GOVERNO DO ESTADO DE MATO GROSSO
SECRETARIA DO ESTADO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECM

RICARDO AUGUSTO DE OLIVEIRA

PRODUÇÕES SOBRE DERIVADAS DE FUNÇÕES REAIS COM GEOGEBRA EM UM CURSO DE EXTENSÃO *ONLINE* PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

BARRA DO BUGRES – MT
2020

RICARDO AUGUSTO DE OLIVEIRA

PRODUÇÕES SOBRE DERIVADAS DE FUNÇÕES REAIS COM GEOGEBRA EM UM CURSO DE EXTENSÃO *ONLINE* PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação Apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática – Nível Mestrado Acadêmico - Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT, linha de pesquisa Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. William Vieira Gonçalves

BARRA DO BUGRES – MT

2020

Luiz Kenji Umeno Alencar CRB 1/2037

O48p

OLIVEIRA, Ricardo Augusto de.

Produções sobre derivadas de funções reais com geogebra em Um curso de extensão online para professores de matemática / Ricardo Augusto de Oliveira – Barra do Bugres, 2020.

201 f.; 30 cm. (ilustrações) Il. color. (não)

Trabalho de Conclusão de Curso (Dissertação/Mestrado) – Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Acadêmico) Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Barra do Bugres, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2020.

Orientador: William Vieira Gonçalves

1. Geogebra. 2. Interações Colaborativas. 3. Ensino. 4. Derivadas. I. Ricardo Augusto de Oliveira. II. Produções sobre derivadas de funções reais com geogebra em Um curso de extensão online para professores de matemática: .

CDU 51-37:517.2

RICARDO AUGUSTO DE OLIVEIRA

PRODUÇÕES SOBRE DERIVADAS DE FUNÇÕES REAIS COM GEOGEBRA EM UM CURSO DE EXTENSÃO ONLINE PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECM - da Universidade do Estado de Mato Grosso "CARLOS ALBERTO REYES MALDONADO", *Câmpus* Univ. Dep. Est. "Renê Barbour" – Barra do Bugres - MT, como requisito obrigatório para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: 18 de fevereiro de 2020.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. William Vieira Gonçalves (UNEMAT/PPGECM)
Orientador

Prof. Dr. Sérgio Carrazedo Dantas (UNESPAR)
Examinador Externo

Prof. Dr. Márcio Urel Rodrigues (UNEMAT/PPGECM)
Examinador Interno

AGRADECIMENTOS

Quero primeiro agradecer a Deus pela oportunidade de cursar o mestrado.

Quero também agradecer a família por me ter dado apoio, a escola em que trabalho por ter me dado suporte, e principalmente a minha esposa por ter me amparado e fortalecido nos momentos de dificuldades.

Agradeço aos professores do Programa por terem contribuídos para com a nossa formação e em específico, ao professor orientador deste trabalho, por ter confiado em nosso trabalho e ter direcionado nossos esforços com as conversas informais e sugestivas.

Agradeço ainda ao grupo de pesquisa ao qual pertenço e aos colegas que me acompanham e a Comunidade OGeoGebra, espaço este que me aceitou e permitiu que a pesquisa fosse realizada.

RESUMO

Procuramos analisar as interações[1] ocorridas em oito edições do Curso *online* de *GeoGebra* oferecidos pelo site www.ogeogebra.com.br e a Universidade do Estado do Paraná (UNESPAR) a professores e interessados no estudo de matemática, a fim de as reconhecer e estudar, especificamente, as que geraram produções (enunciados textuais, imagens e construções no *GeoGebra*) sobre Derivadas de Funções Reais. Partimos do princípio de que a dinâmica do curso em questão proporciona a ocorrência de Interações Colaborativas intensas a respeito do estudo de conteúdos de matemática, por vezes diferentes de outros ambientes de ensino. Desta forma, pretendemos investigar estas produções na procura por compreendê-las. Para tanto, realizamos uma pesquisa de cunho qualitativo, descritivo e interpretativo, por meio de buscas junto à plataforma *Moodle* do curso na identificação das produções e, seu estudo e codificação com o *software* de pesquisa qualitativa *MaxQda*, a fim de realizar sua análise por meio da Análise Textual Discursiva (ATD), de modo que ao emergirmos ao contexto em que ocorre o fenômeno, queremos nos colocar enquanto autores/leitores das produções na tentativa de as interpretar, mapear as produções e possíveis significados e, categorizá-las quanto a suas dinâmicas de produções. Como principais resultados obtivemos a categorização de três contextos de estudos de Derivadas de Funções Reais, a saber: Quando buscam um estudo conceitual da Derivada; quando a Derivada é utilizada para estudo de um dado conteúdo de matemática; e quando no estudo de um dado assunto, se identifica a possibilidade de estudo da Derivada a partir das construções realizadas. Ainda, a identificação de diferentes direções/intencionalidades de discursos na construção destes contextos, a saber: utilizavam de construções no *GeoGebra* para operacionalizar exercícios; realizar estudo do comportamento do gráfico de funções; realizar atividades de aplicações da Derivada; ou estudo conceitual da Derivada.

Palavras chaves: *GeoGebra*; Interações Colaborativas; Ensino; Derivadas.

[1] Comunicação entre sujeitos, possibilitadas pelo uso de ferramentas de comunicação presentes em tecnologias digitais como: *fóruns, chat, messenger* e outros.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1- APPLET DA ATIVIDADE 3 DO MÓDULO "VARIAÇÃO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA" DO TRABALHO DE BORTOLOSSI. 13
FIGURA 2- MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES COM O GEOGEBRA. 17

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - HISTÓRICO DE DESENVOLVIMENTO DAS EDIÇÕES DO CURSO DE GEOGEBRA. 27
QUADRO 2 - QUADRO DE OBRAS E MODOS DE REPRESENTAÇÃO E/OU ABORDAGENS À DERIVADA, RECURSOS UTILIZADOS E SEU MODO DE UTILIZAÇÃO. 39
QUADRO 3 - QUADRO DE ANÁLISE PELO PROCESSO DE FRAGMENTAÇÃO DE MORAES E GALIAZZI (2011). 54
QUADRO 4 - QUADRO SISTEMÁTICO GERAL SOBRE AS PRODUÇÕES EM UMA DAS EDIÇÕES INVESTIGADAS – MAPEANDO AS INTERAÇÕES. 67
QUADRO 5 - FREQUÊNCIA DE PRODUÇÕES A RESPEITO DA DERIVADA NAS EDIÇÕES DO CURSO. 71
QUADRO 6 - EXEMPLO DE QUADRO DE RELAÇÃO NÚMERO DE PARTICIPANTES/ATIVIDADES DESENVOLVIDA/CONSTRUÇÕES RESULTANTES. 71
QUADRO 7 - QUADRO RELAÇÃO NÚMERO DE PARTICIPANTES E A FREQUÊNCIA DAS DINÂMICAS DE PRODUÇÃO COM GEOGEBRA. 72
QUADRO 8 - EXEMPLO DO QUADRO DE REPRESENTAÇÕES DAS INTERAÇÕES E SUA FREQUÊNCIA. 73
QUADRO 9 - MAPEAMENTO DAS INTERAÇÕES. 76

LISTA DE IMAGENS

Imagem 1– Site www.ogeogebra.com.br. 19
Imagem 2– Página de perguntas e respostas do Site OGeoGebra. 20
Imagem 3 - Página de vídeos do Site OGeoGebra. 21
Imagem 4 - Página do Facebook do Site OGeoGbra. 22
Imagem 5 - Página de vídeos do Curso de GeoGebra. 23
Imagem 6 - Página do YouTube do Site OGeoGebra. 24
Imagem 7 – Página inicial da 14ª edição do Curso de GeoGebra. 28
Imagem 8 - Sitio da página de cursos de GeoGebra. 31
Imagem 9 - Exemplo de interação nos cursos da Comunidade Virtual OGeoGebra. 34
Imagem 10 - Interpretação do modelo de fragmentação na ATD segundo Moraes e Galiazzi (2011). 46
Imagem 11 - Tela da área de trabalho do MaxQda apresentada no Site Oficial. 49
Imagem 12 - Tela inicial do MaxQda. 50
Imagem 13 - Imagem exemplo da pesquisa. 51
Imagem 14 - Exemplo de pesquisa realizada no Moodle. 52
Imagem 15 - Resultado de pesquisa no Moodle. 52
Imagem 16 - Página do Curso. 53
Imagem 17 - Página de trabalho da pesquisa. 55
Imagem 18 - Página de trabalho da pesquisa. 56
Imagem 19 - Relatório gerado para categorizar as interações com uso da ATD. 57
Imagem 20 - Organização dos documentos resultantes da pesquisa no Moodle. 58
Imagem 21 - Organização dos excertos da pesquisa no decorrer da pesquisa. 59
Imagem 22 - Exemplo de apresentação dos temas trabalhados por categorias, além de identificação dos assuntos trabalhados. 59
Imagem 23 - Etapas C, D e E da pesquisa. 61
Imagem 24 - Organização geral das etapas de pesquisa. 62
Imagem 25 - Organização dos Quadros de análise usada com a ATD. 64
Imagem 26 - Organização das Direções dos discursos por Categorias de análise. 64
Imagem 27 - Organização dos exemplos das dinâmicas de produção com GeoGebra, das direções de discursos e categorias de análise. 65
Imagem 28 - Quadro sistematizado de assuntos que envolveram o estudo da Derivada nas edições. 68
Imagem 29 - Quadro de representações das variedades de interações na forma de produções nas edições. 74
Imagem 30 - Frequência das dinâmicas de produção. 77
Imagem 31 - Relação das direções dos discursos. 79
Imagem 32 - Organização das categorias e das direções de discursos. 81
Imagem 33 - Trecho em que ocorre a ocorrência ACS. 85
Imagem 34 - Produção com dúvida de uma cursista A4. 86
Imagem 35 - Produção resposta ACS A1. 87
Imagem 36 - Interação inicial do caso ACS. 88
Imagem 37 - Interação do caso CS. 90
Imagem 38 - Contribuição de um terceiro cursista. 91
Imagem 39 - Produção inicial do caso CS. 92
Imagem 40 - Produção contribuição 1. 93
Imagem 41 – Produção contribuição 3. 93
Imagem 42 - Postagem do autor inicial - A1. 95
Imagem 43 - Contribuição com produção - A2. 96
Imagem 44 - Contribuição unicamente textual ao cursista inicial - A3. 96
Imagem 45 - Construção resultante do caso AI - A1. 97
Imagem 46 – Produção de A1 com contribuição. 98
Imagem 47 - Contribuição 3. 100
Imagem 48 - Interação exemplo do modo de produção IT. 101

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 1

2. REFERENCIAL TEÓRICO 4

2.1. *SOFTWARE GEOGEBRA* 5
2.2. SITE OGEOGEBRA 12
2.3. CURSO DE GEOGEBRA 20
CURSO DE GEOGEBRA - 13ª edição *22*
CURSO DE GEOGEBRA - 12ª edição *22*
CURSO DE GEOGEBRA - 11ª edição *22*
CURSO DE GEOGEBRA - 10ª edição *22*
CURSO DE GEOGEBRA - 9ª edição *22*
CURSO DE GEOGEBRA - 8ª edição *22*
CURSO DE GEOGEBRA - 7ª edição *22*
CURSO DE GEOGEBRA - 6ª edição *22*
2.4. PESQUISAS A RESPEITO DO USO DO *GEOGEBRA* NO ESTUDO E ENSINO DE DERIVADAS 31

3. METODOLOGIA 37

3.1. CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA 38

4. MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS 43

5. DESCRIÇÃO DOS DADOS – MOVIMENTO DE CATEGORIZAÇÃO 58

6. DISCUSSÃO DOS DADOS 71

6.1. LEITURA DAS DIFERENTES DINÂMICAS DE PRODUÇÃO COM *GEOGEBRA* 77

APÊNDICE I 111

APÊNDICE II 122

APÊNDICE III 127

APÊNDICE IV 132

APÊNDICE V 137

DINÂMICAS DE PRODUÇÃO COM *GEOGEBRA* 146
ACS - AUTOR MELHORA A CONSTRUÇÃO COM BASE NAS CONSTRUÇÕES SUGERIDAS 146
CS – OUTROS POSTAM CONSTRUÇÕES COM SUGESTÕES 151
AI – AUTOR REFAZ AS ATIVIDADES DIVIDO AS CONTRIBUIÇÕES DOS COLEGAS 154
IT – AUTOR INICIAL INTERAGIU COM AS RESPOSTAS DOS COLEGAS NA FORMA DE TEXTO SEM NOVA CONSTRUÇÃO 158

APÊNDICE VII 160

DIREÇÕES DOS DISCURSOS. 160
ESTUDO CONCEITUAL 160
APLICAÇÃO OU USO DA DERIVADA NA RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES 163
ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO GRÁFICO DE FUNÇÕES 166
OPERACIONALIZAÇÃO DE EXERCÍCIOS 169

APÊNDICE VIII 172

CATEGORIAS DE ANÁLISE 172
CASOS A RESPEITO DA DERIVADA 172
CASOS EM QUE A DERIVADA É MEIO DE ESTUDO DE OUTRO TEMA 176
CASOS EM QUE A DERIVADA É UM TEMA SUGERIDO 180

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho está vinculado à pesquisa: Tecnologias digitais para formação inicial e continuada de professores de matemática, que se desenvolve junto a Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), Campus Universitário Renne Barbur em Barra do Bugres – MT, que tem como um dos objetivos, propor um modelo de curso de matemática com uso de Tecnologias Digitais (TD), na procura por estimular seu uso por alunos e professores na formação inicial e continuada de professores de matemática, e com isso, aproximar as atividades de matemática já desenvolvidas via cálculos e registros escritos, para serem realizadas também com TD's, dentre elas, o *GeoGebra*.

Ainda, tendo em perspectiva o movimento constante e crescente de pesquisas que procuram estudar o *software GeoGebra* e suas contribuições para o estudo e ensino de matemática (DANTAS, 2016), bem como o de Comunidades o*nline* e Institutos com esta mesma finalidade (GONÇALVES, 2016), procuramos imergir nas edições do Curso de *GeoGebra* e estudar as dinâmicas que ocorreram dá 6ª a 13ª edições do Curso.

Nesta direção, investigamos as produções decorrentes de sua dinâmica, interessados na seguinte questão norteadora: Quais os elementos presentes no Curso de *GeoGebra* que fomentam a ocorrência de interações colaborativas no estudo de Derivada de Funções Reais? Neste sentido, o Curso de *GeoGebra* é o contexto onde procuramos investigar dinâmicas de produções com *GeoGebra* a respeito de Derivadas de Funções Reais.

Procuramos imergir ao ambiente do Curso de *GeoGebra* e estudar as interações (o movimento comunicativo) que ocorreram em oito edições do curso oferecidos a professores e interessados no estudo de conteúdos de matemática com *GeoGebra*; ainda, identificar e estudar dentre as produções, as relacionadas a Derivadas de Funções Reais.

O Curso de *GeoGebra* em questão é desenvolvido pelo Site OGeoGebra[2] em parceria com a UNESPAR, em média duas vezes por ano, com duração aproximada de dois meses, e o público em geral são professores licenciados em matemática.

