparavam com preços de venda do comércio local.

Assim compreendemos a necessidade da construção de uma ação didática na matemática financeira, considerando as abordagens apresentadas nos livros didáticos de Matemática, do Ensino Médio, recomendadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2016, visto que, estes foram selecionados e apresentam sua avaliação válida até 2020. Esta análise se faz

necessária por considerar o livro didático o principal material de apoio do professor em sala, e é por meio desta ferramenta que os professores organizam seus planejamentos. Conhecer os livros didáticos, leva-nos a compreender a forma com que a matemática financeira tem sido retratada no Ensino Médio das escolas públicas.

Neste trabalho apresentaremos problemas matemáticos envolvendo situações problemas com o objetivo de que os alunos se identifiquem e possam se sentir desafiados a encontrar uma solução e para isto, utilize conceitos matemáticos que já foram desenvolvidos por eles. Nesta perspectiva, o professor assume a função de mediador, contribuindo com informações que conduzam os educandos a criar estratégias para a solução da situação problema.

Primeiro, auxiliá-lo a resolver o problema que lhe é apresentado; segundo, desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio. (POLYA, 2006, p.3)

Organizou-se este trabalho da seguinte forma, na Introdução apresenta-se uma breve reflexão sobre o porquê da dificuldade dos alunos em resolver problemas matemáticos, a importância da matemática financeira, a forma de como o conteúdo é abordado nos livros de matemática do Ensino Médio e como a Resolução de Problema pode contribuir para a aprendizagem desse conteúdo e na formação de cada um. No Capítulo 1 faz-se algumas reflexões do porquê trabalhar a matemática financeira dados sobre o número de inadimplentes e a garantia da qualidade do ensino. No capítulo 2 aborda-se sobre a história da Resolução de Problemas descrita por George Polya e Lourdes de La Rosa Onuchic, apresentando uma reflexão sobre o trabalhar através da Resolução de Problemas sobre a perspectiva dos autores estudados. No capítulo 3 comenta-se sobre uma abordagem de cinco livros didáticos com relação à matemática financeira com suas funcionalidades e deficiências, analisando as orientações tanto dos PCN+ como da BNCC apresentando uma pequena análise dos livros didáticos. No capítulo 4 apresentamos uma proposta de um trabalho didático envolvendo a educação financeira e a matemática financeira, nela apresentamos pequenos traços da história da matemática financeira e situações problemas que podem contribuir na aprendizagem e formação dos alunos do ensino médio, com a perspectiva da utilização da resolução de problema como estratégia didática e no capítulo 5 apresentamos as nossas considerações finais sobre este trabalho.

2 POR QUE TRABALHAR MATEMÁTICA FINANCEIRA?

O Censo Escolar da Educação Básica de 2019 apresentou aproximadamente 7,5 milhões de matrículas no Ensino Médio, e diariamente esses alunos enfrentam situações que necessitam de uma tomada de decisão, algumas dessas são tomadas instintivamente, sem uma análise das situações. Outras situações refletem em seu futuro, como decidir a sequência em seus estudos ou que profissão seguir. Neste contexto, a situação financeira influenciará fortemente nestas decisões, qual curso cursar, em qual cidade cursar são eventos que a situação financeira faz diferença.

Com estudo e planejamento é a melhor solução, porém, nem todas as situações terão tempo hábil para se analisar e fazer uma escolha que leve ao melhor resultado, há situações que apresentam, para sua análise, a necessidade de utilização de conhecimentos adquiridos em sua experiência de vida, entre elas, a do conhecimento obtido durante sua vida escolar.

Neste sentido, percebe-se que os livros pesquisados de matemática do Ensino Médio, não apresentam ênfase na matemática financeira ou educação financeira, sendo um conteúdo abordado dessa forma superficialmente pelos professores.

Segundo a Base Nacional Curricular Comum - BNCC a diferença entre Matemática financeira e Educação financeira é que enquanto a matemática financeira é uma área da matemática que aplica conhecimentos explorando questões ligadas a dinheiro, a educação financeira esta associada à formação de comportamento do cidadão com relação a sua finanças.

A colaboração mais importante da Educação financeira é auxiliar alunos em sua formação desenvolvendo a capacidade de auto se planejar sabendo tomar decisões financeiras mais precisas.

Segundo Van de Walle, citado por Onuchic (2014) os professores de matemática devem proporcionar em seu trabalho atividades que busquem desenvolver a habilidade de planejar e criar estratégias para a resolução de problemas, proporcionando aos alunos, condições para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos, e para isto, apresentar um ambiente apoiado na Resolução de Problemas, onde o professor apresente situações problemas significativas, respeitando os conhecimentos prévios dos alunos. Este ambiente procura desenvolver a habilidade de integrar e avaliar o processo para aumentar a aprendizagem e aprimorar sua tomada de decisões em situações que seu cotidiano exija.

O Ensino Médio é baseado em diretrizes que objetivam uma melhoria na qualidade do ensino, apoiado aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), e atualmente estruturado

pela Base Nacional Curricular Comum - BNCC. Nesta linha a educação financeira está entre os temas transversais que deverão constar nos currículos de todo Brasil.

A preocupação é que o contexto econômico brasileiro apresenta uma grande instabilidade, provocando situações em que o conhecimento da matemática financeira, pode proporcionar decisões que venham favorecer cada um. Segundo Serasa Experian a inadimplência no Brasil, pessoas com contas em atraso, ficou em 63,8 milhões em janeiro de 2020 o equivalente a 40,8% da população adulta, os números de contas não pagas chegou 226,6 milhões, as dívidas negativas geram inclusão do nome da pessoa em lista de inadimplentes mantidas por instituições de proteção ao crédito, como SPC (serviço de proteção ao crédito) e Serasa o que impede muitas vezes a obtenção de novos empréstimos e financiamento.

São estas circunstâncias que apresentam a necessidade da escola oferecer ações que venham ajudar seus estudantes em suas perspectivas futuras, para isto, propor um ambiente de ensino embasado na Resolução de Problemas, com situações problemas, significativas aos alunos do Ensino Médio, problemas envolvendo matemática financeira, investimentos, conceitos bancários atividades ligadas à porcentagem, juros simples e compostos, taxas de juros, amortização entre outros conceitos que envolvem o conhecimento matemático, contribuindo na tomada de decisões, auxiliando os alunos do Ensino Médio para poderem ter um equilíbrio em sua vida financeira, tornando cidadãos críticos e conscientes.

A matemática financeira pode ser o conjunto de combinação de consciência, razão, talento, prática e conduta necessária para a tomada de decisões financeiras, de modo a alcançar um equilíbrio financeiro. Uma boa formação, com um conhecimento básico de matemática financeira, contribui na educação financeira das pessoas, possibilita as pessoas a discutirem possibilidades com instituições financeiras comparando serviços e produtos compatíveis conforme a necessidade, além disso, competência com números, facilita em um enfrentamento de maneira independente em uma eventual ocorrência trazendo tranquilidade na sua decisão e um equilíbrio na sua vida financeira.

Pessoas com conhecimento em matemática financeira tendem a controlar melhor seus gastos, atraindo a atenção das instituições financeiras que oferecem juros e produtos cada vez mais atrativos, isso não só contribui com o indivíduo que contrata essas instituições, assim como fortalece a economia do país, lembrando que a inadimplência dificulta o acesso a novos créditos e por consequência o crescimento econômico da sociedade.

Analisando estas informações pode se ver que a matemática financeira tem sua importância na vida de todo cidadão, trabalhar a matemática financeira através da Resolução de Problema no Ensino Médio, não garante uma vida financeira equilibrada, mas oferece condições para que os alunos possam analisar e compreender as dificuldades que poderão enfrentar quando se defrontarem com dificuldades financeiras, uma boa formação contribui para tomar as decisões mais seguras.

Oferecer uma proposta de trabalho que visa uma boa formação, é direito de todos, previsto na constituição federal de 1988, em seu artigo 205, diz que:

Educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (BRASIL, 1988. p. 134).

Assegurar uma qualificação na educação básica, não é apenas cumprir a matriz curricular, mas sim garantir que nossos alunos possam se tornar indivíduos críticos, capazes de confrontar ideias e utilizar seu conhecimento adquirido em sala de aula no seu cotidiano, para isso precisa se dar ênfase à conteúdos, entre eles a matemática financeira, apresentando conceitos que possa contribuir com o processo de Ensino-Aprendizagem em sala de aula.

A importância de que cada indivíduo desenvolva senso crítico e ter um equilíbrio em suas finanças pessoais e possa ter discernimento e compreensão das alternativas para uma melhor tomada de decisão, não necessitando depender de outras pessoas, para tomar suas decisões baseadas em suas necessidades e objetivos. Nesta perspectiva, as orientações curriculares da educação básica SEDUC-MT.

A tentativa do ser humano de compreender e gerenciar seu modo de vida torna imprescindível a todos considerar e se utilizar de estudos da denominada matemática financeira que, com suas ferramentas e possibilidades de análise e aplicações, possibilita ao homem buscar formas de controlar e desenvolver, seja individualmente ou socialmente, seu modo de vida. (MATO GROSSO, 2010, p.147).

3 CONHECENDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

3.1 UM POUCO DA HISTÓRIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

George Polya nasceu em Budapeste, Áustria-Hungria, foi um dos principais pesquisadores de Resolução de Problemas, professor de matemática de 1914 à 1940 no Instituto Federal de tecnologia de Zurique na Suíça e de 1940 a 1953 como professor titular na universidade de Stanford nos Estados Unidos. Foi em Stanford que a Resolução de Problemas tema de sua pesquisa começou a ganhar forma e colher os frutos de seu trabalho. Porém, sua carreira como matemático e educador matemático, começou a apresentar destaque quando apresentou a discussão no processo heurísticos da Resolução de Problemas, assim sua pesquisa ganha novo folego e maior destaque.

No ano de 1942, seus estudos sobre a Resolução de Problema começa a ser respeitado e passa ser reconhecido como grande autoridade em Resolução de Problema, palestrando por todos os cantos do mundo, sendo um renomado conhecedor do tema. Em 1945 foi impresso pela primeira vez, o livro *"A arte de resolver problemas"* e, Polya apresenta uma sucessão de 4 fases que estabeleceu serem necessárias na Resolução de Problemas executado durante a resolução de qualquer problema. As fases são:

- Compreender o problema;
- Estabelecer um plano;
- Executar o plano;
- Examinar a solução obtida.

Para demonstrar essas fases, Polya apresentava problemas e discutia cada uma das fases. Encontrar a solução de um problema constitui-se em uma descoberta. Se o problema não for difícil, a descoberta não será inesquecível, mas não deixa de ser uma descoberta. Quando descobrimos algo, por mais simples que seja, não devemos deixar de investigar. *"O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil e nem muito fácil, natural e interessante."*(Polya, 2006, p. 5).

Problemas fáceis, desmotivam, se forem difíceis desanimam. Os problemas devem ser aplicados gradativamente, do mais simples ao mais difícil, desde aquele que o aluno alcance a solução, sozinho ao mais exigente que necessite da intervenção do professor

Os estudos de Polya para a Resolução de Problema ultrapassa as 4 fases citadas, sua aflição estava voltada para os avanços nas habilidades em resolver problema por parte dos estudantes e, para que isso acontecesse, era necessário que os professores, se tornassem notáveis resolvedores de problemas e que oferecessem condições para que seus alunos também desenvolvessem a capacidade de resolver qualquer problema matemático.

Em um curso ministrado em Stanford em 1967, Polya apresenta uma análise sobre o desenvolvimento do pensamento, e que este, estruturado em três fases: Significação, linguagem e aprendizagem.

Procurar situações problemas que despertem a curiosidade, o interesse e que esteja ao nível de conhecimento dos alunos, motivando a estar procurando a solução sempre destas situações problemas, quando os mesmos vivenciam o prazer de chegar a solução, sozinho torna-se prazeroso, é desta forma que se começa a criar um ambiente de Resolução de Problemas esse deve ser o papel do professor.

Comece com algo que é familiar, ou útil, ou desafiador. Que possua alguma conexão com o mundo ao nosso redor, a partir da perspectiva de alguma aplicação, a partir de uma ideia intuitiva (Polya apud Onuchic 2014, p. 24).

Trabalhar uma linguagem coloquial é usar uma linguagem popular informal de fácil entendimento para todos, o fato de não usar uma linguagem técnica não faz ser menos importante/relevante quando comparado com a linguagem coloquial, trabalhar já no início com demonstrações com muito detalhes pesados acaba desmotivando uma futura solução de um problema, comece como uma simples apresentação respeitando o momento de cada aluno estimulando futuras soluções de problemas.