A escolha do curso deve-se ao fato da pesquisa desenvolvida junto a UNEMAT estudar sua dinâmica formativa; por procurar entender o que estimula ocorrências de interações colaborativas; e a partir daí, investigar a possibilidade de se ofertar conteúdos de matemática com o uso do *software GeoGebra* na formação inicial e continuada de

[2] Site Oficial de OGeoGebra < https//:www.ogeogebra.com.br > acesso 24/04/2018.

professores de matemática; e o nosso trabalho, dentro dos conceitos em torno do estudo de Derivada, visa contribuir com este projeto.

Consideramos a pesquisa qualitativa descritiva interpretativa como a mais apropriada. Esta pesquisa foi desenvolvida em duas etapas, a primeira, na leitura/identificação das produções (enunciados textuais, imagens e construções no *GeoGebra*) dos cursistas junto ao ambiente virtual do curso, por meio de busca por palavra-chave "Derivada" no mecanismo de busca avançada (ferramenta de pesquisa do próprio ambiente), para identificação das produções; organização/codificação dos episódios nas edições 6ª a 13ª com uso do *software* de análise qualitativa *MaxQda*, e assim constituir uma delimitação a nosso trabalho.

A segunda, na análise das interações, conforme conceito de "processo de impregnação" da ATD e uso do *MaxQda*, a fim de interpretar possíveis dinâmicas de produções e mapear suas ocorrências, ao apresentar um exemplo para cada categoria constituída.

Pretendemos como objetivo geral compreender o movimento das produções com *GeoGebra* ocorridas nas edições do curso, decorrentes de exercícios de Derivadas[3] e categorizá-las, de modo a favorecer discussões a respeito do uso do *software GeoGebra* no ensino de Derivada e contribuir com a pesquisa Tecnologias digitais para formação inicial e continuada de professores de matemática, a qual fazemos parte.

Percebemos que para se investigar a dinâmicas de estudo e ensino da Derivada em um ambiente para além da sala de aula, faz necessário o estudo e a apropriação de diferentes conteúdos de matemática, bem como o empreendimento do *software GeoGebra* em sua utilização. Deste modo, não só buscamos contribuir com possibilidades de estudo e ensino da Derivada a partir do uso do presente *software*, mas também, contribuir com a indicação de diferentes possibilidades de uso deste recurso para o estudo e ensino de matemática como um todo, na formação continuada do professor.

Para alcançá-lo, entendemos como Dantas (2016) que, o curso de *GeoGebra* em estudo favorece a ocorrência de interações colaborativas, e a partir desta perspectiva buscamos realizar as análises. No entanto, como o próprio movimento de pesquisa que adota a imersão aos dados como guia de investigação está sujeita a alterações (MORAES e

[3] O fenômeno de pesquisa que investigamos vem ser as dinâmicas de produção no *GeoGebra* a respeito do conteúdo de Derivada de Funções Reais.

GALLIAZI, 2011), nosso trabalho também sofreu mudanças na medida em que as interpretações foram fluindo na análise dos dados.

Deste modo, o próprio rumo da pesquisa e principalmente seus objetivos, foram mudando ao longo da investigação, até se chegar aos objetivos a seguir: 1) identificar e mapear o movimento das produções que ocorreram nas edições do curso decorrentes de exercícios de Derivadas; 2) reconhecer o que se fala e como se fala a respeito da Derivada nestas produções (que denominamos de direções dos discursos) e; 3) categorizar o movimento, de modo a favorecer discussões a respeito do uso do *software GeoGebra* no ensino de Derivada na formação inicial e continuada de professores de matemática, em um modelo de curso *online*.

Este trabalho tem desenvolvimento concomitante à pesquisa: Tecnologias digitais para formação inicial e continuada de professores da disciplina citada – já mencionada – e, alia o uso do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) *Moodle*, com atividades e dinâmicas presentes no Curso o*nline* de *GeoGebra*.

Ressaltamos que a finalidade de nosso trabalho é também contribuir com a pesquisa mencionada e em desenvolvimento, ao identificar neste estudo, características e dinâmicas de colaboração dos estudantes ao realizarem atividades matemáticas com o *GeoGebra*, bem como, identificar aspectos didáticos metodológicos relacionados aos processos de interação (textuais e arquivos do *GeoGebra*) envolvendo cursistas e formadores do Curso, para fornecer informações possíveis de serem utilizadas na elaboração de cursos de conteúdos de matemática com uso do *software GeoGebra* na formação inicial de professores de matemática.

É neste contexto que o presente trabalho está localizado. O autor atua como voluntário na pesquisa elencada e professor no Curso de *GeoGebra*, e o orientador é coordenador tanto do projeto ao qual estamos vinculados quanto do curso em questão, e dentre outras atividades, contribuímos com a elaboração de atividades de Cálculo para os cursos que serão ofertados no segundo semestre de 2019.

A presente pesquisa se justifica por: contribuir com o meio acadêmico, ao favorecer discussões a respeito da utilização do *software GeoGebra* na formação inicial de professores de matemática, sendo estes professores em formação (inicial e continuada) o público que queremos alcançar com nossos resultados; com a ciência, ao apontar para possíveis modos de uso desse recurso no Ensino Superior, tendo em vista o que dizem os pesquisadores, e também os próprios interlocutores do curso em análise, e ainda nossos resultados; e por servir

de reflexão à pesquisa citada, ao auxiliar na elaboração da proposta de ensino e de atividades nas disciplinas de Cálculo que ali existirão e servirão de base para a construção do modelo de curso pretendido.

Como capítulos deste trabalho, discorremos sobre: o *software GeoGebra*, o Site OGeoGebra, o Curso de *GeoGebra*, e sintetizamos algumas pesquisas que realizamos a respeito do uso do *software GeoGebra* no ensino de Derivada.

Em seguida, discorremos brevemente a respeito do que entendemos sobre interação colaborativa, que vem a ser a essência que direciona a escolha das interações a serem investigadas (interações cuja construção inicial[4] tem como contribuição, além de outras construções textuais, a ocorrência de, pelo menos, um construção de arquivo no *GeoGebra*), uma vez que partimos do pressuposto que o Curso de *GeoGebra* em questão favorece a ocorrência de intensas interações colaborativas como estudadas por Dantas (2016); apontamos para a metodologia de pesquisa (qualitativa, ATD) adotada em nosso trabalho; a análise dos dados e; encerramos com as considerações finais.

Nesta, temos a sensação de que as interações estudadas possam apontar para a construção de ***produções*** que venham representar visual e dinamicamente imagens conceituais ou demonstrações visuais, ou atividades autoexplicativas capazes de a partir de uma dificuldade particular do cursista dar início a discussão, e percorrer diferentes direções de discursos, em vista de contribuir com a enfim compreensão original de seu autor e mesmo responder a dificuldades dos demais participantes, que vão surgindo no decorrer da discussão.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A sequência de capítulos que passamos a apresentar faz parte de nosso esforço para constituição de subsídios teóricos para realização da análise dos dados em nossa pesquisa, ao tempo que apresentamos o contexto que envolve nosso trabalho (*software GeoGebra*, Site OGeoGebra e Curso de *GeoGebra*), apontamos também para diversos modos de uso e investigação deste recurso nos ambientes acadêmicos de algumas regiões do país, bem como apresentamos uma síntese de parte das produções que desenvolvemos no decorrer da pesquisa.

[4] Por construção inicial ou produção inicial estamos nos referindo ao conjunto de textos e arquivos do *GeoGebra* que o autor que dá início ao diálogo produz.

2.1. *Software GeoGebra*

Procuramos inicialmente identificar o que dizem os trabalhos acadêmico recentes a respeito do *GeoGebra*. Em nossas leituras, identificamos alguns autores que procuraram de certo modo, estudar o uso deste *software* no ensino de matemática, e para isso, discorrem o que entendem ser este *software* em seus trabalhos. Por exemplo: Gonçalves (2016, p. 33) aponta que o *GeoGebra* surge de uma dissertação de mestrado na Universidade Salzburg, na Áustria, em 2001. Seu criador Markus Hohenwarter, propôs inicialmente disponibilizar uma ferramenta com capacidades para trabalhar simultaneamente representações geométricas e algébricas para os níveis de Ensino Médio e Universitário.

Gonçalves (2016) aponta que com pouco mais de dezesseis anos, este *software* não deixou de ser desenvolvido e aperfeiçoado, tendo conquistado diversos prêmios internacionais, incentivo financeiro e apoio de Fundações Científicas de diferentes continentes. Hoje, sob uma licença de código aberto e disponível a usuários não comerciais, permite o acesso aos códigos do *GeoGebra*, mas, não a sua alteração, cabendo apenas ao *International GeoGebra*[5] *Institute* (IGI) esta função.

No presente momento[6] há mais de cento e noventa países alcançados por este *software*, com sessenta e oito opções de idiomas, podendo ser implementado inclusive em *tablets* e celulares, permitindo aos usuários realizar construções geométricas com ferramentas que simulam a atividade de régua e compasso, interagir com estas construções de forma dinâmica e, criar textos matemáticos com o uso da linguagem *Latex*[7].

O IGI é um instituto não governamental atualmente responsável pelas atualizações do *GeoGebra* e sua distribuição de forma gratuita. O mesmo mantém um sítio[8] na internet que "fornece espaços virtuais para a formação e desenvolvimento de Comunidades Virtuais na forma de discussão" como o Site < http://www.geogebra.org/help > e "produção colaborativa" como < http://www.geogebra.org/groupos > além de uma rede de quarenta e um Institutos *GeoGebra* (GI), ligadas a alguma Instituição de Ensino. (GONÇALVES, 2016, p.36).

Martins Júnior (2015) aponta que esse dispositivo foi desenvolvido para ser utilizado no ambiente de sala de aula, sendo capaz de lidar com variáveis que podem ser

---

5 *Software* disponível em: < http://www.geogebra.org > acesso em 24/04/2018.

6 2018, ano da pesquisa.

7 Maiores informações sobre a linguagem *Latex* estão disponíveis em: < Disponível em http://wikipedia.org/wiki/latex > acesso em 24/04/2018.

8 Disponível em: < http://www.geogebra.org > acesso em 24/04/2018.

relacionados à construção das Coordenadas de Pontos, Vetores, Derivadas e Integrais de funções, dentre outras, além de reunir ferramentas tradicionais de estudo e ensino de Geometria, Álgebra e Cálculo, todas simultaneamente em uma mesma interface[9]. Entendimento que notamos também em Farias (2014), para o qual, o *GeoGebra* pode ser utilizado em sala de aula nos vários níveis de ensino.

Farias (2014), aponta como principal característica do *software*, a possibilidade de interação dinâmica entre áreas da matemática, ao permitir que um dado conceito seja mais bem compreendido a partir de sua abordagem na forma visual (gráfica) e algébrica para favorecer a abordagem conceitual. Conceito este compartilhado por Bortolossi (2012 e 2016) e Rezende, Pesco e Bortolossi (2012).

Silva (2017), conceitua o *GeoGebra* como um *software* de Geometria Dinâmica[10] voltado para o ensino de matemática. Um *software* livre multiplataforma[11], com a característica de poder ser reutilizado em diversos contextos, o que permite sua utilização para geração de *applets*[12] (aqui denominado apenas de construções no *GeoGebra*) dinâmicos com fins educacionais, e destaca haver um potencial de interatividade[13] para produções de ricas situações de aprendizagem.

A nomenclatura *Applets*, é também adotada por Rezende, Pesco e Bortolossi (2012, p. 82) para indicar os arquivos construídos no *GeoGebra*, que constitui os conteúdos digitais utilizados em sua pesquisa.

> A atividade complementar é composta de dois *applets* do *GeoGebra* que apresentam de forma simultânea o gráfico de uma função quadrática *f* e o gráfico de Δ*y* em relação à *x*. A ferramenta "rastro", ao ser habilitada, possibilita observar que a relação entre Δ*y* e a variável *x* é uma função afim de *x*. O que nos permite observar para o aluno que, uma vez escolhido Δ*x*, os valores Δ*y* formarão uma progressão aritmética (Figura 6). (REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012, p. 82).

9 Área, tela de visualização.

10 Seguimos o entendimento de Borba, Silva e Gadanidis (2018), para os quais, trata-se de softwares "[...] caracterizados não apenas por suas interfaces amigáveis, exigem pouca ou nenhuma familiaridade com linguagem de programação, mas principalmente pela natureza dinâmica, visual e experimental" (p.27).

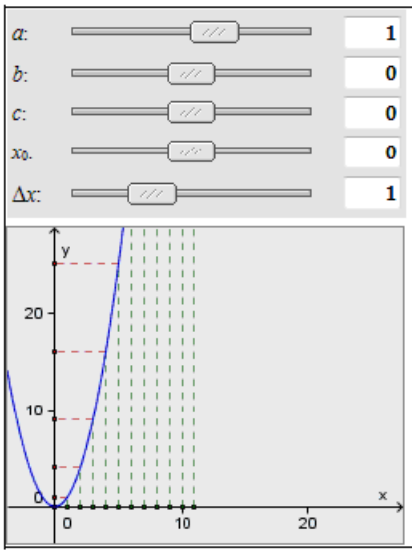
11 Multiplataforma, por se adaptar em ambientes PHP, HTML, JAVA, ser facilmente compartilhados por redes sociais e aplicativos de comunicação, já que seus arquivos podem ser salvos com extensão.ggb (SILVA, 2017).

12 Pequenas estruturas digitais, programações, objetos de aprendizagem produzidos no GeoGebra. São compreendidos neste trabalho como pequenos programas na linguagem JAVA que são construídos no *software* GeoGebra para fins educacionais, sendo utilizados como recurso no ensino de algum conceito matemático, geralmente disponibilizados em Ambientes de Aprendizagem Educacional ou em Sites.

13 Uma interação homem e máquina possibilitada por recursos tecnológicos.

No entanto, com o fim de procurar aproximar nosso trabalho a linguagem normalmente utilizada por professores da educação básica que se utilizam deste recurso, escolhemos utilizar simplesmente da nomenclatura construções no *GeoGebra* ou arquivos do *GeoGebra* no lugar de *applets*. A Figura 6 mencionada na citação acima é na verdade a Figura a seguir.

Figura 1- Applet da atividade 3 do módulo "variação da função quadrática" do trabalho de Bortolossi.



$f(x) = x^2$

x_n	$f(x_n)$	Δy_n	$\Delta^2 y_n$
0,0	0,0	1,0	2,0
1,0	1,0	3,0	2,0
2,0	4,0	5,0	2,0
3,0	9,0	7,0	2,0
4,0	16,0	9,0	2,0
5,0	25,0	11,0	2,0
6,0	36,0	13,0	2,0
7,0	49,0	15,0	2,0
8,0	64,0	17,0	2,0
9,0	81,0	19,0	2,0

Fonte: (REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012, p. 83).

A Figura acima é construída no trabalho de Rezende, Pesco e Bortolossi, e vincula diferentes recursos do *GeoGebra* como planilha, controles deslizantes, janela de visualização e projeções no eixo cartesiano para representar alguns pontos pertencentes ao gráfico da função $f(x)=x^2$.

O *GeoGebra* é concebido por Mod (2016), Vargas (2016), Girotto (2016) e Freitas B (2013) como: um instrumento mediador na realização de atividades em sala de aula; potencializador no estudo de geometria plana, geometria euclidiana e demonstrações de teoremas matemáticos; um instrumento que permite realizar investigações mais aprofundadas dos objetos matemáticos e demonstrações conceituais relacionadas a abordagem geométrica dos temas em estudo, sobretudo na proposta de utilização das ferramentas de régua, compasso e controles deslizantes no processo de investigação a respeito de atividades de demonstrações.