Não tenha medo de usar uma linguagem coloquial quando é mais sugestiva do que a terminologia convencional é preciso. Na verdade, não há presente termos técnicos antes que o estudante possa ver a necessidade para eles. Não entre muito cedo ou muito em detalhes pesados de uma prova, demonstração, de primeiro uma ideia geral ou apenas o germe intuitivo da prova (Polya apud Onuchic 2014, p. 24).

Quando falamos em aprender devemos entender serem etapas, saber ensinar é de tal maneira tão significativa quanto saber aprender, o fato de saber ensinar não nos garante que sabemos ensinar a aprender. Quando ensinamos a aprender é construir uma estratégia de aprendizagem, ou seja, ensinar é aprender a aprender para construir esse conhecimento que não é exclusivo de quem aprende ou ensina.

De Modo mais geral, perceber que a forma natural de aprender é aprender por etapas: primeiro, nós queremos ver um esboço do assunto, para perceber alguma fonte de concreto ou algum possível uso. Então, gradualmente, tão cedo quanto nós podermos ver mais uso e conexões é interesse, ganhamos maior vontade de trabalhar com os dados. (Polya apud Onuchic, 2014, p. 24).

Problemas datam há muito tempo desde os antigos egípcios até os dias atuais, os problemas ocupam um lugar central, mas a Resolução de Problema não. Só recentemente pesquisas relacionadas à Resolução de Problemas ganharam destaque de que o desenvolvimento de conhecimento em Resolução de Problemas é merecedor de uma atenção especial.

Polya, para alguns, pode não ter sido o pioneiro a trabalhar com Resolução de Problemas. Entretanto, a história mostra que uma visão mais profunda e mais compreensiva da Resolução de Problema nos currículos escolares de matemática só foi possível a partir de Polya. (kilpatrick apud Onuchic 2014, p. 24)

O livro de Polya, publicado em 1945 passa a ser conhecido, porém, a Resolução de Problemas ganha força como pesquisa nos Estados Unidos no fim da década de 1960, e em seguida em outros países. Ainda na década de 1960, foram realizadas pesquisas relevantes, citando a de Jeremy Kilpatrick, em 1967, que apresenta uma reavaliação das pesquisas existentes sobre Resolução de Problemas em matemática.

No Brasil um grande nome à frente das pesquisas de Resolução de Problemas é da Professora Lourdes de La Rosa Onuchic, graduada em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo (USP) no ano de 1954, mestre em Matemática pela Escola de Engenharia de São Carlos (USP), no ano de 1971 e, doutora em Matemática pelo Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos (USP), no ano de 1978. Atuando como professora da educação básica e do Ensino Superior desde 1954, trabalhou com programas de pós-graduação em Matemática e Educação Matemática. Foi orientadora de dissertações e teses, tendo com tema principal a Resolução de Problemas, na área de Educação Matemática.

Aposentou em 1986, e passa a atuar como professora no Ensino Médio para tentar compreender o que acontecia com os alunos que chegavam a graduação em matemática com uma bagagem menor que outros alunos, fazendo uma pesquisa se a dificuldade em passar o conhecimento está nas mãos dos professores ou na metodologia usada.

Por três anos, atuando como professora no Ensino Médio após sua aposentadoria viu nos alunos a falta de interesse nos estudos e, essa dificuldade em instigá-los nas aulas de matemática. Observando que se trabalhasse situações-problema, eles seriam capazes de resolver os problemas propostos. Com muita tranquilidade transformou sua sala de aula em um laboratório de pesquisa. No início dos anos 90 a professora Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo a convida para participar do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

na Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus de Rio Claro, onde passa a atuar como Colaboradora dentro do programa.

Como professora do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e com sua relação com a Resolução de Problemas, Onuchic estrutura em 1996 um grupo de estudo em resolução de problemas, vinculado ao Grupo de Pesquisa Ação - GPA, coordenado pelo professor Roberto Ribeiro Baldino mais tarde conhecido como “Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP)”, nome criado pela então aluna hoje prof^a Dra. Norma Suely Gomes Allevato, fazendo com que o grupo se tornasse uma das referências para trabalhos com Resolução de Problemas.

Quando se fala em metodologia de Ensino-Aprendizagem e Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, devemos entender que o professor é uma engrenagem fundamental para o processo de educação nos três momentos: ensino, aprendizagem e avaliação. Com esses três elementos ocorrendo simultaneamente, sendo uma relação importante no Grupo de Trabalho Estudo em Resolução de Problema.

Para Onuchic e Allevato (2011, p. 81) um problema *“é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”*, ou seja, é uma situação que não se tem total conhecimento, que não está claro o que fazer, mas que podemos buscar meios, ou seja, caminhos para encontrar a solução.

Existem duas formas de resolver problemas, uma é a resolução tradicional onde envolve duas práticas: professor e o livro didático, onde se propõem problemas e os alunos resolvem, chegando no resultado, avança para o próximo problema, sem saber se o aluno atingiu maturidade para dar sequência nas situações problemas.

Na segunda é que ao falarmos de Resolução de Problemas, nesta inicia -se com situações problema significativa, respeitando os conhecimentos prévios dos alunos, com o objetivo de encorajar e levá-lo a explorar novas ideias como forma de despertar a criatividade, um problema é uma situação que requer a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado, ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la. Na perspectiva da Resolução de Problemas, enquanto metodologia, existem duas posturas diante de uma resposta: questionar a resposta obtida e verificar se a solução encontrada satisfaz a situação inicial.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) e mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), trazem em seus textos a importância da Resolução de Problema nas aulas de matemática. Os PCNEMs abordam a Resolução de Problema, assim como na BNCC, sendo comentada a todo momento em seus textos. Sendo uma abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, onde o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para Resolver Problemas, não sendo mais um processo de aplicação do conteúdo matemático.

3.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENQUANTO METODOLOGIA DE ENSINO.

Embora ensino e aprendizagem de matemática se constituam em elementos distintos, que não ocorrem necessariamente ao mesmo tempo ou como decorrência um do outro, o que se considera ideal é que ensino e aprendizagem se realizem, sim, integrados nas situações de sala de aula. Com esse sentido é que não raro se emprega a expressão ensino-aprendizagem.

A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. Desse modo, nessa metodologia, a Resolução de Problemas, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário (Allevato, Onuchic, 2009 p.139).

Quando se aplica um problema, após a etapa de formalização novos problemas relacionados ao problema gerador são propostos aos alunos. Essa análise possibilita explorar os elementos essenciais do conteúdo trabalhado e favorecer a compreensão acerca do conteúdo matemático, gerando um círculo pela construção de novos conhecimentos e pela resolução de novos problemas, quando o professor adota essa prática, os alunos são capazes de aprender tanto sobre Resolução de Problema, quanto aprendem matemática para resolver novos problemas, através da Resolução de Problema.

Nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhe ter sido apresentados formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema [o problema gerador] que expressa aspectos-chaves desses tópicos e técnicas matemática devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado (Onuchic; Allevato, 2011, p. 85)

O método de ensino-aprendizagem consegue apresentar formas distintas de inclusão de novos princípios, na matemática procura mostrar um maior sentido ao conhecimento inserido e, para isto, procura-se começar as práticas com situações problemas que sejam significativas para o educando com o objetivo de estimular o interesse e a curiosidade, provocando a sua curiosidade na perspectiva de encontrar uma solução ao problema apresentado, respeitando o conhecimento prévio de cada aluno, adquiridos em seus anos escolares.

4 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO.

Neste capítulo faremos uma análise de cinco livros didáticos da biblioteca da Escola Estadual Cândido Portinari de Tapurah-MT, livros estes que esteve para a escolha do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2018 para atendimento do Ensino Médio, livros produzido pelos autores: Gelson Iezzi et al: Matemática Ciência e Aplicações, 2016; Luiz Roberto Dante: Matemática Contexto e Aplicações, 2017; Joamir Souza e Jacqueline Garcia: Contato Matemática, 2016; Manoel Paiva: Matemática Paiva, 2016; Eduardo Chavante Diego Prestes: Quadrante, 2016.

Analisaremos o capítulo de matemática financeira dos livros, citandos sua funcionalidade e deficiência, verificando:

- Como se inicia a introdução do capítulo, se inicia ou não o contexto sobre a história da matemática financeira.
- Ao apresentarem a matemática financeira, os autores iniciam ou não com situações problemas do dia a dia do aluno.
- Este conteúdo motiva e sugere um trabalho coletivo fazendo a interação entre os alunos.
- Os conceitos são explanados antes da apresentação do problema, durante a apresentação do problema ou após ser resolvido o problema, auxiliando na construção de estratégia para a Resolução de Problemas.
- O livro estabelece conexão entre matemática financeira e educação financeira, com finalidade de estimular estas aplicações no dia a dia favorecendo decisões próprias a respeito do seu consumo.
- Os autores demonstram relação entre a Matemática Financeira e outros conteúdos como progressões ou funções.

4.1 MATEMÁTICA CIÊNCIA E APLICAÇÕES. GELSON IEZZI E OUTROS

O livro Matemática Ciência e Aplicações de Gelson Lezzi, et al. (2016) apresenta no 3º volume da coleção aos alunos do 3º ano do Ensino Médio no capítulo 6, 25 páginas a respeito

do tema matemática financeira.

Verificando este volume da coleção, ela não traz nenhuma contextualização no início do capítulo sobre matemática financeira, assunto relevante para o processo de conhecimento dos estudantes. Por outro lado, no início do capítulo, mostra vários episódios problemas relacionados ao dia a dia dos estudantes, contornando o conteúdo, procurando despertar o interesse dos estudantes, em buscar a solução.

No começo do capítulo traz uma abordagem de fácil compreensão, o autor explora o tema aumentos e descontos, através de juros, com apenas um exemplo de uma situação em que uma loja provoca um acréscimo de 6% nos valores de seus produtos, os estudantes são instigados ao uso da calculadora.

Com poucos problemas resolvidos um total de 8, apesar de que em meio as circunstâncias, têm-se vários exemplos, são ao todo 56 problemas para se resolver, com alguns desafios. Contudo, a maioria dos problemas requer apenas cálculos matemáticos e aplicação de fórmulas, a falta de correlação com situações problemas dos estudantes em situações concreta do dia a dia sobre matemática financeira e educação financeira, além do mais não há incentivo de trabalho em grupo.

Este volume faz referência a educação financeira em especial nas seções “Troque Ideias” e “Aplicações” a começar com textos como, “Compras ‘a vista ou parcelado”, “Financiamentos” e “Trabalhando, poupando e planejando o futuro”. Mesmo com estes assuntos aborda-se pouco da matemática financeira, dando mais ênfase aos conceitos de fórmulas matemáticas.

Neste volume apresenta-se um manual do professor, onde referenciam-se algumas diretrizes, a fim de melhorar o planejamento do professor trabalhando temas como planejamento familiar, poupança e aplicações financeiras.

As expressões utilizadas são apropriadas para este nível de conhecimento, pois é clara e objetiva. As ideias são básicas da matemática financeira sendo inseridas durante a contextualização dos problemas. Assim sendo, este volume aborda e faz conexão entre a matemática financeira e funções, trabalhando gráficos e diagrama para demonstrar. O material aborda também sobre aumentos e descontos, juros e variação percentual, não abordando sistema de amortização.

4.2 MATEMÁTICA CONTEXTO E APLICAÇÕES. LUIZ ROBERTO DANTE

O livro Matemática Contexto e Aplicações de Luiz Roberto Dante, 3ª Edição, 2017, apresenta o conteúdo de Matemática Financeira no 3º volume da coleção apresentado aos alunos do 3º ano do Ensino Médio. No primeiro capítulo, são abordados conceitos básicos

de matemática financeira, são 18 páginas que descrevem assuntos pertinentes a educação financeira.

Esta publicação carrega junto a abertura o contexto histórico do dinheiro pelo Crescimento do homem no mundo, a contar a época das trocas de mercadorias, percorrendo pelas variadas formas de moedas até a chegada dos dias atuais. Este capítulo descreve a história dos câmbios e juros, para apresentar como os cálculos e operações impulsionaram e foram elemento da evolução do comércio e da criação das instituições financeiras, com um total de 20 problemas resolvidos, são ao todo 48 problemas para se resolver, com alguns desafios.

Estruturalmente, percebe-se a realidade de uma proposta de problema, das quais objetiva a Resolução de Problema de maneira conjunta. refere-se a uma oferta promocional, na qual uma TV é oferecida com duas formas de pagamento, à vista ou a prazo em duas vezes, promovendo o pensamento a um diálogo com os alunos.

A princípio os conteúdos de Matemática Financeira são preparados primeiramente e durante a Resolução dos Problemas. Os exemplos e exercícios tem expressões simples, clara e direta, viabilizando aos estudantes relações com problemas comuns do dia a dia.