Por exemplo: Em Freitas B (2013), o *GeoGebra* é utilizado como ferramenta que pode simplificar o trabalho com o conteúdo de geometria plana; permitir o trabalho com duas

representações diferentes de um mesmo objeto matemático: geométrico (preservando-lhes as propriedades quando em manipulação) e algébrico.

Em Girotto (2016) temos uma proposta de sequência didática que visa a realização de construções geométricas por alunos do nono ano do Ensino Fundamental, com construções de atividades presentes nos livros didáticos realizadas com recursos de régua e compasso, com utilização do *software GeoGebra*.

Seu trabalho visa apontar para o potencial de utilização do *software* para contribuir com o desenvolvimento de hábitos de pensamento matemático – estratégias de organização e desenvolvimento de atividades (p, 38) – com os alunos, onde destacam a visualização, exploração e experimentação geométrica dos objetos matemáticos, além do reconhecimento de padrões, e descrição de relações e processos.

Mod (2016) encara as ferramentas dinâmicas do *GeoGebra* como possibilidades de desenvolvimento de demonstrações em sala de aula dos teoremas escolhidos; como instrumento mediador e investigativo que lhe permite explorar possibilidades não apontadas no trabalho de Regiomontanus; e como recurso que permite fazer de teoremas como estes, uma oportunidade de trabalho pedagógico ao professor, de forma que auxilie o aluno do desenvolvimento de argumentos a respeito dos teoremas durante os trabalhos de sua construção.

"No caso desta pesquisa, o *GeoGebra* foi uma ferramenta importante para auxiliar na construção de argumentos a respeito dos teoremas analisados, pois, por meio da movimentação dos pontos, foi que se constaram casos que não estavam contemplados na demonstração." (MOD, 2016, p. 90).

E Vargas (2016), por sua vez, se utiliza do *GeoGebra* como uma ferramenta pedagógica que potencializa a dedução de teoremas de Geometria a partir da possibilidade de visualização e de dinamização que o *software* permite ao se utilizar de ferramentas de Geometria dinâmica. "Naturalmente, devemos levar em consideração que o uso do computador deve ser um mediador entre o ataque ao problema e a formalização de conceitos e resultados, assim como suas demonstrações". (VARGA, 2016, p. 49).

Para Bragagnollo (2018) "O *GeoGebra* é um dos *softwares* gratuitos mais completos que dispomos hoje para a Educação Matemática. Constantemente atualizado e estudado por pesquisadores da Educação, sua possibilidade de uso para o ensino é imensa." (BRAGAGNOLLO, 2018, p. 11). A autora ainda aponta para possibilidades de uso deste

software em atividades de ensino de diversas áreas, dentre as quais cita: artes, criação de jogos, matemática, programação e outros.

> O *GeoGebra* é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O *GeoGebra* possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O *GeoGebra* se tornou um líder na área de *softwares* de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. (INSTITUTE..., 2016, *apud* GONÇALVES, 2016, p74).

Aponta também para características comumente atribuída ao *GeoGebra*, ao citar Lopes (2013). Replicamos a seguir a citação.

> De modo geral, uma das principais características de um *software* de Geometria Dinâmica é a possibilidade de movimentar os objetos na tela sem alterar as propriedades da construção inicial, com isso, tem-se a possibilidade de, numa atividade desenvolvida com os recursos de um *software* com essas características, se fazer investigações, descobertas, confirmar resultados e fazer simulações, permitindo, inclusive, levantar questões relacionadas com a sua aplicação prática. (LOPES, 2013, p. 635).

Os trabalhos do doutor Humberto José Bortolossi também é um referencial com o qual queremos conversar neste trabalho.

Bortolossi (2012) apresenta em uma de suas obras, um relato de experiência sobre a produção de conteúdos digitais educacionais interativos com uso do *GeoGebra* integrado a outras tecnologias como: *Java Script, Java View, HTML, CSS, MathML.*

O autor trabalha com a percepção de que o uso integrado destes recursos (dando ênfase ao *GeoGebra* nesta integração) podem contribuir para a produção de conteúdos digitais (material didático de apoio ao ensino) com alto poder de expressão (p. xxxii) ou "permitem, em um ambiente de desenvolvimento rápido, criar, a baixo custo, *softwares* matemáticos expressivos, portáveis e extensíveis." (p. xxxvi).

Em seu trabalho a respeito do *GeoGebra* diz:

> Criado pelo austríaco Markus Hohenwater, o *GeoGebra* (http://www.geogebra.org) é um *software* de matemática dinâmica gratuito multiplataforma que integra recursos gráficos, numéricos, simbólicos e estatísticos. Sua interface gráfica permite que objetos sejam construídos e manipulados visualmente ou através de comandos de programação. (BORTOLOSSI, 2012, p. XXIX).

Em geral, em suas construções na presente obra, tem se utilizado do *GeoGebra* para produzir a parte gráfica do conteúdo digital, principalmente para exibir os elementos geométricos e algébricos do conteúdo em estudo, cabendo aos demais recursos contribuir com o aprimoramento destes (inserido novas funcionalidades de representação do objeto) ou inserindo novos elementos como sons, fórmulas matemáticas e imagens. Recursos estes que de certa medida são hoje contempladas no próprio *GeoGebra*.

Percebemos esta mesma compreensão no trabalho do mesmo autor, quatro anos depois:

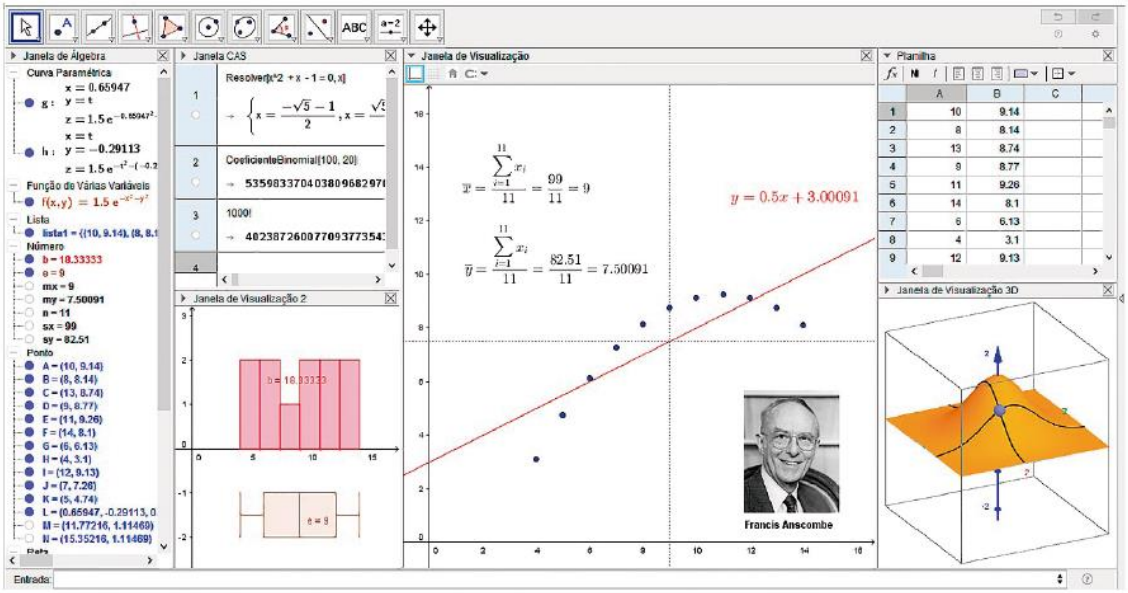
> Criado pelo austríaco Markus Hohenwarter em sua dissertação de mestrado (HOHENWARTER, 2002), o *GeoGebra* (<http://www.geogebra.org>) é um *software* gratuito desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). Por meio de suas múltiplas janelas, o *GeoGebra* reúne, em um único ambiente, recursos gráficos, numéricos, simbólicos e de programação em Geometria, Aritmética, Álgebra, Funções, Estatística e Probabilidade (Figura 1). Assim, o *GeoGebra* tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Existem versões do *software* para computadores *desktop* (*Windows, Linux e Mac OS*), *tablets Android* e *iOS* e, mais recentemente, para *smartphones Android*.

A Figura 1 mencionada na citação, na verdade se refere à Figura a seguir. Note que os diferentes recursos apontados em seu trabalho de 2012 já em 2016 estavam em grande nível disponíveis na versão do *GeoGebra*, o que o levou a dizer ser possível neste *software* trabalhar com múltiplas representações, inclusive, com recursos de programação.

Tanto que não se fala nesta outra obra de integração entre diferentes *softwares*, e sim em integração de diferentes recursos do *GeoGebra* para produção de objetos de aprendizagem considerados ao mesmo tempo dinâmicos e interativos (os *applets* em Rezende, Pesco e Bortolossi (2012)).

"No que se segue, apresentamos um panorama dos principais recursos do *GeoGebra* específicos para Estatística e Probabilidade e, também, alguns exemplos de como estes recursos podem ser integrados e usados para criar objetos de aprendizagem dinâmicos e interativos." (BORTOLOSSI, 2016, p. 431).

Figura 2- Múltiplas representações com o GeoGebra.



Fonte: (BORTOLOSSI, 2016, p. 430).

Tal Figura aponta para o uso dos seguintes recursos: planilha, janela de visualização 3D, duas janelas de visualização 2D, janela de álgebra, janela CAS[14], ferramenta de texto com possibilidade de alteração dinâmica de seus valores, e uso da linguagem algébrica, simbólica, numérica e gráfica.

Ainda, quanto ao criar objetos de aprendizagem dinâmicos e interativos, o autor aponta a seguinte funcionalidade característica do *software*:

> Um dos fortes recursos do *GeoGebra* é o de permitir movimentos e mudanças de parâmetros: uma vez que uma determinada construção é feita (apenas uma única vez), os elementos iniciais constituintes da construção podem ser alterados e o aluno consegue então, em tempo real, verificar como estas mudanças afetam os resultados finais. Com isto, o aluno encontrará um ambiente propício à visualização, análise e dedução informal da situação estudada e, a partir desta interação, promover sistematizações posteriores. (BORTOLOSSI, 2016, p. 433).

O dinamismo deste recurso é indicado pelo autor como a possibilidade de em determinadas construções, ao se mudar a posição de certos elementos, como um ponto, por exemplo, poder modificar toda uma construção e permitir ao aluno analisar a relação estabelecida entre o elemento modificado, sua posição e os elementos alterados com sua ação, através do "*feedback* visual e instantâneo promovido pelo dinamismo do *software*" (p. 434).

[14] Janela CAS é um Sistema de Computação Simbólica (*Computer Algebra System* ou CAS, em Inglês) é um *software* que permite realizar várias tarefas matemáticas simbolicamente (BORTOLOSSI, PESCO & REZENDE, 2012).

Percebemos com nossa pesquisa que diferentes autores têm se utilizado deste *software* para potencializar o ensino e estudo de matemática, bem como tem identificado no uso deste recurso possibilidades de enriquecer o ensino de matemática em sala de aula.

Queremos também neste momento relatar que identificamos as proposituras indicadas nos trabalhos de Rezende, Pesco e Bortolossi (2012), Bragagnollo (2018), Bortolossi (2012 e 2016), e nos trabalhos que identificamos em nossa pesquisa literária, também nas produções que investigamos neste trabalho.

Neste sentido, discorremos agora sobre um Site que dissemina desta mesma direção de discurso, que promove a divulgação de materiais e notícias a respeito do *software GeoGebra* e se dedica a ofertar um curso de extensão a professores de matemática a respeito do uso do *GeoGebra* em sala de aula, bem como a produção de conhecimentos sobre este *software*.

2.2. **Site OGeoGebra**

Dentro deste universo que visa estudar o *software GeoGebra*, procuramos investigar um Curso de *GeoGebra* que roda em um Site privado que se dedica a divulgar materiais a respeito do *software GeoGebra* e mesmo o próprio curso de *GeoGebra*. Tal Curso denominamos neste trabalho de Comunidade *online* OGeoGebra. E sobre esta escolha voltaremos a falar mais adiante neste trabalho.

O Site OGeoGebra se insere como um ambiente voltado para o uso, estudo e colaboração sobre o *GeoGebra*, ao disponibilizar vídeos, textos e ofertar curso sobre o *software* em parcerias com a Universidade do Estado do Paraná. O Site concluiu recentemente a 15ª edição do curso de *GeoGebra*, e o autor deste trabalho participou como aluno na 13ª edição e como professor/formador na 14ª e 15ª edição.

A seguir apresentamos a interface inicial do Site.

Imagem 1– Site www.ogeogebra.com.br.

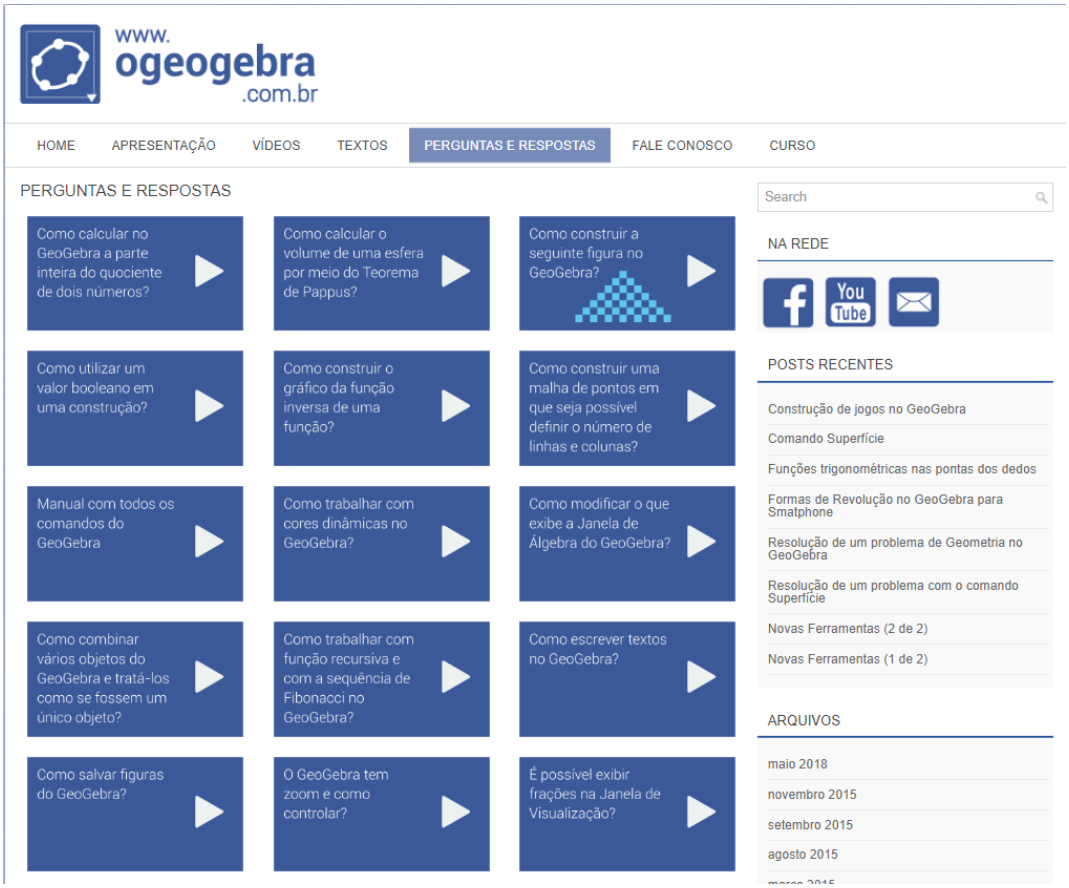


Fonte: Site www.ogeogebra.com.br.