O 3º volume do livro apresenta, ainda, atividade como leitura complementar relacionada a conceitos de inflação, cartão de crédito, taxas de juros e o Sistema Financeiro Nacional, sendo uma ligação entre juros e funções. Mostrando a diferença entre função exponencial e linear dos juros simples e compostos, por meio de demonstrações com gráficos.

A metodologia apresentada tem aspectos de ordenação de conteúdo, os princípios da matemática financeira são apresentados como os mais simples como: aumentos e descontos, porcentagem, equivalência de taxas, juros simples e compostos. Não havendo uma abordagem aprimorada ao sistema de amortização.

4.3 CONTATO MATEMÁTICA. JOAMIR SOUZA E JACQUELINE GARCIA

Os três volumes Contato Matemática do autor Joamir Souza, já na introdução do 3º volume da coleção apresenta aos alunos do 3º ano do Ensino Médio, um pouco de história da matemática financeira. Ao relatar, mesmo que em poucos momentos de como eram as transações de mercadoria e a produção das moedas, com demonstrações dos principais sistemas financeiros até a atualidade. Ainda no começo do capítulo apresenta uma pequena abordagem, sobre educação financeira.

A expressão usada é clara, dando mais condições de compreensão aos alunos. Contudo, os exemplos são poucos comentado e tem pouca ligação com a educação financeira, mesmo alguns problemas utilizando situações do dia a dia no enunciado. Os problemas propostos

investem mais ao saber matemático do que a situação do dia a dia dos estudantes, dando mais destaque a fórmulas e conceitos matemáticos.

Esse capítulo sobre matemática financeira conta com 25 páginas, 15 problemas resolvidos e 69 problemas para os alunos resolverem. Os conceitos fundamentais do tema são apresentados no decorrer da problematização.

Diferenciado dos outros materiais apresentados aqui, é provocado o uso da calculadora como modo de contribuir, sendo muito pouco o trabalho em grupos, não havendo esta interação entre alunos. Em relação aos juros, o autor trata sucintamente o contexto histórico.

Além disso esse volume traz, uma foto de uma tábua mesopotâmica que apresenta um problema financeiro, exibida no Museu de Louvre, na França.

A um esclarecimento sobre inflação, principalmente de acordo como ela é calculada. Trabalhando de forma contextualizada tratando a respeito do modo econômico do nosso país. Ao final do capítulo, tem-se uma seção à parte, como texto “Ser consciente: Consumista ou consumidor?”, no qual faz um diagnóstico com relação aos aspectos da condição do cidadão.

O livro ainda apresenta uma relação entre juros e funções, utilizando gráficos e tabelas para demonstrar os problemas. Além do mais o seu diferencial com relação a outras obras do Ensino Médio, ele propõe e discute amplamente o tema, Sistema de Amortização, SAC e PRICE.

4.4 MATEMÁTICA. MANOEL PAIVA

O livro Matemática Paiva, de Manoel Paiva, 2016, aborda o conteúdo Matemática Financeira no 1º ano do Ensino Médio, apresentando junto ao conteúdo de Álgebra, deixando pouco espaço para o desenvolvimento da matemática financeira.

A expressão usada é clara e objetiva, embora trabalhada em poucas páginas apenas 12, demonstrando em especial os problemas matemáticos e a utilização das fórmulas.

Este capítulo aborda 11 problemas resolvidos e 21 problemas para serem resolvidos, com pouca finalidade ao dia a dia dos estudantes, distanciando os alunos de situações concretas. Podemos notar que não há uma contextualização com a história da matemática financeira, tampouco situação problema para avaliar o nível de conhecimento sobre o tema; não há também qualquer situação que provoque ou desafie os alunos a buscar uma solução.

As ideias referentes ao tema, são trabalhadas quase sempre antes da problematização, com apenas um problema promovendo o trabalho em grupo,

São poucas as relações com a educação financeira. Apenas no fim do capítulo tem-se um parágrafo que comenta sobre consumo e orçamento familiar.

O material faz uma breve apresentação do sistema PRICE, não apresenta uma contextualização do tema.

4.5 QUADRANTE. EDUARDO CHAVANT E DIEGO PRESTES

O livro Quadrante de Eduardo Chavante e Diego Prestes, apresenta o conteúdo matemática financeira no 2^o ano do Ensino Médio apresenta o conteúdo em 17 páginas, não faz comentários sobre a história da matemática financeira no começo do capítulo. No início do capítulo aborda um conteúdo que comenta sobre reservas legais em área rural, qual a destinação correta dessas reservas introduzindo assim o conceito de porcentagem. Mesmo não sendo o meio mais comum, o tema é interessante, mas pouco comentado entre os jovens.

Analisando outros textos a contextualização com a educação financeira é bem pouca. Mantém separadamente o tema orçamento familiar em um texto, que não cita exemplos e nem problemas. O material tem 9 problemas resolvidos e 31 problemas propostos, sempre dando destaque aos cálculos e fórmulas incoerentes com as situações problemas do dia a dia dos estudantes, que quando citadas, apenas em enunciados.

As expressões são claras e objetivas. Os conceitos são contextualizados antes ou durante a problematização. Nos problemas há sempre um encorajamento para a resolução em grupos, ação bastante valorizada nos texto que discutem o processo de Ensino-Aprendizagem.

O material contextualiza os juros e as funções apenas em um gráfico ilustrando o crescimento linear ou exponencial. O ponto máximo deste capítulo é quando fala do sistema de amortização, bem detalhado, com problemas bem esclarecedores.

4.6 CARACTERÍSTICA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NOS LIVROS DIDÁTICOS

Analisando as orientações dos documentos como (BNCC) e os PCN+ do Ensino Médio podemos notar que não apresentam a matemática financeira com um tópico próprio, dificultando ainda mais as abordagens dos temas trabalhados em sala de aula das escolas públicas de todo país.

Os PCN+ do Ensino Médio colocam a matemática financeira no eixo Álgebra, números e funções, mencionado como aplicação do estudo de funções, mas não aparece como conteúdo, as funções exponencial e logarítmica, são usadas para retratar duas grandezas em que o crescimento da variável dependente é muito rápido, aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira.

Em contrapartida na (BNCC) a matemática financeira está integrada na unidade de conhecimento números e operações. Além de ser abordada em todo o Ensino Médio, a (BNCC) tem por objetivo uma proposta de trabalho de forma a melhorar a qualidade do ensino de matemática financeira melhorando os dois principais problemas a insuficiência de

conteúdo e a conexão com a realidade do mercado financeiro de nosso país.

Para BATISTA (2017) a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) carrega uma titulação mais adequada sobre a matemática financeira para o Ensino Médio, tendo um avanço mais significativo, pois trabalha questões contextualizadas da matemática financeira o que pode trazer um aprendizado mais enriquecedor, porém alguns livros didáticos fazem abordagem mais para a memorização de fórmulas e desenvolver técnicas, trabalhando exercícios que muitas vezes não fazem relações com a prática do mercado financeiro existente em nosso país.

De acordo com AMORIN (2016), os livros didáticos obedecem, frequentemente, um roteiro padronizado descrito pelos próprios livros didáticos mais utilizados no país. Em geral os autores iniciam-se o tema com revisão dos cálculos com porcentagem, acréscimos e descontos percentuais determinação de taxas. Em seguida introduzem conceitos de juros, taxa de juros e montante em seguida o aluno é apresentado a dois regimes de juros: os juros simples e compostos; em seguida suas fórmulas para cálculo do montante são apresentadas e exaustivamente aplicadas em exemplos e exercícios que quase sempre estão desconectados com a realidade.

No entanto, no primeiro contato com o mercado financeiro através de financiamento, empréstimos, investimento entre outros serviços, e então verifica que conceitos de juros simples não são utilizados em parcelamentos, investimentos ou empréstimos como sugere vários exercícios nos livros didáticos, sendo o juro composto, mesmo com uma presença maior em operações financeiras, se aplica apenas a uma parcela das situações reais enfrentadas pelo consumidor. Os sistemas de amortização mais usados no mercado financeiro de financiamento e empréstimos são os sistemas PRICE e SAC, onde são pouco mencionados na maioria dos livros didáticos.

É importante que o aluno do Ensino Médio, compreenda a Matemática Financeira aplicada aos diversos ramos da atividade humana é o conteúdo que influencia decisões de ordem pessoal e social que provoca mudanças diretamente na vida das pessoas e da sociedade. Sua importância se reflete no cotidiano de quem lida com dívidas ou crediários, interpreta descontos, entende reajustes salariais, escolhe aplicações financeiras, entre outras... (BRASIL, 1997, p. 31)

Analisando as abordagens dos livros foi feita uma tabela para melhor compreensão.

Quadro 1: Matemática financeira nos livros didáticos.

Autor	Editora	Ano	Serie	Cap.	N ^o .pag.	Prob. res.	Prob.prop.	Educ. Finan.
Gelson	Saraiva	2016	3	6	25	8	56	Sim
Luiz	Ática	2017	3	1	18	20	48	Sim
Joamir	FTD	2016	3	1	25	15	69	Sim
Manuel	Moderna	2016	1	7	12	11	21	Sim
Eduardo	SM	2016	2	4	17	9	31	Sim

Fonte: Própria.

A etapa de escolha do livro didático de matemática deve ser baseada em conceitos que favoreçam o processo de ensino-aprendizagem, enaltecendo alguns pontos para que possam ser comparados com outros livros assim os educadores que analisam podem discutir e comparar conseguindo determinar os melhores autores.

Alinhado com a BNCC, os livros do Programa Nacional do Livro Didático trazem várias propostas diferentes, basta escolher a melhor, garantindo assim qualidade para o planejamento do professor em sala de aula.

Os livros foram avaliados de acordo com critérios que favoreçam a construção da Resolução de problemas, os temas abordados e exercícios apresentam-se organizados de acordo com uma ordem crescente de dificuldade conforme estrutura curricular dos conteúdos de matemática, ou seja, porcentagem, juros e descontos simples, juros e descontos compostos e assim por diante, mesmo quando inicia o texto com uma situação problema, logo em seguida são utilizados outros problemas de aplicação sem levar em consideração os significados para os alunos, que de acordo com Onuchic, é mais um exercício do que um problema.

5 PROPOSTA DE UMA AÇÃO DIDÁTICA PARA MATEMÁTICA FINANCEIRA.

Considerando, que o conteúdo a ser desenvolvido é voltado para alunos do Ensino Médio e presumindo o conhecimento prévio, esta proposta de trabalho didático não demanda de uma grande quantidade de carga horária. A proposta é estruturada em 6 situações problemas com a previsão de ser realizada em 8 horas aulas, utilizando a Resolução de Problemas como estratégia.

5.1 O PORQUE ESTUDAR MATEMÁTICA FINANCEIRA

Numa perspectiva de melhorar o Ensino-Aprendizagem através da Resolução de Problemas auxiliando no desenvolvimento das habilidades necessárias apresentando um material que possa contribuir com a formação do aluno além de trabalho didático para o professor de matemática, buscamos através da Resolução de Problema a estruturação de um material que possa auxiliar na construção de conhecimento sobre matemática financeira aliados a professores do Ensino Médio, contribuindo e promovendo o conteúdo em sala de aula. Assim com a melhoria do ensino da matemática financeira e educação financeira, podemos formar cidadão críticos, consumidores conscientes capazes de analisar e compreender gradativamente e sabemos que o mundo financeiro não para, no entanto, trabalhamos Resolução de Problemas relacionados diretamente aos conceitos básicos de matemática financeira e educação financeira para poderem ser aprimorados em sala de aula para gerir suas próprias finanças. Este material nos reforça a importância da matemática financeira e da educação financeira para a vida dos estudantes.

5.2 UM POUCO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Segundo Piton(2005), desde os primeiros tempos em que o homem começou a produzir seu próprio alimento, realizou trocas com o excedente que produzia, estabelecendo assim as primeiras manifestações de comércio, compreendendo na troca direta de mercadorias, sem uma igualdade de valor. Nas trocas, um pequeno número de mercadoria era mais explorada que outras, assumindo o papel de moeda, no Brasil estas mercadorias eram o sal, tabaco, gado, pano, cacau entre outros.

As trocas de mercadorias nem sempre eram vantajosas, as dificuldades de se deslocar, as péssimas estradas, distâncias que eram muitas vezes inviáveis, atuação de assaltantes sem contar que neste período já existia a cobrança de pedágio.

A descoberta do metal, facilitou, o homem empregou a produção de ferramentas, tornando seu uso útil sendo reconhecido como o principal modelo de valor monetário. As primeiras moedas apresentavam formatos como faca chave e outros objetos. Adiante, foram desenhadas a martelo, em metais como ouro, prata e cobre, destacando qualidades de beleza e expressão cultural da época em que surgiram.