Este Site se auto intitula como um espaço de divulgação do *software* e fomento da reflexão de seu uso em situações de ensino aprendizagem e, conta atualmente com a colaboração de mais de noventa professores de matemática, que contribuem na moderação das edições do curso de *GeoGebra* e na produção de materiais para estes.

Nele, identificamos diversos recursos que podem ser acessados livremente, como vídeos sobre funcionalidades do *software GeoGebra* (Imagem a seguir), vídeos de capacitação utilizados nas edições dos cursos, e arquivos de textos também utilizadas nas edições do curso.

Imagem 2– Página de perguntas e respostas do Site OGeoGebra.

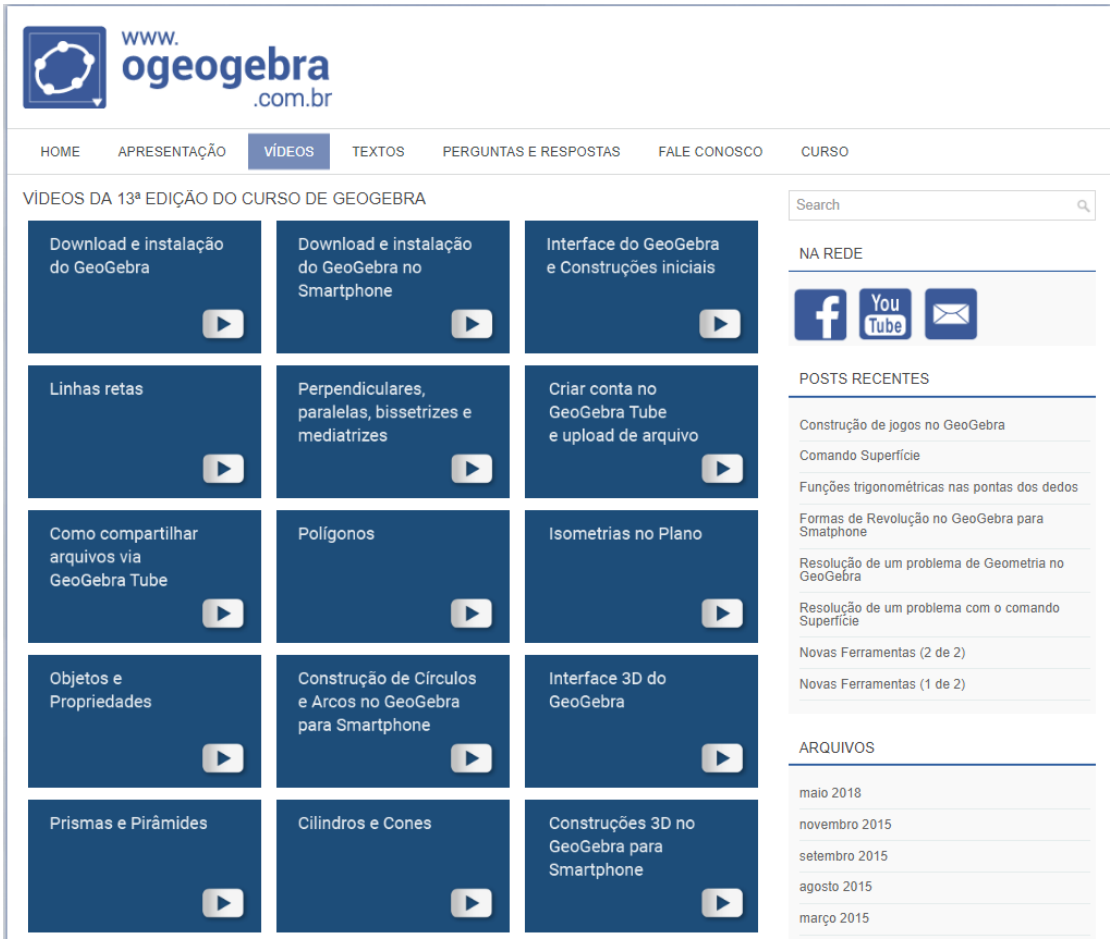


Fonte: Site www.ogeogebra.com.br.a.

De acordo com Gonçalves (2016), o Site OGeoGebra se insere como um ambiente de colaboração entre interessados no estudo do *GeoGebra* em atividades de estudo e ensino de matemática. Sua criação teve como meta atender aos interesses de formação de alguns professores de matemática quanto ao uso do *GeoGebr*a em atividades pedagógicas.

A seguir, apresentamos a página de acesso aos vídeos utilizados no Curso de *GeoGebra* e que pode ser acessado via < https://ogeogebra.com.br/Site/?page_id=958 >.

Imagem 3 - Página de vídeos do Site OGeoGebra.



Fonte: Site www.ogeogebra.com.br.

Seu principal idealizador, Dantas (2016), procurou a partir de suas experiências em formação com professores de matemática no Programa Gestar II – onde ministrou um minicurso de uso do *software* – criar um ambiente *online* que pudesse contribuir com as demandas dos alunos e favorecer um espaço virtual de troca e colaboração, ao permitir que os envolvidos pudessem "participar de debates e discussões a respeito de temas da profissão; compartilhar produções com outros colegas; se envolver em produções coletivas e colaborativas; resolver problemas conjuntamente por meio da participação de grupos de interesse." (DANTAS, 2016, p. 136).

A seguir, apresentamos a página do *facebook* vinculada ao Site, que pode ser acessado via < https://www.facebook.com/groups/1484362108458057/ >.

Imagem 4 - Página do Facebook do Site OGeoGbra.



Fonte: Site OGeGebra.

Segundo Dantas (2016), o Curso de *GeoGebra* vinculado ao Site OGeoGebra (bem como o próprio Site) foi criada no intuito de favorecer um ambiente onde professores de matemática interessados e motivados a interagir sobre assuntos relacionados à prática docente e uso do *GeoGebra* em sala de aula pudessem dialogar, dando-lhes condições estruturais, materiais e técnicas sobre o assunto e, assim criar uma rede de colaboração em torno de interesses comuns.

A seguir, a página de acesso aos materiais no formato de textos utilizados no Curso de *GeoGebra* e que pode ser acessado via < https://ogeogebra.com.br/Site/?page_id=273 >.

Imagem 5 - Página de vídeos do Curso de GeoGebra.

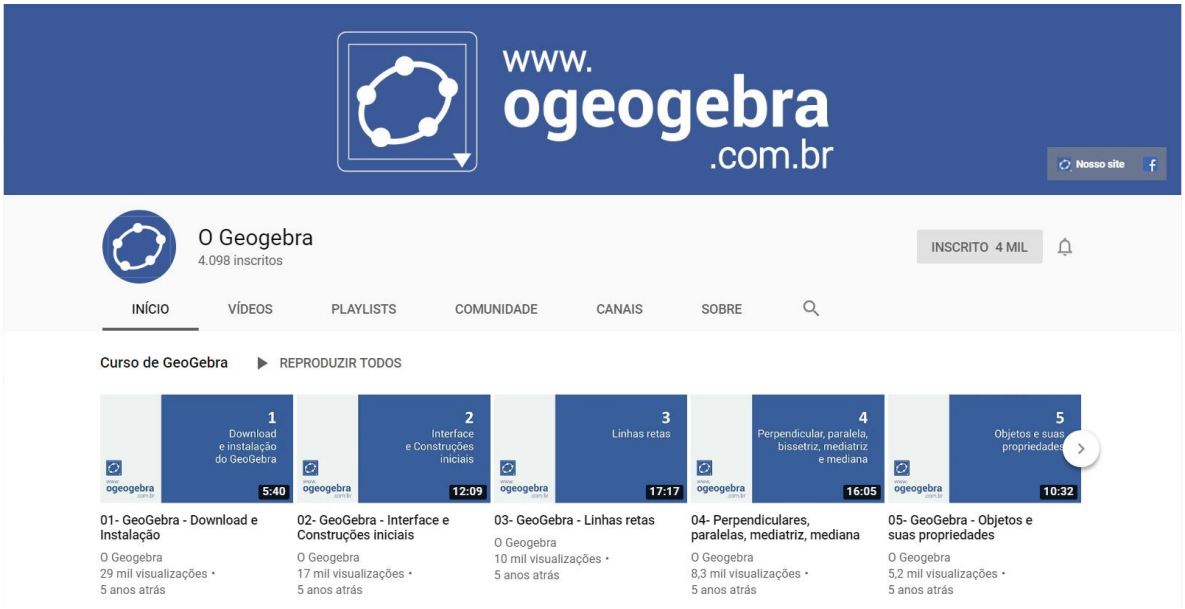


Fonte: Site OGeoGebra.

A estrutura *online* criada (a rede que vai além do Site) engloba atualmente um Site de notícias sobre o *GeoGebra*; um grupo de trabalho e pesquisa compartilhado por *e-mails* e pelo próprio Site; um repositório de vídeos no *YouTube*; um ambiente de aprendizagem por onde rodam as edições do curso de *GeoGebra* (*Moodle*) – contexto de nossa pesquisa; e um grupo de discussão no *Facebook*. O Site ainda disponibiliza materiais em PDF com instruções de construções e os materiais utilizados nas edições do curso de *GeoGebra*.

A seguir apresentamos a página do YouTube vinculada ao Site, e que pode ser acessada via < https://www.youtube.com/user/ogeogebra >.

Imagem 6 - Página do YouTube do Site OGeoGebra.



Fonte: Site OGeoGebra.

Em relação ao Curso (tema do próximo tópico), Dantas e Lima (2019) o denominam como "um ambiente de formação *online* intitulado Curso de *GeoGebra*" (DANTAS e LIMA, 2019, p. 1). Mas, também indicam haver uma comunidade envolvida em torno das edições do curso de *GeoGebra*, ao descrever o contexto da 14ª edição do curso em seu trabalho.

> O Curso de *GeoGebra* (14ª edição) foi ministrado completamente a distância e realizado em oito módulos com periodicidade semanal. A comunidade envolvida com o curso correspondeu a um grupo de 540 profissionais direta ou indiretamente ligados ao ensino de Matemática. Dentre os quais, 90 participantes, eram integrantes da equipe formadora. Os demais (450) compunham o público alvo: estudantes de Graduação em Matemática, Estudantes de Pós-Graduação Lato ou Stricto Sensu em Matemática, ou Ensino de Matemática ou Educação Matemática, professores de Matemática de todos os níveis de ensino.
> Para realização das atividades formativas, os cursistas foram subdivididos em cinco comunidades *online* organizadas no ambiente do curso1 (*Moodle*) com 90 cursistas cada. (DANTAS e LIMA, 2019, p. 2, grifo nosso).

Tais considerações somadas às características do Site oficial OGeoGebra e as definições a respeito de Comunidades Virtuais nos levou a constituir neste trabalho a denominação de Comunidade *online* OGeoGebra o próprio Curso de *GeoGebra*.

Entendemos conforme Miskulin, Silva e Rosa (2009), uma Comunidade Virtual como sendo uma comunidade que por meio de recurso virtuais, se articulam em torno de interesses e objetivos comuns, promovendo ações, discursos e práticas reflexivas, bem como experiências compartilhadas no processo de comunicação inerente. Limitamo-nos aqui a

falar dos aspectos referentes apenas ao Curso de *GeoGebra*, deixando de fora os demais espaços de colaboração como *YouTube*, *Facebook* e Site Oficial OGeoGebra, que também tratamos como Comunidades *Online*.

"As comunidades virtuais de aprendizagem se constituem em "espaços virtuais" abertos à participação de pessoas interessadas em trocar informações sobre um tema ou área específica, discutindo, interagindo e construindo conhecimento de forma colaborativa." (MISKULIN, SILVA, ROSA, 2006, p. 2)

Em seu trabalho, estes autores investigam as interações desenvolvidas na ferramenta fóruns de uma comunidade constituída por alunos de uma disciplina de Pós Graduação, no Ambiente Virtual *TelEduc*[15]. Pois, para estes autores o que constitui o presente contexto em uma Comunidade Virtual são (dentre outros elementos) os interesses comuns, o compartilhamento de experiências, a reflexão conjunta que se manifesta no processo interativo possibilitado pelo Ambiente Virtual disponível.

> [...] uma comunidade virtual foi constituída por professores de Matemática que, por meio de um processo interativo, compartilharam interesses, objetivos, discursos, práticas reflexivas e histórias/experiências, revelando elementos da cultura docente desses professores como contribuintes à sua formação profissional. Logo, a reflexão sobre tais elementos e o compartilhamento das experiências docentes tornaram se fundamentais no processo de formação de uma comunidade que possuía os mesmos interesses, preocupações, desafios e obstáculos a serem enfrentados.

Tais elementos também estão presentes no Curso de *GeoGebra*, e como vimos no capítulo anterior, a constituição de um espaço para possibilitar tais elementos a respeito do *software GeoGebra* e de seu uso no estudo e ensino de matemática (interesse comum desta Comunidade) foi uma das razões da criação do Site e consequentemente do Curso em questão.

Nossa experiência tem mostrado que nem todos os participantes do curso se envolvem há um mesmo nível de participação, colaboração e interação. Pelo contrário, nossa pesquisa, bem como trabalhos já citados até o momento, apontam a existência de uma variedade de interesses, níveis de participação e por que não, suspeitar de haver até diferentes razões para estarem ali. Neste sentido, queremos olhar para o conceito de comunidades assim como apontam Lave e Wenger (1991).

---

[15] Ambiente Virtual de Aprendizagem semelhante ao *Moodle*. O *TelEduc* é um ambiente de *e-learning* para a criação, participação e administração de cursos na *Web* desenvolvido pela UNICAMP. Disponível em< http://www.teleduc.org.br/ >.

> No uso do termo comunidade, [...] assumimos que os membros têm diferentes interesses, fazem diversas contribuições para a atividade, e possuem variados pontos de vista. Em nossa visão, participação em níveis múltiplos é conferida aos participantes em uma comunidade de prática. Nem o termo comunidade implica necessariamente co-presença, um grupo bem definido e identificável, ou fronteiras socialmente visíveis. Isto implica participação em um sistema de atividade sobre quais participantes compartilham seus conhecimentos sobre o que eles estão fazendo e o que significa em suas vidas e para as comunidades (LAVE; WENGER, 1991, p. 97-98)

A participação em níveis múltiplos apresentado na citação anterior nos remete aos diferentes níveis de engajamento no curso, que vão desde os seus organizadores (formuladores da estrutura do curso, da parte técnica e da elaboração dos materiais), dos professores moderadores (que lidam com o acompanhamento e estímulo dos participantes), até os cursistas (professores e alunos ingressos como alunos).

Mesmo que as autoras apontem para Comunidade de Prática, nos detemos neste trabalho ao que diz respeito a Comunidades Virtuais para apontar direções do que nos remete a pensar o Curso de *GeoGebra* como uma Comunidade *Online*.

> O processo de construção de uma comunidade de prática assume como premissa a constituição natural de um grupo que busca refletir sobre a própria prática. Nesse sentido, quando esse processo se dá por meio de uma comunidade virtual de aprendizagem, na qual se articulam interesses e objetivos comuns, ações, diálogo, discurso reflexivo e a colaboração, resultando em implicações para o "aprender" e o "ensinar", há um possível direcionamento para a prática docente discutida via ambiente virtual. (MISKULIN; SILVA; ROSA, 2009, p. 63)

Assim, o aprender, o partilhar, o discutir sobre o *GeoGebra*, sobre possibilidades de uso deste *software* em sala de aula, se constituem em diferentes interações que frequentemente ocorrem no presente Curso por ser objeto comum para seus participantes, via ambiente virtual de aprendizagem *Moodle*.

No próximo tópico falaremos um pouco a respeito do Curso de *GeoGebra*.

2.3. **Curso de GeoGebra**

O Curso de *GeoGebra* em questão (que denominamos de Comunidade *online* OGeoGebra) é acessível através do Site Oficial OGeoGebra. Sua realização provém da parceria entre os responsáveis pelo Site juntamente com a Universidade do Estado do Paraná, por meio de cursos *online* via plataforma *Modlle*, que roda a partir da 14ª edição, no seguinte endereço < https://ogeogebra.com.br/cursos/>.

Segundo Bragagnollo (2018), o curso funciona desde 2012 e foi criado em colaboração entre professores de matemática, dentre os quais, se destacam Dantas e Lins (2017) que ao darem sequência ao curso de extensão *online* de *GeoGebra*, culminaram na criação do Site OGeoGebra, de onde partem as edições do curso de *GeoGebra* em questão.

Um histórico de desenvolvimento das edições do curso de *GeoGebra* é apresentada no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Histórico de desenvolvimento das edições do curso de GeoGebra.

CURSO DE GEOGEBRA - 15ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela: Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) Período de realização: 21 de março de 2019 à 19 de maio de 2019
CURSO DE GEOGEBRA - 14ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela: Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) Período de realização: 20 de setembro de 2018 à 14 de novembro de 2018

CURSO DE GEOGEBRA - 13ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Período de realização: 28 de março à 22 de maio de 2018.
CURSO DE GEOGEBRA - 12ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Período de realização: 29 de março à 15 de maio de 2017.
CURSO DE GEOGEBRA - 11ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Período de realização: 05 de outubro à 22 de novembro de 2016.
CURSO DE GEOGEBRA - 10ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Período de realização: 06 de julho à 23 de agosto de 2016.
CURSO DE GEOGEBRA - 9ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Período de realização: 09 de março à 30 de abril de 2016.
CURSO DE GEOGEBRA - 8ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Período de realização: 14 de setembro a 27 de novembro de 2015.
CURSO DE GEOGEBRA - 7ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Período de realização: 24 de agosto a 18 de outubro de 2014.
CURSO DE GEOGEBRA - 6ª edição Teacher: SÉRGIO DANTAS (professor) Teacher: GUILHERME FRANCISCO FERREIRA (professor)	Curso de *GeoGebra* promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Período de realização: 20 de abril a 28 de junho de 2014.

Fonte – Informações retiradas do Site OGeoGebra.

Informamos que dados anteriores a 6ª edição não mais estão disponíveis no Site.

O curso em questão está com sua 16ª edição em planejamento/desenvolvimento; normalmente atendem pessoas de todos os estados brasileiros e estrangeiros; segundo Dantas e Lima (2019), Dantas (2016) e Gonçalves (2016), conta com mais de 90 professores formadores; atendem mais de 400 alunos divididos em grupos para melhor acompanhamento pelos professores formadores; e se utiliza de uma dinâmica de interação, produção, colaboração intensa entre os envolvidos.

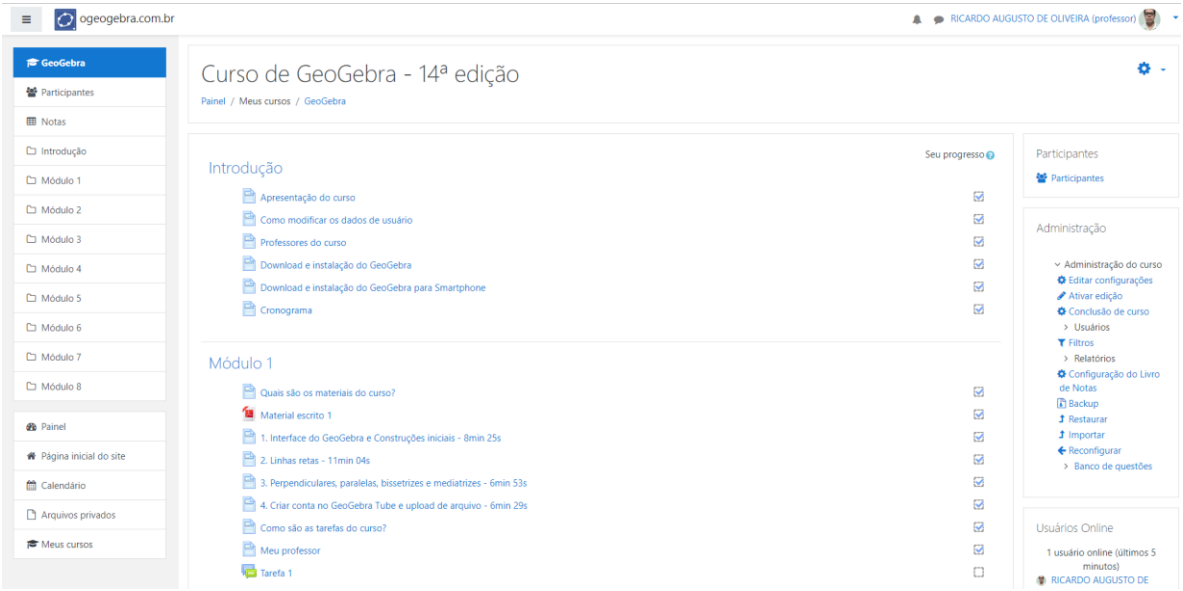
> O objetivo do curso é possibilitar a produção de conhecimentos sobre o *software* e fomentar discussões tematizando a educação matemática. Nessa perspectiva a equipe de formadores desenvolve o curso como uma *Comunidade online* organizada em fóruns de debates. Comunidade que envolve cursistas (como nos

> referimos aos professores em formação) e formadores. (DANTAS, 2016, p. 137, grifo nosso).

O Curso de *GeoGebra* é ofertado em média duas vezes ao ano, sua divulgação é realizada pelo Site do grupo e por redes sociais como a conta oficial do grupo no *Facebook*[16]. O curso atende a professores, alunos e pessoas interessadas no estudo do *GeoGebra*, mas é voltado especificamente para professores de matemática e ofertado na modalidade Ensino a Distância (EaD).

Uma apresentação do ambiente do Curso de *GeoGebra* pode ser visualizado na Imagem 7 que segue.

Imagem 7 – Página inicial da 14ª edição do Curso de GeoGebra.



Fonte. Elaborado pelo autor.

Segundo Dantas (2016), a interação é o ponto forte proposto pelo curso. Sua dinâmica que se divide em dois momentos, procura fomentar a interação aluno/materiais/objeto/*software* e, aluno/aluno/professor, através de postagens das atividades na ferramenta fórum do ambiente *Moodle* (a principal interface de colaboração do curso).

> Tivemos algumas intenções ao fazermos essa escolha: (1) que o cursista compreendesse esses espaços (fóruns, listas de discussões, grupos de interesses) como espaços de produção de conhecimentos; (2) que o cursista compreendesse a si mesmo e aos demais colegas como produtores de novos conhecimentos; (3) que

16 Disponível em: < http://facebook.com/groups/ogeogebra/ > acesso em 24/04/2018.

> o cursista se entendesse inserido em uma rede de formação colaborativa. (DANTAS, 2016, p. 35).

Suas atividades sempre estão voltadas para construção de objetos de aprendizagem (AO)[17] – (que escolhemos chamar aqui de construções no *GeoGebra*) que apresentam potencial de utilização em sala de aula e, esta proposta, permite que na sua execução, o aluno/professor se debruce sobre conhecimentos práticos de seu dia a dia, conhecimentos novos possibilitados pelos materiais do curso e pela interação com os demais colegas.

> Escolhemos essa dinâmica de trabalho, pois, segundo nossa perspectiva, a produção de conhecimentos sobre o *GeoGebra* e seus modos de uso ocorreria também como produto da interação entre os cursistas. Outra vantagem das publicações nos *fóruns-tarefa* seria a possibilidade de o cursista compartilhar suas ideias, suas dúvidas, suas necessidades de aprendizagem. Isso possibilitaria a quebra de isolamento do cursista e sua integração em redes colaborativas. Essas hipóteses foram confirmadas [...]. (DANTAS, 2016, p. 28).

Dantas, Ferreira e Paulo (2016), destacam a importância deste processo para a ocorrência da interação colaborativa nas discussões na ferramenta fórum do ambiente de aprendizagem, já que esta é também uma parte da atividade proposta no curso. Ainda, para a elaboração (por parte dos formadores) de materiais e discussões que viessem se aproximar cada vez mais das necessidades dos professores cursistas.

> Esse fórum representava para nós, professores do curso, uma fonte de informação sobre as impressões dos alunos a cada módulo, pois suas inserções nos davam pistas de suas necessidades de aprendizagem e sobre formas de uso do programa. Com isso, podíamos incluir nas videoaulas elementos que tematizassem suas dúvidas e construir tarefas que promovessem interações em torno de suas questões (DANTAS, 2016, p. 30).

Dantas (2016), explica que estas atividades são divididas em duas partes, que ocorrem durante sete dias corridos, ao começar na quarta-feira de uma semana e terminar na outra, sendo que a primeira parte começa na quarta-feira e vai até domingo, a segunda, começa no domingo e termina na outra quarta-feira.

Na primeira etapa, de caráter individual, é solicitado ao aluno, que após assistir algumas vídeo aulas e ler o material passo a passo no formato PDF fornecidos sobre um determinado objeto, venha realizar a construção no *GeoGebra* e, postar no fórum não só a construção, mais um texto que explique como e para qual objetivo a realizou.

---

17 Dentre vários conceitos adotamos: qualquer entidade, digital ou não, que possa ser reutilizada durante o aprendizado, no caso específico deste trabalho, também chamamos de *applets*, aqui, construções ou produções no *GeoGebra*.

Na segunda parte da atividade, etapa coletiva, Dantas (2016) explica que é solicitado aos alunos, para que interajam com as postagens de, pelo menos, dois alunos do curso, contribuam para com a construção destes, podendo até realizar a postagem de outra construção. Ainda, que cada aluno responda as interações que receberam, de modo que ambos procurem entender como as atividades foram elaboradas e de que forma as contribuições poderiam auxiliar em seus trabalhos. Momento este tido por mais importante do curso. (DANTAS, 2016; e DANTAS, FERREIRA e PAULO, 2016).

O fato de se tratar de um curso de relevância nacional, direcionados a atender interessados no uso do *GeoGebra* em atividades de estudo e ensino de matemática, muito utilizado por professores de matemática nos mais diferentes níveis de ensino, e que caracteriza este espaço como um curso de extensão a prática docente, com uma dinâmica de interação nos fóruns de discussões que consideramos intensa (DANTAS, 2016; e GONÇALVES, 2016) é que escolhemos investigar este ambiente.

Destacamos que os trabalhos destes autores (DANTAS, 2016 e GONÇALVES, 2016) foram importantes para a escolha deste enredo e fundamentais para a constituição deste trabalho.

Procurando demonstrar que o *GeoGebra* apresenta uma maneira diferente de produzir significados matemáticos, Gonçalves (2016) desenvolve sua tese de doutorado "O Transitar entre a Matemática do Matemático, Matemática da Escola e a Matemática do *GeoGebra*: um estudo de como professores de matemática lidam com as possibilidades e limitações do *GeoGebra*", com base em estudo teórico e investigativo com uso de entrevistas junto a alguns professores de matemática experientes no uso deste *software* como ferramenta de estudo e ensino de matemática.

Dantas (2016) por sua vez, investigou os processos de interação e de colaboração em um curso de extensão *online* de *GeoGebra*, através da elaboração e desenvolvimento deste curso para professores de matemática, que resultou em sua tese de doutorado "*Design*, implementação e estudo de uma rede sócio profissional *online* de professores de matemática". (DANTAS, 2016).

Rede que é conhecida como Site OGeoGebra (que a partir da 7ª edição passou a implementar tal *design*), e que já ofertou até o momento, quinze edições do curso de *GeoGebra* para professores e interessados no estudo de matemática, em parcerias com Universidades Públicas. Ressalto que os professores investigados por Gonçalves (2016) também fazem parte do universo desta pesquisa.

Na Imagem 8 indicamos uma representação da plataforma *Moodle* onde ocorrem as edições do curso.

Imagem 8 - Sitio da página de cursos de GeoGebra.



Fonte: http://ogeogebra.com.br/curso/

Em sua tese, Gonçalves (2016) realiza uma revisão literária quanto aos trabalhos acadêmicos e pesquisas que tenham o uso do *GeoGebra* como tema e aponta para um movimento contínuo e crescente de pesquisas nesta linha. Cita como temas mais pesquisados: o desenvolvimento de habilidades e competências do pensamento matemático; o uso da perspectiva de visualização para explorar situações geométricas e propriedades matemáticas; atitudes e características motivacionais acerca do uso do *software* por estudantes e professores e; a proposta de estudos de determinados tópicos de matemática com o uso do *GeoGebra*.

Para o autor, parece haver consenso entre os pesquisadores, acerca do uso de representações geométricas e dinâmicas auxiliarem nas dúvidas e dificuldades dos estudantes, levando-os a partir de imagens, a desenvolver certa compreensão e a assumir uma dinâmica de estudo que se apropria da modelagem matemática para testar e desenvolver raciocínios matemáticos.

Para chegar a este entendimento, Gonçalves (2016), dentre outras pesquisas, analisou diversos estudos dos quais citamos alguns: Andrade (2013), que atuou no estudo de sistemas de Equações Lineares por meio de resolução de problemas; Baccarin (2013) procurou apresentar uma sequência de atividades para o ensino de matemática; Paes (2013), que aponta para o papel importante do aluno no processo de construção do conhecimento e da utilização do *GeoGebra* no ensino de tópicos de Números Complexos; Silva D (2013), Silva L (2013) e Zandonadi (2013), que utilizaram o *GeoGebra* para estudo de Números Complexos, Funções Exponenciais e Logaritmos respectivamente.

Ainda, Pereira (2013), que apresenta algumas atividades de Fractais Circulares e o uso do *GeoGebra*; Codato Segura (2013), que propõe uma sequência didática para conceitos de Geometria Analítica e uso do *GeoGebra*; Zanella (2013), que propõe fazer uma comparação entre os conceitos de Geometria Euclidiana e Geometria Esférica; Lovis (2009), que por meio da utilização do *GeoGebra*, explorou conceitos de Geometria Hiperbólica e Geometria Euclidiana; Ferreira (2011), que apresenta uma proposta didática quanto a investigação de alguns conceitos geométricos; Oliveira (2015), que usa o *GeoGebra* para estudo de Trigonometria e música; dentre outros.