A necessidade de se guardar as moedas com segurança, os comerciantes que já possuíam cofres e guardas, aceitaram a vigiar estas moedas de seus clientes, fornecendo recibos escritos pelas quantias guardadas. Esses recibos deram origem à moeda-papel, e os comerciantes que guardavam os valores ofereceram um serviço que hoje conhecemos como instituições bancárias.

As primeiras instituições bancárias oficiais foram criadas na Inglaterra, no Brasil, as primeiras instituições surgiram com as primeiras cédulas em 1810 com a vinda da corte portuguesa para o país e com o tempo, o governo passou a gerenciar a emissão dessas cédulas e das moedas, para evitar assim as falsificações. Atualmente, em quase todos os países, essa atividade de gerenciamento é realizada pelos bancos centrais.

Os conceitos de juros, são bem antigos sendo largamente transmitidos ao longo da história. Esses conceitos aparecem espontaneamente com os conceitos de escambo de mercadoria entre os homens, alguns dos hábitos relativos a juros vem sendo modificado para acompanhar as exigências atuais, porém certas práticas ainda não se perderam ao longo do tempo, procedimentos que ainda hoje envolvem algum desconforto. No entanto, precisamos recordar que todas as práticas desde a antiguidade até este momento foi fundamental para cada período de sua origem. Exemplo disto foram as sementes que eram emprestadas para seu cultivo por um agricultor, e para ele poder pagar deveria esperar a colheita. Assim, a forma de calcular os juros era mais razoável pelo prazo de uma safra; outros modelos de juros compostos foram das antigas viagens comerciais que poderiam demorar mais de um ano para serem concluídas. Conforme a deficiência de cada período, foram surgindo novos meios de se trabalhar com a relação tempo e juro se adaptando, podendo atender a necessidade de cada indivíduo de acordo com seu tempo.

De acordo com Mathias, Washington Franco (2009) o problema econômico decorre da escassez, ou seja, do fato de que as necessidades das pessoas são satisfeitas por bens e serviços cuja oferta é limitada. Ao longo do processo de desenvolvimento da sociedade, o problema de satisfazer às necessidades foi solucionado através da especialização e através do processo de troca de um bem por outro. Mais tarde surgiu um bem intermediário para este processo de trocas que é a moeda. Assim, o preço passou a ser o denominador comum de medida para

o valor dos bens e a moeda um meio para acumular valor e constituir riqueza ou capital.

Constatou-se que os bens poderiam ser consumidos ou guardados para consumo futuro. Caso o bem fosse consumido ele desapareceria e, caso houvesse acumulação, o estoque de bens poderia servir para gerar novos bens e/ou riqueza através do processo produtivo.

A noção de juro decorre do fato de que a maioria das pessoas prefere consumir seus bens no presente e não no futuro. Em outras palavras, havendo uma preferência temporal para consumir, as pessoas querem uma recompensa pela abstinência. Este prêmio para que não haja consumo é o juro.

O juro também pode ser entendido como sendo o custo do crédito ou a remuneração do capital aplicado. Isto é, o juro é o pagamento pelo uso de poder aquisitivo por um determinado período. Associa-se então o juro à preferência temporal das pessoas, o desejo de efetuar o consumo o mais cedo possível.

5.3 PROPOSTA DE UMA AÇÃO DIDÁTICA PARA O ENISNO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Esta proposta pretende envolver ou discutir os conteúdos matemáticos que envolve a matemática financeira, através de problemas significativos para os alunos que estão no ensino médio das escolas brasileiras. Assim as situações propostas têm como objetivo de apresentar uma realidade que a maioria dos brasileiros enfrenta ou enfrentarão. As atividades têm como meta construir uma relação entre o contexto social dos alunos e a matemática, onde eles compreendam o que estão fazendo e construam estratégias para uma tomada de decisão adequada a condição de cada um.

Na perspectiva da Resolução de Problemas, as situações iniciais devem levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos e considerando serem alunos do ensino médio, acredita-se que conhecem os conceitos básicos de porcentagem e reconhecem a forma de representação (%). Portanto, iniciaremos a proposta com uma situação problema que envolva este conceito e posteriormente inseriremos outras situações que venham necessitar de outros conhecimentos matemáticos.

Nesta perspectiva, o professor não deve apresentar os conteúdos, eles vão surgindo de acordo com a necessidade, gradativamente na construção das estratégia para a solução das situações problemas. O professor é fundamental para direcionar e oferecer ferramentas que levem os alunos a resolverem os problemas. Assim a proposta apresenta um comentário antes de cada situação e posterior para orientação dos professores.

Elegemos, neste capítulo e falaremos de alguns conceitos fundamentais utilizado em matemática financeira e economia são definições usadas no dia a dia que ajudam na compre-

ensão de situações problema, seja ela simples ou um pouco mais árdua. Compreendendo as definições dos termos aplicado na matemática financeira, o indivíduo pode ter mais segurança em interpretar situações e resolver problemas do seu dia a dia.

Considerando, que o conteúdo será aplicado para alunos do Ensino Médio presumindo o conhecimento prévio, não convém a realização de muitas aulas para a realização das 6 situações problemas podendo ser realizada em um total de 8 aulas ministradas utilizando a Resolução de Problemas como estratégias.

5.3.1 SITUAÇÃO PROBLEMA 1

Este problema tem por objetivo envolver os alunos e gerar expectativa apresentando um problema que envolva a compra de um eletrodoméstico apontando algumas condições de compra, mostrando para o aluno a possibilidade de reconhecer no mundo real, situações que envolva o pagamento de juros simples e composto, resgatando o conhecimento adquirido no Ensino Fundamental e aplicando nesta situação problema.

Um casal, recém-casado, estão à procura de uma máquina de lavar roupas para facilitar os serviços domésticos, eles vêm efetuando economia na intenção de adquirir os móveis que faltam e um veículo para facilitar o deslocamento para o trabalho, e para o futuro o sonho da casa própria. Porém nem tudo está sendo fácil principalmente na hora de escolher a forma de pagar os bens adquiridos pelo casal. Os dois têm o Ensino Médio completo, mas os conceitos obtidos em educação financeira não condiz muito com que os dois estão vivendo.

Recentemente visitaram algumas lojas de eletrodoméstico de sua cidade na intenção de levar para casa a máquina de lavar roupa, após analisarem todas as propostas escolheram duas lojas que mais agradaram o casal e que o valor ficaria dentro de seu orçamento. A primeira loja escolhida o valor saia por R\$2.099,00 a vista ou em quatro parcelas iguais com 5% de juros, sendo a primeira parcela após um mês sobre o preço avista. A segunda loja a proposta do vendedor era de R\$2.200,00 podendo ser pago de duas formas, a vista com 5% de desconto ou em 4 parcelas iguais sem juros, com a primeira parcela após um mês da compra.

O casal pediu um tempo para analisar as propostas, eles tinham o valor da máquina de lavar em uma poupança que rendia 0,5%a.m. como estavam com dúvida de como proceder sobre a melhor forma de pagamento pediram ajuda a um casal de amigos que eram contadores.

Avaliando o problema e a melhor solução de compra, podemos sempre mudar nosso ponto de vista e nossa forma de encarar o problema. Devemos entender que as situações problemas vão depender da situação financeira de quem está adquirindo este eletrodoméstico. Podemos ter indivíduos com condições de pagamento à vista como aqueles que preferem por parcelar. Assim devemos compreender que o casal tem duas formas de pagar o eletrodoméstico, cada modo de pagamento deve ser planejado para que eles possam obter sempre o melhor resultado.

O problema envolve operações de porcentagem e juros simples, sendo este conhecimento adquirido nas séries finais do fundamental sendo base para a Resolução de Problema.

Aparentemente são soluções fáceis de resolver, porém, devemos entender que na matemática financeira é normal o pensamento de que o capital pode variar em função do tempo. No caso da compra parcelada o capital fica rendendo. Esse rendimento é que devemos comparar com o desconto fornecido pelo vendedor, verificando assim qual das opções é mais vantajosa.

5.3.2 SITUAÇÃO PROBLEMA 2

Esta situação problema pretende mobilizar os alunos com o conhecimento que já possuem sobre juros para solucionar o problema dado, utilizando conceitos da matemática para analisarem vantagem e desvantagem em transações comerciais, entendendo que juros compostos nada mais é que juro sobre juro, uma compensação em dinheiro que se paga ou recebe.

Para que o casal possa finalizar a compra dos eletrodomésticos e móveis que faltam, eles procuraram uma financeira para realizar um empréstimo e receberam uma proposta do gerente, liberando o valor que eles precisavam de R\$5.000,00 com juros de 2% ao mês e com pagamento da primeira parcela em seis meses. Analisando a proposta o casal constatou que poderiam quitar o financiamento em seis meses, ou seja, na primeira parcela do financiamento. Com isso o casal fechou com a financeira.

Sabendo o valor do juro de 2% e do capital de R\$5.000,00 qual seria o valor a ser quitado após. Seis meses?

Quando falamos de juros compostos devemos lembrar serem práticas de juros sobre juros. São operações usadas na maioria das vezes, no sistema financeiro, oferecendo maior rentabilidade quando comparado com juros simples, lembrando que o juro nada mais é que a remuneração paga pelo empréstimo.

A princípio a ideia é que os alunos resolvam com o conhecimento de juros simples, apesar de ser trabalhoso é o caminho mais coerente diante do conhecimento deles, posteriormente pode se apresentar e deduzir o processo de juros compostos e com isto, facilitar os cálculos, lembrando que para essas situações é possível utilizar de meios eletrônicos como calculadora ou planilha eletrônica, facilitando o trabalho dos alunos.

5.3.3 SITUAÇÃO PROBLEMA 3

Nesta situação problema, quando um determinado produto tem aumentos sucessivos ou descontos sucessivos devemos estar atentos na existências de falsos descontos, propagandas enganosas ou duvidosas, dar um desconto de 40% é diferente que dar 20% mais 20% os valores não são os mesmos, orientar os consumidores é a maneira mais eficaz, neste problema vamos

trabalhar descontos e aumentos sucessivos utilizando tanto o conhecimento já adquirido de juros como novos conceitos matemáticos.

Neste sentido a primeira situação apresentaremos a proposta de descontos sucessivos, com o objetivo de mostrar que a referência de cálculo é importante. A segunda situação apresentamos uma condição inversa, isto é, aumento sucessivo de juros.

Agora com o casal mais estabilizado, decidiram procurar um carro para comprar, principalmente devido à chegada da primogênita da família. Os dois possuem economias guardadas com valor suficiente para a compra de um modelo popular usado. Visitando algumas lojas de carros deste tipo, o interesse de ambos foi em um modelo que, possuía valor conforme suas economias.

O vendedor, um rapaz novo que estava começando no ramo de vendas de carro, com falta de experiência na hora das negociações com o casal e visto não querer perder a venda, resolveu oferecer um desconto de 10%, no modelo escolhido pelo casal, o veículo possuía valor de R\$20.000,00. O casal não contente com a oferta, continuou com as negociações. O vendedor então ofereceu mais um desconto de 5% sobre o valor final com o desconto, conseguindo assim chegar a um valor que agradasse o casal. Na hora de fechar a venda, o gerente constatou que não poderia ser dado um desconto tão grande. O casal desistiu da compra e foi à procura de outro modelo.

O vendedor ficando em dúvida, após a saída do casal, decidiu calcular qual seria a porcentagem que ele deveria incluir sobre o valor dos descontos para que o veículo voltasse ao valor inicial de R\$20.000,00.

Considerando o problema de descontos sucessivos no exemplo acima uma das maneiras de se resolver é utilizar do conhecimento já adquirido pelos alunos em anos anteriores, porém algumas situações quando empregado de outros cálculos facilita o desenvolvimento do problema chegando na solução de maneira mais eficaz. Os juros simples estão presentes nos conhecimentos dos alunos do Ensino Médio muitos problemas práticos envolvendo descontos sucessivos são resolvidos com juros simples, mas devemos lembrar que os conceitos de descontos sucessivos são importantes na resolução de problemas.

5.3.4 SITUAÇÃO PROBLEMA 4

Para este problema, quando um produto tem aumentos sucessivos devemos estar atentos, pois 60% diferem em dar 20% mais 40% os valores não são os mesmos, orientar os consumidores é a maneira mais eficaz, neste problema trabalha aumentos sucessivos utilizando os conceitos já adquirido pelos alunos bem como novos conceitos matemáticos. Neste sentido apresenta uma condição inversa de descontos sucessivos, isto é, aumento sucessivo de juros.

Em uma conversa com o gerente da garagem o vendedor procurou entender melhor como

funcionava a compra e venda dos carros e como fazer para obter lucros sobre as vendas. O gerente então lhe disse que é acrescentado 10% sobre o preço de compra, e que em um determinado carro o lucro seria R\$2.400,00. Qual o valor de compra deste veículo?

Como a venda de carros usados está em alta, o gerente decide aumentar sua margem de lucro em mais 10% sobre o preço de venda, qual será, em reais, o novo preço do carro? Qual o lucro obtido na venda desse veículo?

Como observamos o problema de aumento sucessivo uma das formas de se resolver é utilizar do conhecimento já adquirido e usar o juro simples, porém algumas situações quando utilizado de outros cálculos facilita o desenvolvimento do enunciado chegando na resposta de maneira mais rápida. Os juros simples estão presentes nos conhecimentos dos alunos do Ensino Médio muitos problemas práticos envolvendo aumento sucessivos são resolvidos com juros simples, mas devemos lembrar que os conceitos de aumentos sucessivos são importantes na Resolução de Problemas.

5.3.5 SITUAÇÃO PROBLEMA 5

De modo a analisar a diferença entre os dois sistemas PRICE e SAC, preparamos duas situações problemas: o problema 5 e 6 onde mostraremos a vantagem de cada um e suas desvantagens quando comparados ao período do financiamento, o problema 5 deve ser resolvido utilizando a tabela SAC e a Tabela PRICE, e para o problema 6 deve ser utilizado somente a tabela SAC, motivo nos financiamentos residenciais é o sistema utilizados.

O objetivo deste problema comparar o valor da prestação e dos juros pagos em um financiamento usando os dois sistemas SAC e PRICE.

Vamos mostrar que o sistema SAC apresenta uma pequena vantagem comparado com o sistema PRICE, porém começa com uma prestação maior e vai reduzindo gradativamente, o valor amortizado é sempre o mesmo e o juros é cobrado mês a mês, vai reduzindo devido a amortização realizada cada mês, e ao final verifica-se que os total de juros pago é inferior ao da tabela PRICE.

No sistema PRICE, a grande vantagem é a parcela, que é um valor fixo, da primeira a última prestação, devemos lembrar que já existiu muitos debates a respeito de que o sistema PRICE, se sua fórmula é estruturada com base em juros compostos ou não, porém nos dias atuais, em comum acordo, é usado no mercado financeiro um sistema de amortização que faz uso dos juros compostos. Sendo assim a taxa estabelecida para um financiamento ou empréstimo é calculada mês a mês em sobre do valor devedor e não apenas tomando como base o montante inicial.

Assim, para que o valor da parcela seja fixo, enquanto os juros começa mais altos e vai diminuindo, a amortização começa mais baixa e aumenta gradativamente. Diferente de outros

sistemas quando comparado, no sistema PRICE as parcelas são mais baixas, comprometendo uma parte menor da renda.

Visitando mais algumas garagens, o casal encontrou um carro que agrada tanto financeiramente como pessoalmente. O modelo escolhido é um carro no valor de R\$28.000,00, porém em conversas anteriores o casal preferiu continuar com o dinheiro investido na poupança para poderem arcar com os 10% numa futura compra ou construção da casa própria, já que os programas habitacionais financiam apenas 90% do projeto. Assim em conversa com o vendedor ele propôs um financiamento de 100% do veículo pagando em 60 parcelas o que agrada ao casal, além disso, as parcelas são fixas não comprometendo o orçamento no futuro. O financiamento viria de uma financeira parceira da garagem e os juros seriam de 1,35%a.m.

Sendo assim, qual o valor das prestações? E os juros pagos pelo casal neste período de 60 meses?

O sistema PRICE é utilizado por apresentar prestações a serem quitadas com valores iguais, o que traz uma segurança para o devedor. No entanto, não é aconselhado realizar empréstimos quando os prazos tendem a ser longos.

Analisando o problema sabemos o valor a ser financiado a taxa de juros cobrada e o prazo estabelecido considerado curto para um financiamento, em resumo podemos dizer que a tabela PRICE está presente na maioria das compras parceladas, para ficar mais claro primeiro devemos utilizar a expressão matemática apresentada no exemplo da tabela PRICE e para calcularmos o juro cobrado basta multiplicar o valor da prestação pelo número de parcelas e subtrair o capital financiado.

5.3.6 SITUAÇÃO PROBLEMA 6

Neste problema analisaremos o que acontece com um financiamento de longo prazo no sistema SAC, o valor da parcela e o que acontece quando o cliente paga uma certa quantidade de parcelas. A tabela SAC é um sistema de amortização que atua de forma contínua ao longo do processo de financiamento, ou seja, o valor da amortização permanece igual em todo o período do financiamento alterando apenas o valor mensal dos juros que decresce até o fim do financiamento.

No decorrer do financiamento a dívida vai sendo quitada, desta forma cada vez menos juros são pagos pelo contratante, alcançando valores cada vez menores no final da transação, quando comparado com a primeira prestação do financiamento.

Com a facilidade em adquirir um imóvel e o surgimento de um de agrado do casal, eles procuraram uma instituição financeira para verificar as possibilidades de financiamento, custos e outras despesas. Após uma conversa com o gerente o mesmo apresentou uma tabela

com os custos. Sendo de interesse do casal um apartamento no valor de R\$140.000,00 e que os juros com todas as taxas cobradas pelo banco saíam por 6,5%a.a. e onde o casal pode financiar o imóvel em um prazo de até 30 anos ou 360 meses, o que deixaria as parcelas no orçamento, pergunta-se qual o valor da primeira prestação? E o valor da última prestação?

Após resolver este problema os alunos podem entender a diferença entre um sistema e outro, analisamos o que acontece com um financiamento de longo prazo sua vantagem e desvantagem no sistema SAC o efeito psicológico que causa no cliente que quanto mais as parcelas têm seu valor reduzido mais satisfeito ele se sente, pois, os valores das parcelas tendem a diminuir causando um impacto positivo no bolso.

Outro ponto positivo com a tabela SAC é que no fim do financiamento os juros são menores, pois com a amortização o saldo devedor diminui e com o tempo a dívida fica cada vez menor. A desvantagem neste sistema é que as parcelas iniciais têm valores muito mais alto que na PRICE, podendo dificultar um contrato, lembrando que financiamentos em geral o valor da parcela não pode comprometer 30% de sua renda.

5.3.7 CONCEITOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA AUXILIO AO PROFESSOR

Elegemos, neste capítulo e falaremos de alguns conceitos fundamentais utilizado em matemática financeira e economia são definições usadas no dia a dia que ajudam na compreensão de situações problema, seja ela simples ou um pouco mais árdua. Compreendendo as definições dos termos aplicado na matemática financeira, o indivíduo pode ter mais segurança em interpretar situações e resolver problemas do seu dia a dia.

5.3.7.1 Porcentagem

A porcentagem é o conceito inicial da matemática financeira, corresponde à x partes de um inteiro subdividido em 100 partes iguais, é representada pelo símbolo %. Na matemática está relacionada com a razão, onde a expressão $\frac{x}{100}$ é denominada taxa percentual.

É utilizada quando queremos expressar uma parte de uma determinada quantidade, na matemática financeira utiliza-se em cálculo de juros e descontos.

Exemplo: Um produto apresenta o valor de R\$80,00 e foi vendido com um desconto de 5%. Qual o valor que foi vendido?

Res: O desconto de 5% sobre o valor de R\$80,00 corresponde à divisão do preço por 100, $(\frac{80}{100})$, tomando 5 partes, isto é, $(\frac{R\$80,00}{100}) * 5 = R\$4,00$. Preço final será $Pf = R\$80,00 - R\$4,00 = R\$76,00$.

De modo geral, calcular porcentagem (%) de x corresponde a multiplicar $\frac{a}{100}$ por x onde a corresponde ao valor de referência e x a porcentagem desejada.

5.3.7.2 Juros

Juros são valores acumulados do capital, que podem ser despesa do dinheiro tido em forma de empréstimo, ou a volta de um capital aplicado, ou mesmo a diferença entre o pagamento à vista e a prazo em operação comercial.

Os juros realizam um papel respeitável na sociedade. Pois, ao realizar uma movimentação financeira na forma de empréstimo, o indivíduo pode antecipar uma decisão de consumo que, do contrário, só poderia realizar em uma compra futura. Entretanto, terá de renunciar ao consumo no futuro para pagar o empréstimo e os juros do período. Por outro lado, o indivíduo pode preferir renunciar ao consumo presente e adiar sua decisão de consumo para uma data futura, ganhando os juros do período. Assim, os juros permitem deslocar no tempo as decisões de consumo dos indivíduos. Assim o juros está presente em nossa vida financeira, sendo no momento de adiar ou antecipar um determinado desejo de consumo, dentro do sistema financeiro, esta estrutura é sustentada pelos bancos e agências financeiras.

Na matemática financeira o juro é entendido como um acréscimo e um decréscimo é denominado desconto e cada um deles estão estruturados em dois tipos: o juros simples e o juros composto, desconto simple e desconto composto. O cálculo está vinculado a fatores como, valor inicial (capital), taxa, e período, assim adotaremos as seguintes nomenclaturas:

- **Capital inicial (C):** valor da aplicação financeira seja ele em moeda, bens e direitos.
- **Taxa (i):** expressa em porcentagem, será aplicada ao capital durante os períodos de capitalização gerando juros.
- **Número de período (n):** quantidade de período pelo qual o capital permanecerá aplicado à combinada taxa de juros.
- **Juros (J):** valor acrescentado ao capital.
- **Desconto (D):** valor descontado do capital.
- **Montante (M):** valor final, obtido após a ocorrência dos juros.

5.3.7.2.1 Juros Simples

é uma porcentagem do capital inicial aplicada durante determinado tempo. No cálculo de juros simples o montante não é atualizado periodicamente, a atualização se dá no final do período.

Ao trabalhar com juros pode se deparar com representações diferentes a unitária e a percentual, quando trabalhamos com a unitária, observando que o valor $x \in [0, 1]$, devemos transformá-la na forma percentual, para isto, basta multiplicar a taxa expressa por 100. Exemplo $0,08a.a. = (0,08 * 100)\%a.a. = 8\%a.a..$

Para o cálculo do juros simples utilizamos a seguinte fórmula $J = C.i.n$ e o montante final (valor final) é calculado por $M = C + J$.

5.3.7.2.2 Desconto Simples

Ao realizar uma aquisição é comum a solicitação de desconto. As vezes está relacionado com uma quantidade maior de produto ou numa aquisição com pagamento vista. O objetivo é conseguir um valor inferior ao apresentado inicialmente. Na matemática financeira o cálculo do desconto utiliza a mesma fórmula que o juros simples, porém o valor calculado deve ser subtraído do capital $M = C - DJ$.

5.3.7.2.3 Juros Compostos

Segundo Gomes (2009), considerando o sistema de juros simples, onde a circunstância gira apenas no capital inicial, no juros composto o juros incide sobre o montante. A ação ao qual o juros é incorporado ao capital é chamado de capitalização, isto é, o momento em que o juros é incorporado ao capital, assim a cada período o capital inicial é atualizado com o acréscimo do juros.

O regime de juros compostos, que possui grande relevância financeira por melhor representar as relações comerciais. Os Juros concebidos pela aplicação são incorporados à mesma aplicação concebendo um novo capital e o cálculo de novos juros no período seguinte. Assim, os juros são capitalizados e não só o capital inicial rende juros, mas também os juros concebido em períodos anteriormente.

A diferença entre juros simples e juros compostos é que, no juros simples, a taxa de juros (i) é sempre calculada baseada no capital inicial, isto é, mesmo depois de n meses, por exemplo, a taxa vai ser calculada com base no capital inicial.

Já no sistema de juros composto, a taxa é calculada com base no capital inicial somente no primeiro mês, pois, nos demais, é sempre calculada com base no capital do mês anterior.

O processo de capitalização se dá da seguinte forma:

- 1º mês: $M = C(1 + i)$
- 2º mês $M = C(1 + i)(1 + i) = C(1 + i)^2$
- 3º mês $M = C(1 + i)(1 + i)(1 + i) = C(1 + i)^3$

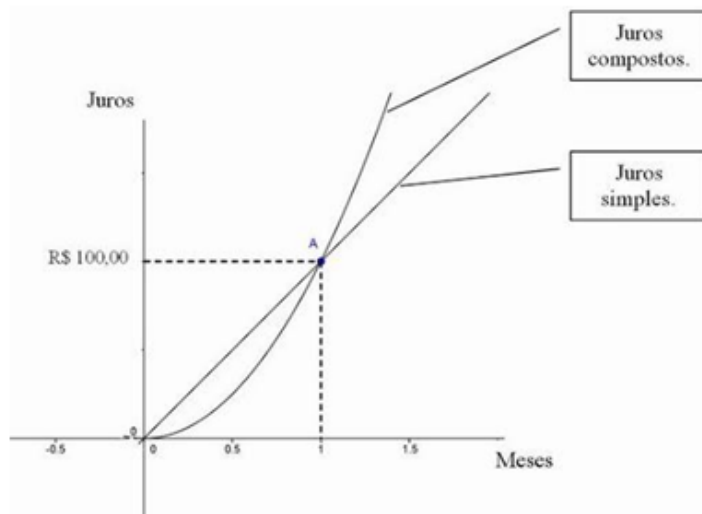
- 4º mês $M = C(1 + i)(1 + i)(1 + i)(1 + i) = C(1 + i)^4$

- \vdots

- n° mês $M = C(1 + i) \cdot \dots \cdot (1 + i) = C(1 + i)^n$

Podemos visualizar geometricamente a diferença em a taxa de juros simples com o juros compostos.