Entendemos que tais pesquisas apontam para diversidade de uso do *GeoGebra* como recurso de ensino de matemática, permitindo ao professor o uso de diferentes linguagens matemáticas no fazer pedagógico, e nesta perspectiva, parece-nos importante contribuir com este movimento.

De outra perspectiva, a leitura de tais trabalhos: Gonçalves (2016) e Dantas (2016), são na verdade o ponto inicial é direcionamento da presente dissertação (respectivamente). Se por meio da pesquisa de Gonçalves (2016) nos inserimos no contexto de diferentes linguagens matemáticas e uso do *GeoGebra* no ensino de matemática, com Dantas (2016) imergimos a um modo específico de interação, que muito pode contribuir para com os objetivos do projeto ao qual fazemos parte. A este modo específico de interação Dantas chama de Interações Colaborativas.

Para caracterizar o modelo de Interação Colaborativa adotada nesta pesquisa, abordamos o trabalho de Dantas (2016)[18] que para estudar o *designer* e a implementação do

---

18 Este autor utiliza da Teoria de Campos Semânticos de Lins (1999, 2001, 2004, 2012a, 2012) para conceituar interação colaborativa. Neste mesmo sentido, procuramos buscar nestas fontes as mesmas bases para estudo desta pesquisa, dentre as obras pretendidas citamos: LINS, R. C. **Matemática, monstros, significados e Educação Matemática**. In: M. de C. Borba; M. A. V. Bicudo (Orgs.); **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 1a ed., p.92–120, 2004ª. Cortez. LINS, R. C. **Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Cap. 4, p. 75-94. LINS, R. C. **Análise Sistemática e crítica da produção acadêmica e da trajetória profissional**. 2002. 87p. Tese (Livre Docência) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002. LINS, R. C. **A diferença como oportunidade para aprender**. ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Prática de

curso de *GeoGebra* em questão (o mesmo que investigamos neste trabalho) se fundamenta no Modelo de Campos Semânticos (MCS) de Lins (1999) e Lins e Gimenez (1997), em que o diálogo como processo educativo não deverá ser observado como sendo um processo de comunicação, como uma conversa entre duas ou mais pessoas em que são endereçados argumentos entre si, mas uma conversa com endereçamento de argumentos em uma mesma direção, ou seja, a um mesmo interlocutor.

> Quem produz uma enunciação é o autor. O autor fala sempre na direção de um leitor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) um leitor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o autor. Quem produz significado para um resíduo de enunciação é o leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor. (DANTAS, 2016, p. 45).

Dantas (2016)[19] afirma que neste novo processo comunicativo, duas ou mais pessoas, assumem respectivamente os papéis de autores e leitores dos argumentos que disseram sobre algo (enunciados), que são conteúdos de interações e denominados de "resíduos de enunciação" de um autor sobre algo "em uma direção". A direção aqui tratada é a interpretação, justificação e argumentação que faz o autor dizer ou afirmar, ou realizar sua fala sobre algo (enunciado). Assim, dizemos que se duas pessoas concordam com estes enunciados, então interagem a uma mesma direção, ou seja, na direção de um mesmo interlocutor.

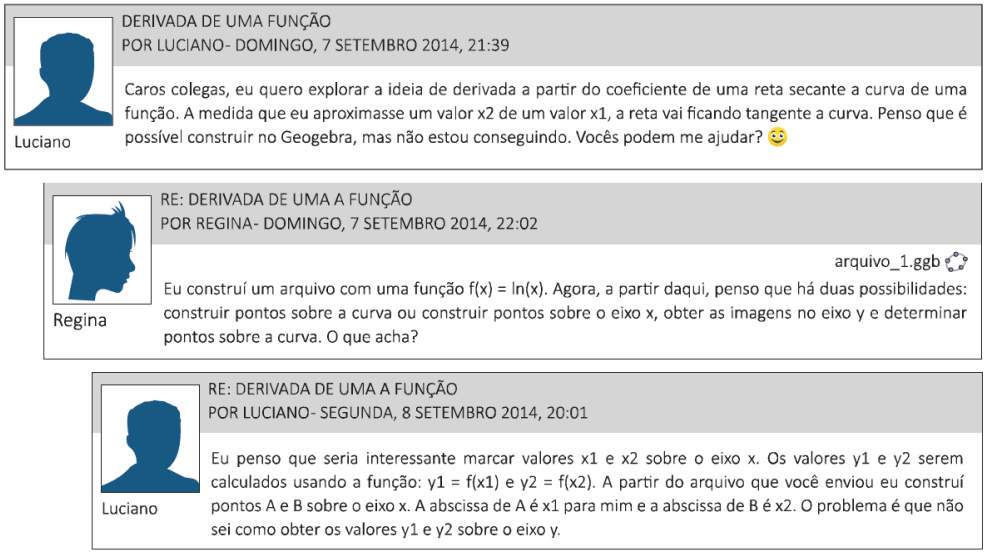
Na Imagem a seguir apontamos para um exemplo de Interação Colaborativa presente no curso de *GeoGebra* em questão.[20]

Ensino. Anais. Porto Alegre: ediPUCRS. 2008. p. 530-550. LINS, R.C. **O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações**. In: ANGELO, C. L. BARBOSA, E. P. SANTOS, J. R. V. DANTAS, S. C. OLIVEIRA, V. C. A. (org.). Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história, São Paulo: Midiograf, 2012a, Cap. 1, p. 11-30.

19 Consideramos que o trabalho de Dantas (2016) realiza um recorte do MCS de Lins (1999) que nos parecem pertinentes para este trabalho, uma vez que foca os aspectos das colaborações presentes ou não nas interações, e o MCS aborda um conceito mais amplo.

20 Não pretendemos neste trabalho apresentar o conceito de Interações Colaborativas, mas, apresentá-la na respectiva pela qual foi tomada e o que dela foi tomada para a constituição deste trabalho.

Imagem 9 - Exemplo de interação nos cursos da Comunidade Virtual OGeoGebra.



Fonte: (DANTAS, 2016, p.85).

Quanto ao interlocutor (ser cognitivo), Dantas (2016) afirma que cada comunicação é direcionada a um interlocutor (que não é necessariamente a outra pessoa da comunicação – ser biológico) que compreende e aceita a informação (enunciado) como verdadeira, que carrega um vocabulário particular ao grupo em comunicação, uma linguagem capaz de ser compreendida pelo outro de mesma cultura e contexto (linguagem legítima), podendo ser lida e reconstruída pelo interlocutor e produzir significados.

Segundo Dantas (2016, p. 44), MCS é um modelo epistemológico[21] que permite compreender alguns aspectos do processo de produção de significados em diversas áreas do conhecimento, cujas noções centrais são: “Significado, objeto e conhecimento.” Onde, “Significado” refere-se ao que se diz sobre algo em uma dada situação de comunicação; “Objeto” refere-se ao que se constitui com base nos significados apontados em uma dada comunicação; e “Conhecimento” seria a construção com base nos enunciados, de uma crença ou afirmação sobre o objeto, junto com uma justificação (argumentos aceitos pelos interlocutores como verdade) (LINS, 1999).

> [...] ao produzir significado, minha enunciação é feita na direção de um interlocutor [que “é uma direção na qual se fala”] que, acredito, diria o que estou dizendo com a justificação que estou produzindo. [...] compartilhar um espaço comunicativo é compartilhar interlocutores e isto, junto com a elaboração que fiz da produção de

21 Epistemologia, estudo ou teoria do conhecimento.

> significados na direção de interlocutores, garante que toda produção de significado é dialógica no sentido cognitivo (LINS, 1999, p. 88).

O que se fala sobre algo, os argumentos sobre um contexto ou situação, é denominado de enunciado de comunicação ou somente enunciados. O que se conclui sobre algo, caracteriza o objeto.

Importante enfatizar que justificação não é uma justificativa para o conhecimento ser aceito, nem mesmo uma explicação. O termo justificação trata-se de argumentos aceitos pelos interlocutores (quem entende e aceita as ideias de quem fala), que fazem sentido para ambos na aceitação do que se tem adotado como correto para o objeto em estudo.

Uma forma de ocorrência de resíduos de enunciação presente no curso que analisamos é o que o autor chama de "resíduos de enunciação resultante", as que ocorrem nos fóruns como resultados da realização das atividades propostas e da interação entre os cursistas.

Estes resíduos de enunciação resultantes são por Dantas (Idem) classificados como principais, e se deve pelo fato de serem construídos em conjunto, no momento da resolução, havendo possibilidades de discordarem, e mesmo contribuindo e interagindo uns com os outros, há a possibilidade de os conhecimentos gerados serem diversos das justificações e não serem aceitas por todos, e as enunciações não serem direcionadas a um mesmo interlocutor.

Em Dantas (2016) e Dantas, Ferreira e Paulo (2016) temos que esta possibilidade torna o "resíduo de enunciado resultante" importante no processo de aprendizagem no curso, por exigir dos participantes, uma ação mais enérgica, profunda nas realizações das atividades, na elaboração dos argumentos, na elaboração dos enunciados, na formação de justificações que validem para o outro os enunciados postados (atividade, texto, construções no *GeoGebra*), de modo que os demais cursistas, possam ser convencidos a se posicionar como o interlocutor pretendido por quem postou a enunciação.

Segundo o que compreendemos da dinâmica do curso, a tarefa proposta no enunciado é uma atividade de dimensão individual, já as interações dos cursistas para com estes enunciados/estas atividades propostas, é de dimensão coletiva, onde os motivos individuais dão lugar aos objetivos do grupo que interagem com ele em sua postagem quando fazem inserções na tentativa de compartilharem interlocutores com o outro da postagem inicial. É a esse trabalho conjunto, em que os cursistas compartilham interlocutores no processo de interação que Dantas (2016) denomina de Interação Colaborativa.

Não queremos aqui discorrer sobre o conceito de Interações Colaborativas, ou mesmo confirmar sua ocorrência, nosso trabalho parte do pressuposto apontado por Dantas (2016) que no curso de *GeoGebra* há ocorrências de intensas Interações Colaborativas a respeito do estudo de matemática, e é neste contexto de produção (envolvendo textos e arquivos no *GeoGebra*) que procuramos investigar as que giram em torno de Derivadas de Funções Reais.

Com vistas ao direcionamento de nossa pesquisa, realizamos no início do ano de 2018 uma série de revisões literárias junto ao Periódico da CAPES e algumas bases de dados nacionais e internacionais, do qual apresentamos a seguir o capítulo "Pesquisas a respeito do uso do *GeoGebra* no estudo e ensino de Derivadas", que nos permitiu realizar a categorização dos elementos didáticos pedagógicos principais de nossa pesquisa.

2.4. **Pesquisas a respeito do uso do *GeoGebra* no estudo e ensino de Derivadas**

Visando reconhecer o que dizem diferentes trabalhos acadêmicos acerca do uso do *software GeoGebra* no estudo e ensino de Derivada, realizamos diferentes trabalhos de investigação em diferentes bases de dados e revistas indexadas. Deste esforço, resultou a publicação de diferentes trabalhos, tais como: O uso do *GeoGebra* para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, um mapeamento de suas publicações, disponível em < http://dx.doi.org/10.15536/thema.15.2018.466-484.892 >; Utilização do *software GeoGebra* para o ensino de Derivada na formação inicial de professores de matemática, disponível em < http://dx.doi.org/10.15536/thema.V16.2019.331-345.1123 >; Objetos de aprendizagem e o ensino de Derivada: uma análise textual dos discursos presentes em obras publicadas na BDTD, disponível em < http://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/ >; Demonstrações com *GeoGebra* como atividades de ensino de matemática, disponível em < http://dx.doi.org/10.15536/thema.16.2019.149-162.1119 >; dentre outros.

Nestes trabalhos, identificamos diferentes propostas de uso do *GeoGebra,* bem como diferentes interesses de tratamento da Derivada (a partir de distintos temas ou objetivos de investigação por exemplo) nos três níveis de ensino: Fundamental, Médio e Superior.

Deste esforço, queremos ressaltar a leitura dos trabalhos de Cunha e Laudares (2017), Silva (2017), Alves (2016), Gonçalves e Reis (2013), Simões (2014), Lima, Biacchini e Gomes (2001), Bizelli, Barroso e Fiscarelli (2001), Caligari, Shivo e Romiti (2015), Arango, Gaviria e Valencia (2015), Martins Junior (2015), A Silva (2017), Numer e Justo (2015), Pereira (2016), Santos (2012), Freitas B (2013), Girotto (2016), Mod (2016) e Vargas (2016), dos quais constituímos a percepção de que:

- O ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) vem sendo objeto de estudo destas e de outras pesquisas, tendo como razões apontadas à dificuldade no ensino de Cálculo no Ensino Superior: a falta de base dos alunos; falhas nas metodologias de ensino dos professores; falha da estrutura curricular dos cursos e; a complexidade dos conceitos;
- A percepção de que tais dificuldades podem ser enfrentadas utilizando o *GeoGebra* em: elaboração de novas abordagens metodológicas; melhor preparação do professor quanto ao conteúdo a ser ensinado e suas práticas pedagógicas; o uso intensivo de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) e do *GeoGebra* e; introdução do ensino de CDI no Ensino Médio;
- Sugeridas a partir de atividades de: aulas diferenciadas; aulas guiadas com uso de construções no *GeoGebra*; atividades exploratórias a partir da construção do objeto pelos alunos e; uso de arquivos do *GeoGebra* para explicação de conceitos. Sejam na modalidade de ensino presencial, semipresencial ou *online*, com vistas à melhora do processo de ensino do CDI.
- Em especial, percebemos maior uso dos recursos de visualização gráfica e animação, os quais possibilitam (segundo os autores) a ressignificação dos conceitos relacionados a esta disciplina e proporcionam o equilíbrio entre o processo visual e algébrico.
- Percebemos que as práticas exercitadas com o uso do *GeoGebra* se voltam para atividades de investigação ou exploração, junto aos alunos – futuros professores – e, que não é possível neste momento apontar para uma tendência de uso de atividades investigativas e exploratórias, por ser esta pesquisa desenvolvida com base em poucas obras. Notamos que de modo geral, as pesquisas visam ênfase à representação visual dos conceitos matemáticos, como forma de aprofundar e ou construir/reconstruir significados a partir das atividades desenvolvidas.
- Também percebemos o uso da visualização através do *software* como fator que possibilitou aos sujeitos da pesquisa, ressignificação de conceitos de Derivada e a consolidação de novos conceitos a partir da possibilidade de transição entre diferentes representações matemáticas por meio de: elaboração Produto Educacional; manipulação das construções para realização de exercícios pelos sujeitos; e adoção de práticas de atividades investigativas e exploratórias.

- Dentre as justificativas de uso do *software* identificamos a possibilidade de explorar as potencialidades da abordagem de conceitos matemáticos a partir da visualização e da transição entre suas diferentes representações, e como principal resultado alcançado nas pesquisas, constatamos a percepção de ressignificação e construção de conceitos matemáticos na prática de em sala de aula.

- A abordagem do conteúdo, no entanto, sugere frequente utilização de recursos visuais provocados pela manipulação do *software*, e pouco se vê sobre o uso da linguagem simbólica dos exercícios, a não ser para discussão daquilo que se percebe na manipulação das construções no *GeoGebra*, e não no corpo do trabalho propriamente dito (havendo, porém, uma exceção, o trabalho de Martins Júnior (2015)).