Gráfico comparativo de juros simples e compostos



Conseguimos visualizar que na formação do montante em juros simples é linear, já em juros compostos é uma exponencial.

5.3.7.2.4 Montante

Montante (M) é o acumulado resultante do capital somado ao rendimento do referido capital durante a aplicação em um determinado período, a uma determinada taxa i . No caso do desconto o valor é subtraído do capital.

Para o cálculo do montante de um capital C aplicado por um período n a uma determinada taxa i de juros simples, é usado a seguinte fórmula:

- Juros $J = C.i.n$
- Montante $M = C + J$

- Forma direta $M = C(1 + i.n)$

Observa-se que o cálculo do montante pode ser realizado facilmente seguindo gradualmente desde que se utilize em cada período o montante do período anterior. Pode-se obter a fórmula do montante substituindo o capital inicial em cada período, ou seja o montante se transforma no capital no período subsequente:

- $M_1 = C(1 + i)$
- $M_2 = M_1(1 + i)$, observe que $M_2 = C(1 + i)(1 + i) = C(1 + i)^2$
- \vdots
- $M_n = M_{n-1}(1 + i)$, conseqüentemente $M_n = C(1 + i) \cdots (1 + i) = C(1 + i)^n$

Repetindo esse processo n vezes como indica o período para achar o montante, porém para facilitar podemos generalizar esse raciocínio e obter o montante final de n períodos à taxa i de juros pela fórmula de juros compostos, ou seja $M_n = C(1 + i)^n$.

5.3.7.2.5 Desconto e Acréscimos Sucessivos

Quando falamos de acréscimos e descontos, tanto os acréscimos quanto os descontos incidem sobre o valor inicial. Quando os acréscimos são sucessivos, se referencia a aumentos sucessivos, ou seja, o valor do produto sofre reajustes de forma sequencial, o cálculo sempre é realizado sobre o montante, assim definindo P_0 como valor inicial e de $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ as taxas de acréscimos sucessivos. Os valores obtidos após cada acréscimos, denominados $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, respectivamente, podem ser calculados por:

- $P_1 = P_0(1 + i_1)$
- $P_2 = P_1(1 + i_2)$
- $P_3 = P_2(1 + i_3)$
- \vdots
- $P_n = P_{n-1}(1 + i_n) \Rightarrow P_n = P_0(1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3) \cdots (1 + i_n)$

Quando trabalhamos com descontos sucessivos, podemos realizar os cálculos da seguinte maneira:

- $P_1 = P_0(1 - i_1)$

- $P_2 = P_1(1 - i_2)$
- $P_3 = P_2(1 - i_3)$
- \vdots
- $P_n = P_{n-1}(1 - i_n) \Rightarrow P_n = P_0(1 - i_1)(1 - i_2)(1 - i_3) \cdots (1 - i_n)$

5.3.7.2.6 Financiamentos

Denomina-se financiamento ao ato de fazer uso de recursos econômicos para cumprir com as obrigações, serviços, bens ou qualquer tipo de ativo em particular.

Parecido com empréstimos, na sua maioria para aquisição de um bem de maior valor, um veículo ou imóvel, nada mais é que um contrato combinado entre cliente e instituição financeira com juros, encargos e prazo antecipadamente combinados onde o bem financiado fica alienado para instituição financeira até o término de seu pagamento.

Nos últimos anos grandes redes varejistas ofertaram linhas de financiamento para aquisição em especial de carros novos e usados, diminuindo a atuação dos bancos. Este modelo de financiamento exige uma orientação específica que é a comprovação da utilização do recurso. Podemos destacar as linhas de financiamento mais populares no Brasil que são a aquisição de automóveis e imóveis (residencial ou comercial).

Um exemplo bastante simples e comum é o cartão de crédito, onde utiliza-se de recursos de uma instituição financeira e paga-se na data de vencimento, este serviço demanda de custos, que é cobrada através da anuidade do cartão.

No financiamento de automóveis por meio do Crédito Direto ao Consumidor, o contratante escolhe a instituição financeira de sua preferência com melhores condições de prazos, juros e encargos, os empréstimos não sofrem alteração durante o período estabelecido em contrato produzido com informação do bem adquirido pelo contratante.

Um exemplo mais complexo é a contratação de um financiamento para a aquisição de um automóvel em diferentes instituições financeiras, com um valor de R\$60.000,00.

Item	Instituição A	Instituição B
Valor do financiamento	R\$60.000,00	R\$60.000,00
Prazo (meses)	60	60
Taxa de juros (a.m)	1,15%	1,24%
CET (a.a)	14,64%	15,9%
Parcela mensal	R\$1.389,88	R\$1.423,62
Valor final pago	R\$83.392,80	R\$85.417,20

CET - Custo Efetivo Total é a soma de taxas de juros, tributos, tarifas, gravames, IOF - Imposto sobre Operações Financeiras, registros, seguros e demais despesas do contrato representado como custo em porcentagem (%) anual.

Podemos perceber ao analisar a tabela acima que a diferença entre às duas instituições é R\$2.024,40, valor este considerado relevante para este caso em que os bancos trabalham com juros parecidos. Levando em conta que o cliente tem a opção de escolher entre as instituições e podendo simular qual apresentam as melhores taxas. Considerando ainda que para o cálculo da parcela foi utilizado a tabela PRICE.

Nos financiamentos imobiliários comuns no país como o programa Minha Casa Minha Vida do governo federal, que já atendeu cerca de 6 milhões de famílias, realizando o sonho da casa própria. Quando a família não dispõe de recursos para adquirir a vista, o financiamento imobiliário é uma ótima opção, todavia o planejamento é fundamental quando se trata de financiamento de longo prazo para que não se torne um tormento no orçamento familiar.

Famílias que moram de aluguel e querem realizar o sonho da casa própria, buscam parcelas de financiamento que não comprometem tanto o orçamento familiar, mas é preciso estudar, analisar.

O financiamento imobiliário parece ser simples, mas devemos atentar a este respeito. É difícil encontrar uma instituição que financie 100% do imóvel. O contratante precisa ter recursos para iniciar a compra ou construção. O valor financiado depende de análise de crédito, nunca comprometendo o orçamento familiar. Cada instituição pode definir, de acordo com sua política de crédito, o valor liberado para o financiamento, o que pode variar de 80% a 90% do valor do imóvel adquirido ou do projeto de construção.

Apesar de várias instituições trabalharem com linhas de financiamento imobiliário, facilitando a aquisição de um bem, o comprador precisa organizar-se com antecedência. Instituições financeiras atuam diferentemente usando sistema de reposição do valor financiado em parcelas que pode seguir o sistema (PRICE) onde o valor das parcelas permanece inalterado durante todo período do financiamento ou o sistema (SAC) onde as parcelas decrescem com o passar do tempo de financiamento. Saber diferenciar cada uma é de suma importância, pois cada sistema tem suas vantagens e desvantagens

5.3.7.2.7 Sistema de Amortização Constante – SAC

Através do sistema de amortização constante o credor determina o retorno do principal em n parcelas, incidindo os juros sobre o saldo devedor.

Pelo sistema SAC, o valor financiado é dividido em parcelas iguais e os juros calculados sobre o saldo devedor do mês anterior. O saldo devedor vai reduzindo com o pagamento das parcelas, logo os juros também diminuem, gerando parcelas cada vez menores.

Para facilitar o entendimento apresentaremos uma situação problema e construiremos a tabela SAC. Esta situação apresenta empréstimo de curto prazo para fins didáticos, pois este sistema pode ser usado com o mínimo de duas parcelas ou grandes períodos.

Exemplo 1: Uma empresa necessita de R\$100.000,00. Sabendo que o banco concedeu 2 anos de carência e que os juros serão pagos anualmente, onde a taxa de juros é de 10% ao ano e que o principal será amortizado em 4 parcelas anuais. Analisemos as seguintes situações:

Situação 1. Resolução: : Admitimos que o principal foi emprestado no início do primeiro ano e que os juros serão pagos ao completarem o ano e que a primeira prestação (amortização) seja paga com os juros no final do terceiro ano.

Temos: A amortização anual é $\frac{100.000,00}{4} = 25.000,00$

Ano	Saque	principal	Amortização	Juros	Prestação	Saldo devedor
1	100.000,00	100.000,00	—	10.000,00	10.000,00	100.000,00
2	—	100.000,00	—	10.000,00	10.000,00	100.000,00
3	—	100.000,00	25.000,00	10.000,00	35.000,00	75.000,00
4	—	75.000,00	25.000,00	7.500,00	32.500,00	50.000,00
5	—	50.000,00	25.000,00	5.000,00	30.000,00	25.000,00
6	—	25.000,00	25.000,00	2.500,00	27.500,00	0
Total	—	—	100.000,00	45.000,00	145.000,00	—

Pela tabela temos:

- No final do primeiro e segundo ano, que correspondem à carência, onde ocorre somente o pagamento dos juros.
- No final do terceiro ano, há a primeira amortização de R\$25.000,00 e a parcela é calculado com a soma do valor amortizado acrescido do juros correspondente ao valor principal inicial.
- As demais parcelas seguem o mesmo processo

Observando o sistema SAC devemos considerar as parcelas posterior ao tempo de carência, onde as parcelas vão reduzindo gradativamente, pois neste sistema o valor a ser amortizado é sempre o mesmo, porém a base de cálculo do juro é reduzido a cada amortização.

Exemplo 2: Agora apresentamos o mesmo problema onde as partes combinaram o não pagamento dos juros durante o período de carência. Diz-se então que os juros foram capitalizados durante a carência. Tudo se passa como se a entidade financiadora tivesse concedido um empréstimo adicional para pagamento dos juros.

Podemos ter dois casos:

- a) As amortizações são calculadas em relação ao valor inicial emprestado e os juros capitalizados são pagos no primeiro ano de amortização.
- b) As amortizações são calculadas em relação ao valor inicial emprestado mais os juros capitalizados durante a carência.

Para o item *a)* teremos:

Ano	Saque	Principal	Amortização	Juros	Prestação	Saldo devedor
1	—	100.000,00	—	10.000,00	—	110.000,00
2	—	110.000,00	—	11.000,00	—	121.000,00
3	—	121.000,00	25.000,00	33.100,00	58.100,00	75.000,00
4	—	75.000,00	25.000,00	7.500,00	32.500,00	50.000,00
5	—	50.000,00	25.000,00	5.000,00	30.000,00	25.000,00
6	—	25.000,00	25.000,00	2.500,00	27.500,00	0
Total	—	—	100.000,00	48.100,00	148.100,00	—

Para o item *b)* teremos:

Ano	Saque	Principal	Amortização	Juros	Prestação	Saldo devedor
1	—	100.000,00	—	10.000,00	—	110.000,00
2	—	110.000,00	—	11.000,00	—	121.000,00
3	—	121.000,00	30.250,00	12.100,00	42.350,00	90.750,00
4	—	90.750,00	30.250,00	9.075,00	39.325,00	60.500,00
5	—	60.500,00	30.250,00	6.050,00	36.300,00	30.250,00
6	—	30.250,00	30.250,00	3.025,00	33.275,00	0
Total	—	—	121.000,00	51.250,00	172.250,00	0

Comparando os totais das prestações nos três casos, temos para um empréstimo de R\$100.000,00:

	Tabela 1	Tabela 2	Tabela 3
Valor final	145.000,00	148.100,00	172.250,00

Aparentemente está havendo um acréscimo no custo total, mas este acréscimo é devido apenas ao fato de que se está amortizando o principal com maior defasagem. Verifique que o valor atual das prestações descontadas a 10%*a.a.* é exatamente igual a R\$100.000,00.

5.3.7.2.8 Sistema de Amortização PRICE

O Sistema de Amortização PRICE, também conhecido como Sistema Francês de Amortização (SFA), é uma forma de amortização de dívidas, mediante pagamentos periódicos de igual valor calculado sob regime de juros capitalizados.