- Percebemos que o uso do *GeoGebra* aliado a diferenciadas estratégias de ensino é percebido como possibilidade de engajamento dos alunos, de estímulo ao desenvolvimento de hábitos de pensamento, na construção de argumentos na investigação de teoremas, permite formalizar conceitos e, propõe uma aprendizagem mais ativa e dinâmica pelo aluno por meio de experimentações, descobertas e visualizações de seus resultados, além de proporcionar uma verdadeira transformação da prática pedagógica no fazer didático em sala de aula.

- Observamos, no entanto, falta de uso do recurso Janela de Álgebra Computacional (CAS) *GeoGebra* para aproximação dos cálculos simbólicos realizados normalmente com as mídias lápis e papel. De todos os trabalhos investigados até o momento, identificamos o uso da linguagem *LaTex* na elaboração de textos matemáticos que apontem para os cálculos demonstrativos dos teoremas em estudo, apenas em um dos trabalhos (MOD, 2016).

Com estas investigações identificamos diferentes concepções de uso do *software*; nível de ensino ao que propõe seu uso; modo de trabalho; intencionalidades; contextos; estratégia de ensino ou abordagem do conteúdo, mesmo que a utilização da linguagem *LaTex* no *GeoGebra* para expressão simbólica/algébrica no estudo de matemática (MOD, 2016) não seja considerada como uma das formas de utilização mais expressiva nestes trabalhos.

Na perspectiva de melhor compreender como o *GeoGebra* tem sido utilizado para representar os conceitos de Derivada; identificar as propostas de uso deste recurso; e de dinâmicas de uso deste *software* presentes na literatura, realizamos uma leitura de diferentes

trabalhos de dissertações no PROFMAT com o fim de identificar os discursos presentes nestas obras quando voltadas ao ensino da Derivada.

Como resultado de nossas leituras, montamos o Quadro a seguir que resume o modo como o *software* é utilizado e, os modos de representação da Derivada sugeridos nestes trabalhos.

Quadro 2 - Quadro de obras e modos de representação e/ou abordagens à Derivada, recursos utilizados e seu modo de utilização.

Autores	**Uso do *Software.***	**Modo de representação e/ou abordagens à Derivada.**
Ladislau (2014)	Sequência didática para aulas expositivas. Explorar gráficos de funções na perspectiva da visualização.	Após estudo de Limites, apresenta a Derivada como uma Taxa de Variação.
Mota (2014)	Otimizar atividades de resolução de problemas e formalização de conceitos no estudo de Cálculo Diferencial.	O conteúdo da Derivada é inserido sem um conteúdo inicial de Limites; associa um estudo interdisciplinar entre Matemática e Física; e apresenta a Derivadas como Taxa de Variação Média, Reta tangente e Taxa de Variação Instantânea.
Godinho (2014)	Agilizar construções de gráficos de funções, apresentar exemplos e demonstrações matemáticas como estratégia de ensino.	Propõe a Derivada com atividades de aplicações no campo da Física, ligadas a Velocidade Média, seguindo para o estudo e representação da Reta tangente, construção e estudo de funções, culminando na noção de Limites.
Araújo (2015)	Construção manipulação e exploração de *applets* no *GeoGebra*, envolvendo diferentes conteúdos matemáticos.	Os conceitos de Derivadas são associados ao estudo de: Retas tangentes e secantes; construção de gráficos de funções; significado de Velocidade Média; Função quadrática; e cálculo de área de retângulos. Após abordagem de diferentes tópicos matemáticos tidos como pré-requisitos para sua compreensão, tais como: Números Reais, Ideia Intuitiva de Limites, Derivada, e abordagem do método de Newton.
Gaglioli (2015)	Realiza construções no *GeoGebra* para explorar, conjecturar, abstrair e experimentar conceitos, dando ênfase a trabalhos com resolução de problemas.	A partir do conceito de Variação de Grandezas, interpretação geométrica da Taxa de Variação, estudo de funções de 1º grau, Taxa de Variação Pontual, existência da Derivada e aproximação linear. O conceito de Taxa de Variação é tido por base para a compreensão da Derivada desde o Ensino Fundamental.
Ferreira (2016)	Para estudo com atividades guiadas de modo que o aluno construa gráficos de funções e manipule alguns elementos, a fim de responder a questionamentos pré-estabelecidos.	Após trabalho de diferentes tópicos matemáticos considerados importantes para a aprendizagem do CDI, tais como: apresentação dos Números Reais, Racionais e Irracionais para intuição do conceito de Limites, e após estudo de Limites, explorar conceito de Reta tangente a uma curva no estudo da representação geométrica da Derivada.
Ribeiro (2016)	Centrado na proposta de visualizar e explorar gráficos de funções com atividades de aplicações, no qual a observação do fenômeno a partir do recurso visual sugere dar	A Derivada é conceituada após estudo de Polinômios, Funções polinomiais e Limites, e seu estudo envolve os conceitos de Taxa de Variação Média, Velocidade Escalar Instantânea, Aceleração Escalar Instantânea, e estudos de

	dinamicidade à resolução das atividades e permitir o exercício crítico e autônomo do aluno durante o processo.	Máximos e Mínimos de Funções Polinomiais em atividades de aplicações.
Ribeiro (2018)	Para operacionalizar os cálculos algébricos e permitir explorar de modo conceitual os resultados gráficos e algébricos resultantes de atividades conceituais e de aplicações.	Após um estudo inicial do conceito de Limites e envolve atividades de representação geométrica da Reta tangente a uma curva, Derivada de uma função em um dado ponto e sua conceituação como Taxa de Variação.
Alves (2018)	Na elaboração de quatro propostas de aulas para o estudo de Limites e Derivadas em PDF interativo com uma proposta lúdica.	Após trabalhos com tópicos de funções e Limites, sendo a Derivada conceituada no estudo de funções e posteriormente em atividades de aplicação com exercícios sobre Taxa de Variação e problemas de Máximos e Mínimos.

Fonte: O autor

Dentre os modos de abordagens da Derivada identificados nos trabalhos, citamos: uso de *softwares* de geometria dinâmica para realizar apresentações rápidas e limpa de gráficos de funções, agilizar demonstrações e expor exemplos com uso de animações, para favorecer a compreensão do conteúdo estudado (GODINHO, 2014, p. 32); o uso do *GeoGebra* é proposto para auxiliar o entendimento dos conceitos a partir da experimentação, da otimização nas operacionalizações das atividades de resolução de problemas e formalização de conceitos (MOTA, 2014); e o *GeoGebra* é utilizado para elaboração de sequência didática que explora o uso da visualização gráfica como estratégia de ensino (LADISLAU, 2014).

Também, o *GeoGebra* é utilizado para realização de atividades de Cálculo, a partir da abordagem visual e no estímulo a intuição do conceito de Derivada no estudo de outros tópicos de matemática (ARAUJO, 2015); realiza construções no *GeoGebra* para explorar, conjecturar, abstrair e experimentar conceitos, dando ênfase a trabalhos com resolução de problemas (GAGLIOLI, 2015), e; o uso do *GeoGebra* está centrado na proposta de visualizar e explorar gráficos de funções com atividades de aplicações, no qual a observação do fenômeno a partir do recurso visual sugere dar dinamicidade à resolução das atividades e permitir o exercício crítico e autônomo do aluno durante o processo de aprendizagem (RIBEIRO, 2016).

Ainda, o *GeoGebra* é utilizado para operacionalizar os cálculos algébricos e permitir explorar de modo conceitual os resultados gráficos e algébricos resultantes de atividades conceituais e de aplicações (RIBEIRO, 2018) e; o *GeoGebra* é usado em conjunto com o

editor de textos interativo *Beamer* na elaboração de quatro propostas de aulas para o estudo de Limites e Derivadas (ALVES, 2018), dentre outros.

Nesta mesma propositura, realizamos outra pesquisa a fim de identificar propostas de uso do *GeoGebra* no estudo de Derivada (dinâmicas de uso do *GeoGebra* no estudo da Derivada com uso do *GeoGebra*), desta vez, no tocante a trabalhos de teses de doutorado e dissertações de mestrado, publicadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDBTD), para o período de 2000 a 2018.

Nesta investida, analisamos os trabalhos de Rachelli (2017), Pinto (2010), Ricaldoni (2014), Martins Junior (2015), Alves (2018), Ribeiro (2016), Ribeiro (2018), Godinho (2014), Matos (2013), Grande (2013), Dall1Anese (2000), Pinto (2014) e Silva (2017).

Em nossa análise, identificamos trabalhos que exploram o estudo da Derivada na dinâmica de apresentação formal de seus conteúdos e pré-requisitos para o estudo da disciplina (dentre os quais nem sempre o estudo de Limite é tido como essencial).

As estruturas destes trabalhos em geral, apresentam um formato de caráter formal textual, com propósito de dar condições ao leitor de entender os conceitos a serem utilizados nas propostas de atividades ou explanações que o texto traz a respeito do conteúdo. No entanto, destacamos as dinâmicas de produção destas propostas (que entendemos serem diferentes da tradicional abordagem algébrica e por métodos de repetição de exercícios), pois, visam permitir ao aluno alcançar maior compreensão da matemática estudada.

Em geral, as propostas presentes nos trabalhos se assemelham a: roteiros (primeira vertente); abordagens metodológicas elaboradas nas pesquisas (segunda vertente); mas, queremos destacar uma terceira vertente, que se baseia na associação da linguagem algébrica e geométrica dos conceitos em estudo (mesmo que timidamente); e uma quarta vertente, que visa à investigação das possibilidades de uso de construções no *GeoGebra* para compreensão dos conceitos estudados pelos alunos (também timidamente).

Dentro da primeira e segunda vertentes (casos predominantes), o conteúdo da Derivada é apresentado como material elaborado, e também seguida com a proposta de abordagem do conteúdo, no qual se destaca a intenção de compreensão a partir de manipulação do *GeoGebra* para plotar gráficos, explorar seu comportamento com mudanças de parâmetros dos dados inseridos, na visualização gráfica e resolução de problemas por meio deste dispositivo. Dentre os trabalhos que retiramos estas conclusões estão: Alves (2018); Ribeiro (2018); Godinho (2014).

Como diferencial deste conjunto de obras, observamos a investigação das compreensões de alunos do Ensino Médio a respeito da Derivada ao utilizarem do *GeoGebra* e do *CA*S *on-line WolfranAlpha* (MATOS, 2013), por entender que seu trabalho visa compreender o fenômeno e não apenas apresentar propostas de abordagem a disciplina (e por sinal, discursa com ênfase ao conceito em detrimento a técnica de resolução no estudo da Derivada), apesar de não centrar esforços no processo de produção/construção de arquivos no *GeoGebra*, mas sim, no seu uso para se obter as compreensões pretendidas.

Neste trabalho, a estrutura da obra concentra o desenvolvimento de descrições a respeito dos *software*s utilizados e das atividades propostas usadas na investigação do fenômeno e não dos conteúdos considerados pré-requisitos. Tal trabalho aponta também para a possibilidade de fazer da proposta de ensino do Cálculo no Ensino Médio, como possibilidade de viabilizar ao aluno a realização de conexões entre este conhecimento produzido no Ensino Médio e o produzido no Ensino Superior.

Constatamos ainda, o papel da intuição e da visualização com uso do *software* como uma abordagem recorrente nos demais trabalhos que analisamos, em destaque trazemos a tese de Grande (2013), que além de realizar uma investigação didática epistemológica a respeito do Teorema Fundamental do Cálculo (a recursividade entre Derivada e Integral) e estudo de resolução de problemas, apresenta uma proposta de intervenção no ensino desta disciplina (em nível de Ensino Superior) que envolve a associação de elementos formais, intuitivos e algoritmos, além do rigor matemático, e para tanto faz uso do *software GeoGebra*.

Pretendemos com estas revisões literárias identificar os discursos norteadores presentes nestas obras, no entanto, reconhecemos não ser possível alcançar tal objetivo, uma vez que percebemos não haver "apenas um" texto norteador das pesquisas, mas sim, indicações de diversos interesses, enredos e finalidades de uso do *GeoGebra* no estudo da Derivada, o que nos permite apresentar diferentes direções.

Tal percepção, parece se confirmar quando olhamos para as pesquisas anteriores aqui apresentadas. Sendo assim, julgamos não ser necessário envolver maiores laudas deste trabalho para apresentar exemplos de diferentes direções aos quais são pano de fundo para uso do *software GeoGebra* e ensino de Derivada.

3. METODOLOGIA

Desenvolvemos esta pesquisa sob a metodologia qualitativa (GARNICA, 1999) a compreendendo como um estudo interpretativo da realidade observada (GARNICA, 1999) e

(GONÇALVES, 2016). A pesquisa qualitativa foi desenvolvida à luz de Moraes e Galiazzi (2011), para os quais, refere-se a uma relação dinâmica entre o mundo real e os sujeitos da pesquisa, que aqui vem a ser, os cursistas das edições do curso analisado, e que procuramos alcançar através da análise de suas produções.

Visamos com esta abordagem interpretativa, compreender o movimento das produções ocorridas nas edições do curso, decorrentes de exercícios de Derivadas e categorizá-las, sob a perspectiva de Garnica (1999), Silva e Menezes (2001) e Gonçalves (2016), para os quais o processo da pesquisa e seus significados são os focos principais de uma abordagem descritiva.

"[...] a pesquisa qualitativa pretende aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga a partir de uma análise rigorosa e criteriosa desse tipo de informação" (MORAES e GALIAZZI, 2011, p. 11). A pesquisa qualitativa procura compreender aquilo que se propõe a investigar.

Com esta perspectiva, realizamos uma investigação com vistas a identificar, mapear e categorizar produções com o uso do *GeoGebra* em torno do estudo de Derivada, em um ambiente de formação com *GeoGebra* que propõe como dinâmica de estudo, as construção no *software* de objetos a serem utilizados em sala de aula, discussão dos processos de construções e contribuições entre os participantes de um curso voltado para a aprendizagem do uso do *GeoGebra* no estudo e ensino de matemática.

A seguir, apresentamos a forma como caracterizamos o presente trabalho, e em seguida, os procedimentos metodológicos de produção, organização e análise dos dados.

3.1. **Caracterização da Pesquisa**

Garnica (1999) escreve sobre "Pesquisa" como prática de investigação que segue vestígios na procura por investigar, compreender um fenômeno (p. 60). Em um de seus trabalhos, toma Ludke & André (1987) como referência para apontar características do que entende por "Pesquisa Qualitativa", sendo: ter o ambiente natural como fonte direta de dados; o pesquisador como principal instrumento de pesquisa; a predominância do caráter descritivo dos dados coletados; maior preocupação como o processo de pesquisa do que com o produto resultante em si; e a importância dada pelo pesquisador aos significados que os sujeitos atribuem às coisas e a vida.

O ambiente natural é aqui entendido como o mundo em que mergulhamos para investigar, produzir dados e analisar, um mundo que se constitui na perspectiva do outro que o percebe, que não é pronto e acabado e por isso permite uma pluralidade de perspectivas a

seu respeito. “A realidade não é tida como algo objetivo e passível de ser explicado em termos de um conhecimento que privilegia explicações em termos de causa e efeito” (BICUDO, 1994, p. 76; GARNICA, 1999, p, 63).

Mundo este, que compreendemos em nossa pesquisa como a Comunidade *online* OGeoGebra, e realidade esta, que percebemos como múltiplas, bem como a diversidade de compreensões, perspectivas e interesses presentes nas produções que investigamos e que se apresentam a nós pesquisadores no decorrer das análises em busca de significados.