O Sistema PRICE é estruturado em cima da tabela PRICE, que é estruturada de acordo com a fórmula $C = \frac{((1+i)^n)i}{(1+i)^n - 1}$, onde C é o coeficiente utilizado para calcular as parcelas do financiamento, i a taxa de juros e n o período. Para cada taxa é gerado uma tabela de coeficientes que multiplicado pelo valor financiado gerando o valor de cada parcela.

Deve ficar claro que o sistema “Tabela PRICE” tem como base o critério de juros compostos. Devemos atentar que empréstimos realizados na prática, por instituições financeiras cobram o imposto sobre movimentação financeira (IOF), seguros, taxa administrativa entre outras despesas.

Essas taxas adicionais aumentam a taxa de juro real, para quem está adquirindo o empréstimo, tornando indispensável análise das diversas possibilidades de empréstimos, verificando a que melhor se encaixa em suas finanças.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A observação realizada nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio nos reforça a relevância deste material distribuído gratuitamente para as escolas públicas brasileiras. Oferecendo informação relevante capaz de transformar indivíduos, preparando cidadãos com conhecimento necessário para uma sociedade que cobra cada dia mais.

Ao analisar os livros de matemática do Ensino Médio podemos perceber que todos os livros apresentaram um debate sobre o tema matemática financeira tiveram um avanço, pois não basta introduzir o conteúdo sem uma boa conversa sobre o tema abordado.

Ao fazer as leituras dos conteúdos abordados sobre matemática financeira no Ensino Médio, vimos que conteúdo como porcentagem, juros simples, juros compostos estão em todos os livros analisados, entretanto não há um argumento sobre o tema, para que nosso aluno relacione aquilo como um problema que irá se deparar frequentemente em seu dia a dia, transformando o conteúdo em apenas manipulação de fórmulas e repetição de exercícios, não considerando que o mais importante é que o aluno desenvolva a capacidade de analisar e lidar com o mercado financeiro.

Quando usamos a Resolução de Problemas para situações problemas voltados à matemática financeira podemos auxiliar nossos alunos em dificuldades de interpretação, na coleta de dados, alcançando um maior interesse dos alunos com uma abordagem de fácil entendimento, podendo alcançar uma aprendizagem mais relevante, melhorando a participação e o envolvimento dos nossos estudante.

Partindo dessa prerrogativa, trataremos o conteúdo de matemática financeira de forma simples e clara, com objetivo de ser uma leitura acessível, de fácil entendimento, pois acreditamos que dotados de conhecimento, ainda que trivial, o aluno conseguirá tomar decisões verificando seu próprio contexto, sem necessidade de seguir regras generalizadas, adaptando a situação a sua realidade ajustando o melhor caminho a seguir, e quando necessário terá capacidade de buscar informação.

Além disso, a experiência de aperfeiçoamento no programa de mestrado PROFMAT possibilitou uma busca por práticas ricas, tanto na parte do aprendizado matemático como na utilização em sala de aula, melhorando a confiança para responder questionamentos aos estudantes como na apresentação de certas aplicações demonstradas em sala de aula. Enfim, motivado por desejo de cada vez mais, buscar novos pensamentos melhorando meu desempenho profissional.

Referências

ALMEIDA, Silvio L. Uma ação didática envolvendo a Prova Brasil por Meio da Resolução de Problemas – Sinop, 2021. Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -Profmat – Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT - Campus Unversitário de Sinop.

AMORIM, V. O ensino de matemática financeira: do livro didático ao mundo real. 2^o Simpósio de formação do professor de matemática da região Nordeste. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

ANDRADE, Ricardo Luis de. Resolução de Problemas: uma proposta para o ensino de matemática financeira – Sinop, 2017. Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -Profmat – Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT - Campus Unversitário de Sinop.

BRASIL - Constituição da República Federativa do Brasil, Brasília 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm. Acesso em 08/07/2021.

BRASIL - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacional Anísio Teixeira (Inep). Censo da Educação Básica 2019: notas estatísticas. Brasília 2020.

BRASIL, Ministério da Educação. BNCC – BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura - MEC, Secretária de Educação Básica – SEB. PNLD 2018: Matemática – guia de livros didáticos – Ensino Médio. Brasília, DF: 2018.

BATISTA FILHO, Valdimir Alves et al. A matemática financeira nos livros didáticos do ensino médio: uma análise das obras indicadas pelo programa nacional do livro didático 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal do Piauí - Campus Corrente, Corrente, 2017.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações. 2. ed. São Paulo: Ática, 2017.

GOMES, José Maria; MATHIAS, Washington Franco. Matemática Financeira. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

IEZZI, Gelson et al. Matemática, Ciência e Aplicações. 9^a. ed. Saraiva Educação. São Paulo, 2016.

Mapa da inadimplência e renegociação de dívidas no Brasil, Agência Brasil, São Paulo 21/01/2020 Disponível em <https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2020-01/numero-de-inadimplentes-cresceu-em-novembro-de-2019>. Acesso em: 23, de abril de 2021.

MATO GROSSO. –Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso. Orientações Curriculares: Área de Ciências da Natureza e Matemática: Educação Básica. Cuiabá, 2012.

MATO GROSSO. Secretaria Estadual de Educação: Proposta Curricular do Estado de Mato Grosso - Ensino Fundamental Anos Finais. Cuiabá/MT, 2018. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1pSprruO-tS9-puiU-IL01llcavKCJye5/view>.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí-SP: Paco Editorial. Disponível em: https://books.google.com.br/books/about/Resolu%C3%A7%C3%A3o_de_Problemas.html?id=xAOcDwAAQBAJ&printsec=frontcover&source=kp_read_button&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false. Acesso em 10 de abril de 2021.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa.. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap.12, p.199 – 218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 212 – 231.

PAIVA, Manoel. Matemática Paiva. São Paulo: Moderna, 2016.

PITON-GONÇALVES, Jean. A história da matemática comercial e financeira. Só Matemática, Porto Alegre, 2005.

POLYA, G. A Arte de Resolver Problemas. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

PRESTES, Diego; CHAVANT, Eduardo. Quadrante – Matemática. São Paulo: SM, 2016.

QUEIROZ, Diogo Albino de. Financial tool: Uma Ferramenta Web para o Ensino de Matemática Financeira – Sinop, 2018. Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -Profmat – Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT - Campus Unversitário de Sinop.

RIVA, Josimara. Um Trabalho Didático com Cálculo de Áreas de Figuras Geométricas Planas Envolvendo Resolução de Problemas em uma Turma de 9^o Ano do Ensino Fundamental – Sinop, 2020. Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -Profmat – Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT - Campus Unversitário de Sinop.

SANTOS, Rayan Arruda de. A Heurística de George Polya e a Resolução de Problemas: Uma Aplicação em Sala de Aula – Sinop, 2018. Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -Profmat – Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT - Campus Unversitário de Sinop.

SANTOS, Rafael Goulart de Andrade. Processos Algébricos na Resolução de Problemas de Geometria Euclidiana Plana e Espacial – Sinop, 2020. Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -Profmat – Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT - Campus Unversitário de Sinop.

SEVERO, Alan Junior; LOPES, Maria Maroni. ENTREVISTA COM A PROFESSORA DOUTORA LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC. Revista história da matemática para professores, v. 6, n. 2, p. 5 – 9, 2020.

SOUZA, Joamir; GARCIA, Jacqueline. Contato Matemática. São Paulo: FTD, 2016.

APÊNDICE A – SOLUÇÃO DAS SITUAÇÕES PROBLEMAS

SITUAÇÃO PROBLEMA 1

Utilizando as quatro fases citadas por George Polya em cada situação problema:

Compreensão do problema: Primeiramente o estudante precisa compreender que cada loja tem valores e juros diferentes, devendo buscar a melhor opção de compra do eletrodoméstico sem deixar de calcular os ganhos caso o dinheiro fique na poupança.

Estabelecimento de um Plano: Verificar quais conhecimentos matemáticos e calcular o valor de cada parcela, calcular os ganhos caso o dinheiro fique aplicado na poupança e comparar com os resultados obtidos com os valores a vista.

Execução do Plano: Para realizar este problema devemos considerar o conhecimento adquirido em anos anteriores sobre juros e porcentagem além de mostrar interesse na execução do problema.

Verificar solução: Com os cálculos em mãos precisamos refazer a leitura do problema, analisar o resultado encontrado, verificar o resultado dos demais colegas e reconsiderar o resultado final aperfeiçoando a capacidade de resolver problemas, só então o professor deve transmitir a seus alunos os conceitos de como calcular encorajando seus alunos a resolver novos problemas.

Para se calcular o valor a ser pago na primeira loja temos o valor à vista de R\$ 2099,00 ou em quatro parcelas iguais com juros de 5%, para isto devemos acrescentar essa porcentagem no valor avista para dividir em quatro parcelas iguais. Já para a segunda loja, deve-se executar uma operação de porcentagem calculando o desconto de 5% sobre o valor de R\$ 2.200,00 ou esse valor em 4 parcelas.

Loja I

A vista R\$ 2.099,00

$$\text{Parcelado: } \frac{\left(\frac{R\$ 2099,00}{100} \cdot 105\right)}{4} = \frac{R\$ 2203,95}{4} = R\$ 550,98$$

Parcela: $T_1 = R\$ 550,98$; $T_2 = R\$ 550,98$; $T_3 = R\$ 550,98$; $T_4 = R\$ 550,98$;

Loja II

$$\text{A vista } \frac{R\$ 2.200,00}{100} \cdot 95 = R\$ 2090,00$$

$$\text{Parcelado: } \frac{(2200,00)}{4} = R\$ 550,00$$

$$\text{Parcela: } T_1 = R\$ 550,00; T_2 = R\$ 550,00; T_3 = R\$ 550,00; T_4 = R\$ 550,00;$$

Devemos analisar a condição do pagamento parcelado, considerando o rendimento da poupança e o pagamento a vista, como na simulação inicial, observamos que as condições da loja II oferece os melhores preços, assim devemos analisar a situação somente para esta loja.

$$\text{A vista } \frac{R\$ 2.200,00}{100} \cdot 95 = R\$ 2090,00$$

$$\text{Valor do desconto: } R\$ 2.200,00 - R\$ 2090,00 = R\$ 110,00$$

Pagamento parcelado, devemos considerar o primeiro pagamento após o primeiro mês e que a amortização será de R\$ 550,00, assim teremos:

$$R_1 = \frac{R\$ 2200,00}{100} \cdot 100,5 = R\$ 2.211,00 - R\$ 550,00 = R\$ 1661,00$$

$$R_2 = \frac{R\$ 1661,00}{100} \cdot 100,5 = R\$ 1.669,30 - R\$ 550,00 = R\$ 1.119,30$$

$$R_3 = \frac{R\$ 1119,30}{100} \cdot 100,5 = R\$ 1.124,90 - R\$ 550,00 = R\$ 574,90$$

$$R_4 = \frac{R\$ 574,90}{100} \cdot 100,5 = R\$ 577,78 - R\$ 550,00 = R\$ 27,78$$

Portanto, já considerando a loja II como a que oferece melhores condições, além disto, é possível verificar que o pagamento a vista é a melhor condição, observando que o desconto dado é de R\$ 110,00 e o juros da poupança renderia R\$ 27,78.

SITUAÇÃO PROBLEMA 2

Compreensão do problema: O estudante precisa compreender o prazo dado pelo banco e o juro cobrado.

Estabelecimento de um Plano: Calcular o valor dos juros cobrado após os seis meses somando com o capital para verificar o montante a ser pago.

Execução do Plano: Para realizar este problema devemos considerar o conhecimento adquirido em anos anteriores sobre juros e porcentagem além de mostrar interesse na execução do problema e ter paciência na execução do mesmo.

Verificar solução: Com os calculos em mãos precisamos refazer a leitura do problema, analisar o resultado que chegamos, analisar o resultado dos demais colegas e reconsiderar o resultado final aperfeiçoar a capacidade de resolver problemas só então o professor deve transmitir a seus alunos os conceitos de como calcular a situação problema e encorajar seus alunos a resolver novos problemas.

A primeira parte cabe ressaltar o cálculo através do juros mensalmente, através do juros simples:

1º mês:

Valor do empréstimo: R\$ 5000,00

Taxa: 2 % *a. m.*

Montante do final do mês: $M_1 = (VE) \cdot \frac{100+2}{100} = R\$ 5000,00 \cdot 1,02 = R\$ 5100,00$

2º mês:

$M_1 = R\$ 5100,00$

Taxa: 2 % *a. m.*

Montante do final do mês: $M_2 = M_1 \cdot \frac{100+2}{100} = R\$ 5100,00 \cdot 1,02 = R\$ 5202,00$

3º mês:

$M_2 = R\$ 5202,00$

Taxa: 2 % *a. m.*

Montante do final do mês: $M_3 = M_2 \cdot \frac{100+2}{100} = R\$ 5202,00 \cdot 1,02 = R\$ 5306,04$

4º mês:

$M_3 = R\$ 5306,04$

Taxa: 2 % *a. m.*

Montante do final do mês: $M_4 = M_3 \cdot \frac{100+2}{100} = R\$ 5306,04 \cdot 1,02 = R\$ 5412,16$

5º mês:

$$M_4 = R\$ 5412,16$$

Taxa: 2 % a. m.

$$\text{Montante do final do mês: } M_5 = M_4 \cdot \frac{100+2}{100} = R\$ 5412,16 \cdot 1,02 = R\$ 5520,40$$

6º mês:

$$M_5 = R\$ 5520,40$$

Taxa: 2 % a. m.

$$\text{Montante do final do mês: } M_6 = M_5 \cdot \frac{100+2}{100} = R\$ 5520,40 \cdot 1,02 = R\$ 5630,81$$

Apresentando a fórmula de juros compostos.

$$M_1 = C \cdot \frac{100+2}{100} = C \cdot 1,02$$

$$M_2 = M_1 \cdot \frac{100+2}{100} = M_1 \cdot 1,02 = C \cdot 1,02 \cdot 1,02 = C \cdot (1,02)^2$$

$$M_3 = M_2 \cdot \frac{100+2}{100} = M_2 \cdot 1,02 = C \cdot (1,02)^2 \cdot 1,02 = C \cdot (1,02)^3$$

$$M_4 = M_3 \cdot \frac{100+2}{100} = M_3 \cdot 1,02 = C \cdot (1,02)^3 \cdot 1,02 = C \cdot (1,02)^4$$

$$M_5 = M_4 \cdot \frac{100+2}{100} = M_4 \cdot 1,02 = C \cdot (1,02)^4 \cdot 1,02 = C \cdot (1,02)^5$$

$$M_6 = M_5 \cdot \frac{100+2}{100} = M_5 \cdot 1,02 = C \cdot (1,02)^5 \cdot 1,02 = C \cdot (1,02)^6$$

$$\text{Portanto ao final do sexto mês: } M_6 = C \cdot (1,02)^6 = R\$ 5000,00 \cdot (1,02)^6 = R\$ 5630,31.$$

SITUAÇÃO PROBLEMA 3

Compreensão do problema: Para esta situação o estudante precisa compreender os descontos dados pelo vendedor para somente depois calcular a porcentagens que ele precisa adicionar ao valor do carro para que volte ao preço anterior.

Estabelecimento de um Plano: Calcular o valor dos descontos de 10% e 5% para então buscar meios de como voltar no valor original do carro.

Execução do Plano: Para realizar este problema devemos considerar o conhecimento adquirido em anos anteriores como juros, porcentagem e regra de três além de mostrar entusiasmo na execução do problema.

Verificar solução: Com os valores em mãos precisamos refazer a leitura do problema, analisar o resultado que chegamos, analisar o resultado dos demais colegas e reconsiderar o resultado final aperfeiçoar a capacidade de resolver problemas só então o professor deve transmitir a seus alunos os conceitos de como calcular encorajando seus alunos a resolver novos problemas.

Calculando os descontos sucessivos tem que:

$$P_0 = 20.000,00$$

$$P_1 = \frac{20.000}{100} \cdot 90 = 18.000,00$$

$$P_2 = \frac{18.000}{100} \cdot 95 = 17.100,00$$

Calculando a porcentagem para que o valor do carro possa voltar ao preço anunciado, utilizando quatro casas decimais temos:

$$P_0 = P_2 \cdot (1 + i)$$

$$R\$ 20.000 = R\$ 17.100 \cdot (1 + i)$$

$$R\$ 20.000 = R\$ 17.100 + R\$ 17.100i$$

$$R\$ - 17.100i = R\$ 17.100 - R\$ 20.000$$

$$\frac{R\$ - 17.100i}{R\$ - 17.100} = \frac{R\$ - 2.900}{R\$ - 17.100}$$

$$i = 0,169590 \cdot 100$$

$$i = 16,9590$$

$$\text{Logo } R\$ 17.100 + 16,9590\% = R\$ 20.000,00$$

SITUAÇÃO PROBLEMA 4

Compreensão do problema: Primeiramente o estudante precisa compreender ser dado um acréscimo de 10% no valor de compra do veículo e com a alta nas vendas foi dado mais um acréscimo de 10%.

Estabelecimento de um Plano: Primeiro descobrir o valor de compra do carro acrescentar o lucro de 10% só então acrescentar 10% de lucro e por fim determinar o novo valor do carro e o lucro do vendedor.

Execução do Plano: Para realizar este problema devemos considerar o conhecimento adquirido em anos anteriores sobre juros, porcentagem e regra de três além de mostrar interesse na execução do problema.

Verificar solução: Com os cálculos em mãos precisamos refazer a leitura do problema, analisar o resultado que chegamos, analisar o resultado dos demais colegas e reconsiderar o resultado final aperfeiçoar a capacidade de resolver problemas só então o professor deve transmitir a seus alunos os conceitos de como calcular encorajando seus alunos a resolver novos problemas.

Para calcular o valor de compra do carro e o novo valor para venda temos que:

$$j = c \cdot i$$

$$2.400 = c \cdot 10\%$$

$$2.400 = c \cdot 0,1$$

$$\frac{0,1C}{0,1} = \frac{2.400}{0,1}$$

$$C = R\$ 24.000,00$$

$$C = R\$ 24.000,00$$

O valor de compra foi de $C = R\$ 24.000,00$

O carro está sendo vendido ao preço de $V = R\$ 24.000,00 + R\$ 2.400,00 = R\$ 26.400,00$

Com o aumento das vendas, o gerent decidiu aumentar mais 10 %.

$$M = V \cdot (1 + i)$$

$$M = 26.400 \cdot (1 + 0,1)$$

$$M = 26.400 \cdot 1,1$$

$$M = 29.040,00$$

Logo o novo valor do carro final ficou em $R\$ 29.040,00$

Portanto o aumento dado no valor do carro foi de $R\$ 29.040,00 - R\$ 26.400,00 = R\$ 2.640,00$.

O Lucro do vendedor será de $29.040,00 - 24.000,00 = 5.040,00$.

SITUAÇÃO PROBLEMA 5

Compreensão do problema: Sabemos que o casal desistiu da compra a vista e vai financiar 100% do veículo e que temos que calcular o valor da prestação e o juros deste período de 60 meses.

Estabelecimento de um Plano: Calculando o valor de cada parcela podemos calcular o juro total do financiamento.

Execução do Plano: Para realizar este problema devemos considerar o conhecimento adquirido em anos anteriores sobre conceitos de juros e porcentagem além de mostrar interesse na execução do problema.

Verificar solução: Com os cálculos em mãos precisamos refazer a leitura do problema, analisar o resultado que chegamos, analisar o resultado dos demais colegas e reconsiderar o resultado final aperfeiçoar a capacidade de resolver problemas só então o professor deve transmitir a seus alunos os conceitos de como calcular encorajando seus alunos a resolver novos problemas.

Considerando que a tabela PRICE é calculada com a seguinte fórmula:

$$P_{n,i} = \frac{VF \cdot i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$$

Onde: P é o valor da prestação, VF valor financiado, i é a taxa de juros e n período do financiamento.

Como temos que a taxa de juros que será de 1,35% *a.m.*, o período do financiamento (número de parcelas) será de 60 e o valor financiado será de R\$ 28000,00, podemos calcular o valor das prestações,

$$\begin{aligned} P_{60, 1,35\%} &= \frac{R\$ 28000,00 \cdot \frac{1,35}{100}}{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{1,35}{100}\right)^{60}}} \\ P_{60, 1,35\%} &= \frac{R\$ 28000,00 \cdot 0,0135}{1 - \frac{1}{(1 + 0,0135)^{60}}} \\ P_{60, 1,35\%} &= \frac{R\$ 378,00}{1 - \frac{1}{(1,0135)^{60}}} \\ P_{60, 1,35\%} &= \frac{R\$ 378,00}{1 - 0,4472751996686096135984368134604} \\ P_{60, 1,35\%} &= \frac{R\$ 378,00}{0,55272480033139038640156318653955} \\ P_{60, 1,35\%} &= R\$ 683,88 \end{aligned}$$

Deste modo a prestação é de **R\$ 683,88**

Para calcular os juros pagos pelo sistema PRICE é:

$$J = 683,88 \cdot 60 - 28.000,00$$

$$J = 41.032,80 - 28.000,00$$

$$J = 13.032,80$$

Conclui-se então que os juros pago pelo casal será de R\$ 13.032,80

Pelo Sistema SAC teríamos a seguinte situação

$$VF = R\$ 28000,00.$$

$$i = 1,35 \% a. m. .$$

$$n = 60 \text{ parcelas (meses).}$$

$$\text{Valor de amortização por mês: } Va = \frac{VF}{n} = \frac{R\$ 28000,00}{60} = 466,67$$

Parc.	Saldo devedor	Amortização	Taxa de juros (i)	Juros	Valor da parcela
1	R\$ 28.000,00	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 378,00	R\$ 844,67
2	R\$ 27.533,33	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 371,70	R\$ 838,37
3	R\$ 27.066,66	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 365,40	R\$ 832,07
4	R\$ 26.599,99	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 359,10	R\$ 825,77
5	R\$ 26.133,32	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 352,80	R\$ 819,47
6	R\$ 25.666,65	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 346,50	R\$ 813,17
7	R\$ 25.199,98	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 340,20	R\$ 806,87
8	R\$ 24.733,31	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 333,90	R\$ 800,57
9	R\$ 24.266,64	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 327,60	R\$ 794,27
10	R\$ 23.799,97	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 321,30	R\$ 787,97
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
59	R\$ 933,14	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 12,60	R\$ 479,27
60	R\$ 466,47	R\$ 466,67	1,35%	R\$ 6,30	R\$ 472,97
Total					R\$ 39.529,12

Para calcular os juros pagos:

$$J = 39.529,12 - 28.000,00$$

$$J = 11.529,12$$

Os juros pago pelo casal no sistema SAC será de R\$ 11.529,12

Conclui-se que o financiamento pelo Sistema SAC apresenta uma cobrança de juros menor que o sistema PRICE.

SITUAÇÃO PROBLEMA 6

Compreensão do problema: O estudante precisa perceber que o financiamento é de R\$ 140.000,00 e tem um juro de 6,5% *a.a.* e que os mesmos devam calcular o valor da primeira e ultima parcela.

Estabelecimento de um Plano: Para esta situação o conhecimento da tabela SAC é importante para poder se chegar na resposta.

Execução do Plano: Para realizar este problema devemos considerar o conhecimento adquirido em anos anteriores sobre juros e porcentagem além da tabela SAC e por fim, paciência para executar o plano.

Verificar solução: Com os cálculos em mãos precisamos refazer a leitura do problema, analisar o resultado que chegamos, analisar o resultado dos demais colegas e reconsiderar o resultado final aperfeiçoar a capacidade de resolver problemas só então o professor deve transmitir a seus alunos os conceitos de como calcular encorajando seus alunos a resolver novos problemas.

Utilizando o sistema SAC temos que os juros são de 6,5% *a.a.* e o valor financiado é de R\$ 140.000,00 parcelados em 360 parcelas, vamos calcular o valor da primeira prestação:

$$P = \frac{R\$ 140.000,00}{360} = R\$ 388,89$$

$$\text{Juros anual para mensal } i = \frac{6,5}{12} = 0,5417$$

Parc.	Saldo devedor	Amortização	Taxa de juros do mês	Juros	Valor da parcela
1	R\$ 140.000,00	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 758,33	R\$ 1.147,22
2	R\$ 139.611,11	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 756,23	R\$ 1.145,12
3	R\$ 139.222,22	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 754,12	R\$ 1.143,01
4	R\$ 138.833,33	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 752,01	R\$ 1.140,90
5	R\$ 138.444,44	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 749,91	R\$ 1.138,80
6	R\$ 138.055,56	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 747,80	R\$ 1.136,69
7	R\$ 137.666,67	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 745,69	R\$ 1.134,58
8	R\$ 137.277,78	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 743,59	R\$ 1.132,48
9	R\$ 136.888,89	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 741,48	R\$ 1.130,37
10	R\$ 136.500,00	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 739,38	R\$ 1.128,26
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
359	R\$ 777,78	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 4,21	R\$ 393,10
360	R\$ 388,89	R\$ 388,89	0,54167%	R\$ 2,11	R\$ 391,00

Logo temos que a primeira parcela é de R\$ 1147,22 de a última parcela é de R\$ 391,00.