> “Não tendo as coisas significado em si (o significado é “atribuído” às coisas pelos que com elas se relacionam) e sendo a atribuição de significado dependente das compreensões que cada um tem sobre o mundo que o cerca (compreensões que não são meramente subjetivas, pois são compartilhadas, dependentes do fluxo cultural, social e histórico no qual estamos, já em princípio, inseridos), o que percebemos, a partir das inquietações que nos levam a pesquisa, são disposições que tornamos públicas (dando-lhes publicidade), sujeitando-as às compreensões de outros sujeitos que, na maior parte das vezes, podem complementá-las, completá-las, aprofundá-las, revivê-las, tomando-as para se para, novamente, compartilhá-las” (GARNICA, 1999, p. 64).

Esta complexidade de mundo ou deste ambiente natural expressa na citação acima flui também da complexa tarefa de quem se propõe a pesquisar sob o mantra da pesquisa qualitativa, ao tempo que traduz também a impossibilidade de neutralidade da pesquisa e do pesquisador, mesmo que a busque com todas as forças, como deve de ser.

Tal concepção nos parece estar presente nos discursos da ATD, sobretudo quando consideramos na pesquisa o caráter de luta pela atribuição de significados conforme Garnica (1999, p. 64), além de enquadrar a importância dada ao papel do pesquisador enquanto também instrumento de pesquisa:

> “Convivendo com outros, na iminência da possibilidade de ver brotar um ponto de vista que enriqueça o meu, procuro por modos de ver, os analiso, os rebato, os sustento. Faço surgir concepções e considerações integradoras, refutadoras, conservadoras etc., a partir do diálogo que sustento com os que falam sobre as coisas que me deixam perplexos e que, por esse motivo, tematizo. Recolho informações e as decomponho, interpreto, analiso, re-contextualizando-as. Vou até o outro para que ele possa me dizer o que sabe, o que ele me diz descrevendo, exercitando-se no aparente paradoxo da comunicação” (p. 64).

Quanto à predominância do caráter descritivo dos dados, também citamos Garnica (1999), no intuito de apontar o modo como ela se dá em nossa pesquisa:

> “Embora a comunicabilidade da experiência vivida, como vivida, seja uma experiência impossível, algo fica quando eu falo, quando descrevo uma

> determinada situação: fica um sentido. A descrição coloca-se, pois, como um instrumento desse sentido que permanece, como possibilidade de manifestação dessa minha matéria-prima. É esse um sentido impregnado pelo significado atribuído pelas pessoas com quem falo, sendo assim, natural que "o 'significado' que as pessoas dão às coisas e à sua vida [sejam] focos de atenção especial pelo pesquisador" (p. 65).

Este sentido que fica na fala escrita dos autores, das produções textuais, imagens ou arquivos no *GeoGebra,* impregnados de significados originários dos envolvidos em sua produção, é que pretendemos identificar, analisar, entender através também do processo de descrição presente na ATD no processo de fragmentação e, na análise das interpretações que fazemos sobre o que é dito e como é dito a respeito da Derivada (direções dos discursos) para a categorização das dinâmicas de produção com *GeoGebra*.

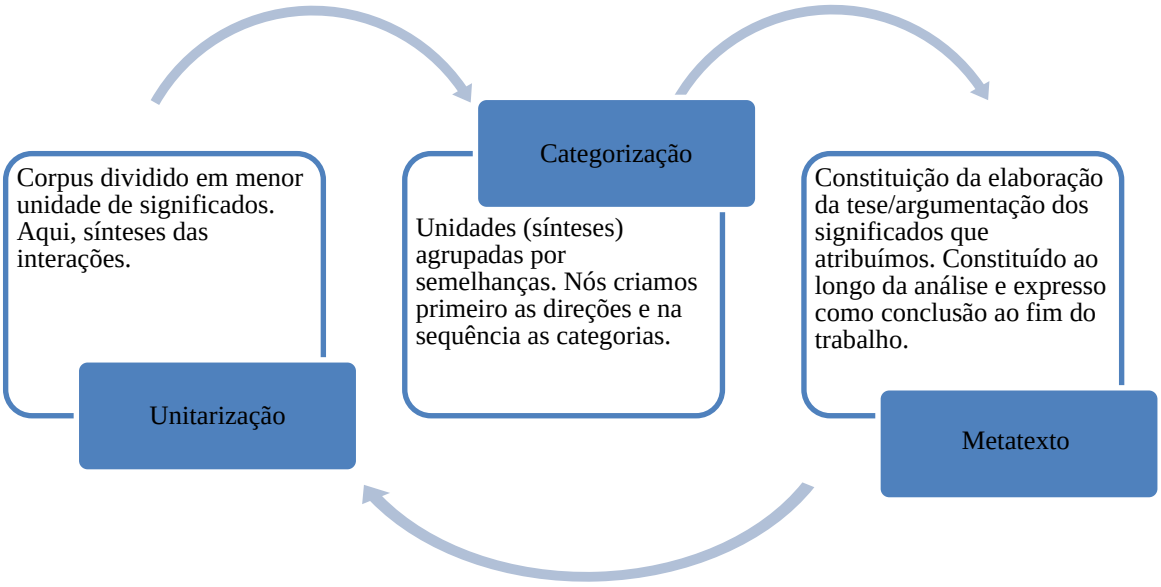
O trabalho de análise com a ATD nos permite triangular diferentes compreensões sobre o fenômeno em estudo e utilizar de diferentes perspectivas de leitura para constituição de uma terceira compreensão, com base em nossos objetivos de pesquisa. Neste sentido, nos apropriamos da prática de análise da ATD bem como da perspectiva de leitura do Modelo de Campos Semânticos para constituir nossa própria abordagem de pesquisa.

Tal estrutura de pesquisa reflete nossa preocupação com a validade do processo da pesquisa ao mesmo tempo em que buscamos também alcançar significados o mais próximo possível (se possível for) do que os sujeitos atribuem ao que dizem por meio do processo de fragmentação proposto por Moraes e Gallizazi (2011).

O Processo de fragmentação de Moraes e Galiazzi (2011) tem o objetivo de aprofundar as leituras; identificar os aspectos dos fenômenos estudados (produções com *GeoGebra* a respeito de Derivadas); destacar os elementos básicos para a análise (significações a respeito das produções que geraram construções no *GeoGebra*).

Para melhor ilustrar o movimento de análise dos dados, apresentamos na Imagem 10 a seguir, o processo de fragmentação dos dados proposto por Moraes e Galiazzi (2011).

Imagem 10 - Interpretação do modelo de fragmentação na ATD segundo Moraes e Galiazzi (2011).



Fonte: O autor

Nesta Imagem 10, tentamos expressar o que interessa identificar nos dados em cada uma das etapas (unitarização, categorização e metatexto) da análise, com o fim de melhor entender o fenômeno.

Trata-se de uma metodologia de análise que recorre à interpretação e descrição do fenômeno em estudo, para elaborar metatextos (adotaremos daqui para frente à substituição de “metatextos” por “interpretações”, por entender que tal nomenclatura possa favorecer a leitura deste material) que expressem as informações presentes nos excertos e descrição do fenômeno, junto com as considerações de quem investiga.

As interpretações são os textos resultantes da análise realizada pelo investigador, e devem ser constituídas em três etapas, a saber: a) na fragmentação dos dados coletados em unidades de significados; b) na categorização e subcategorização destes dados; c) na interpretação e construção de significados, resultando na construção de um novo texto explicativo.

Voltando a análise qualitativa em Garnica (1999), ainda sobre influência de Ludke & André (1987) o autor aponta em seu trabalho o método da indução como mecanismo de interpretação dos dados descritivos durante a trajetória de análise. Neste percurso, os dados são “lidos e interpretados, passo a passo, todos os textos dessas descrições, e cada uma delas, por revelarem nuances do que está sob investigação.” (p. 66).

Tais procedimentos visam unicamente à busca por generalizações, “numa postura dialética entre os depoimentos recolhidos e no diálogo pesquisador/descrições.” (p. 66). Este movimento dialógico nos permite ver o processo de análise de baixo para cima (descrição/indução), no esforço de compartilhar os significados atribuídos (os metatextos em ATD), ao produto da pesquisa.

Apesar deste esforço por compartilhar significações, sempre se faz interessante lembrar que em pesquisa qualitativa segundo Garnica (1999) a preocupação está mais voltada para o processo de pesquisa do que para seus resultados.

> O produto é, portanto, uma reelaboração de compreensões tornado compreensão mais fecunda, mais elaborada que, tornada pública, vê-se na situação de um novo esforço de atribuição de significado que um outro pesquisador, por sua vez, pode reelaborar. Tal é esse processo interminável. Tal é a natureza de uma abordagem de pesquisa na qual “a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto” (GARNICA, 1999, p. 67).

Postura esta que decidimos seguir ao adotar a ATD como instrumentos de análise de dados em nossa pesquisa. Entendemos que o movimento descritivo e interpretativo do fenômeno em estudo se casa com o método de análise qualitativa da Análise Textual Discursiva, pois:

1º este método adota tais perspectivas de pesquisas;

2º o olhar do outro tão evidenciado na configuração das interações colaborativas por Dantas (2016) é possível de ser analisado por meio da ATD na medida em que apontamos os enunciados e os contextos em que as interpretações surgem em nossa análise;

3º os procedimentos de identificação e constituição da interpretação (do metatexto) tão presente na ATD, nos permite contribuir com a constituição da teorização/interpretação (durante e após categorização) das dinâmicas de produção com *GeoGebra*, na medida em que identificamos possíveis direções dos discursos presentes nestas produções.

É importante frisar que nos apropriamos da estratégia de análise da ATD e a ela somamos uma perspectiva de leitura que vem do Modelo de Campos Semântico, que nada mais é do que a postura de autor/leitor do que se pretende analisar e com isso emergir na dialógica dos significantes e significados que tais produções carregam intrinsicamente em seus registros.

4. MOVIMENTO DE CONSTITUIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A tentativa de compreensão detalhada das interações que ocorreram nas edições do curso em estudo é característica da pesquisa qualitativa, e para isso, recorremos a estratégia do estudo de caso qualitativo segundo Gonçalves (2016) e Garnica (1999), ao buscarmos atribuir significados às vivências e experiências pessoais dos sujeitos da pesquisa, aqui, os cursistas do curso de *GeoGebra*.

Para alcançar os objetivos propostos na pesquisa, procuramos "1) identificar as produções que geraram tais colaborações, a partir de pesquisas no ambiente *online* do Curso de *GeoGebra*; 2) mapeá-las com o *MaxQda* e a análise ATD, com o fim de identificarmos as interações que contenham arquivos do *GeoGebra* como resultantes da interação a respeito das produções iniciais; e 3) categorizar estas dinâmicas de produção com *GeoGebra*, a partir das direções de discursos identificadas," sobretudo, nos dois últimos objetivos, procuramos alimentar o *MaxQda* com as interações identificadas nas edições do curso individualmente (cada qual como um único documento no formato PDF), formando o corpus geral da pesquisa inicialmente, e em seguida, tabelar os resultados de buscas por edições e ainda reservar uma pasta para que, ao final da pesquisa possamos organizar os relatórios gerados como resultados (para os quais utilizamos a ATD).

Para constituição dos dados da pesquisa, fizemos uso do *software MaxQda* associado ao mecanismo de busca no ambiente de ensino *Moodle* do curso de *GeoGebra*. Apresentamos os Sites em que podemos encontrar respectivamente o *software* <https://www.maxqda.com/brasil/software-analise-qualitativa?gclid=CjwKCAjwnMTqBRAzEiwAEF3ndlYxJJS_NodMfbuU4tMIY5xz_DUIuCx1BCwTtRM0ojlTIBdCP9wCShoCok4QAvD_BwE> e o ambiente de ensino <https://ogeogebra.com.br/curso/>.

Escolhemos o *software MaxQda*, por ser um *software* de análise qualitativa que nos permite elaborar tanto relatórios descritivos quanto quantitativos, com recursos de linguagem e contagem de excertos, elaboração de resumos de categorias e organização dos excertos, criação e organização de categorias; dentre outros pertinentes a nossa pesquisa.

Reconhecemos o *MaxQda* como *software* de análise indispensável ao processo de produção e análise dos dados, que permite organizar uma gama de informações amplas e precisas ao estudo. No entanto, é preciso ter em vista que o pesquisador é quem define as direções dos trabalhos e dá a interpretação dos dados organizados no *software*, escolhendo

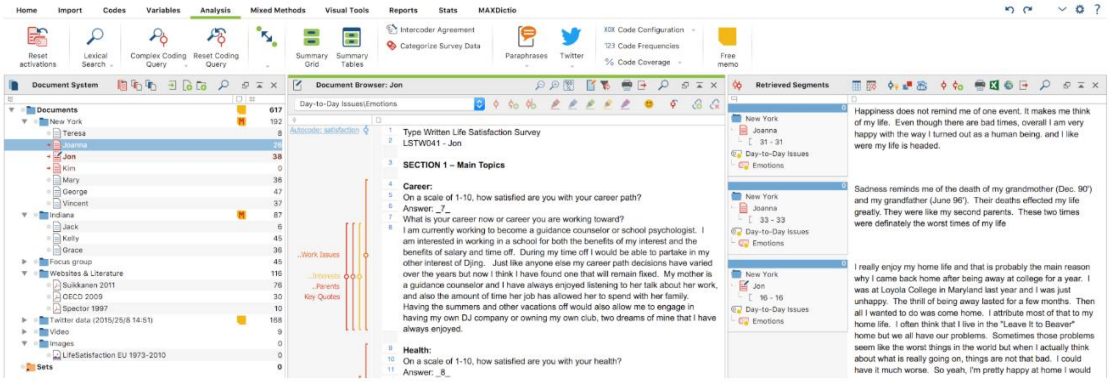
os caminhos necessários a serem percorridos para realizar as análises e alcançar a compreensão dos resultados.

O *MaxQda* (ou *software* QDA) é um *software* profissional de análise qualitativa e métodos mistos desenvolvida desde 1989, pela VERBI para rodar em sistema operacional *Windwos* e *macOS* que permite tratar com relativa agilidade dados provenientes de diferentes fontes de documentos como: questionários, entrevistas, textos (em diferentes extensões), áudios e imagens (diretamente de um Site ou do computador), com um sistema de códigos descritivos e teóricos que permitem linkar áreas ou trechos do texto, imagem e áudio, contar referências e organizar pastas e códigos que permitem posterior interpretações estatísticas e descritivas das informações.

É possível também inserir arquivos multimídias, criar ilustrações e quadros, combinar dados quantitativos e qualitativos para elaborar planilhas e/ou relatórios.

Para mais informações acesse <https://www.maxqda.com >. A seguir apresentamos uma Imagem de apresentação do *software* que está disponível no próprio Site da empresa <https://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:6bMdYr_D-D8J:https://www.maxqda.com/+&cd=1&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>. Veja uma Imagem do Site Oficial que apresenta o *software* para interessados em seu uso.

Imagem 11 - Tela da área de trabalho do MaxQda apresentada no Site Oficial.



Fonte: Site Oficial do *MaxQda*.

A seguir apresentamos a tela de abertura do *software MaxQda*.

Imagem 12 - Tela inicial do MaxQda.



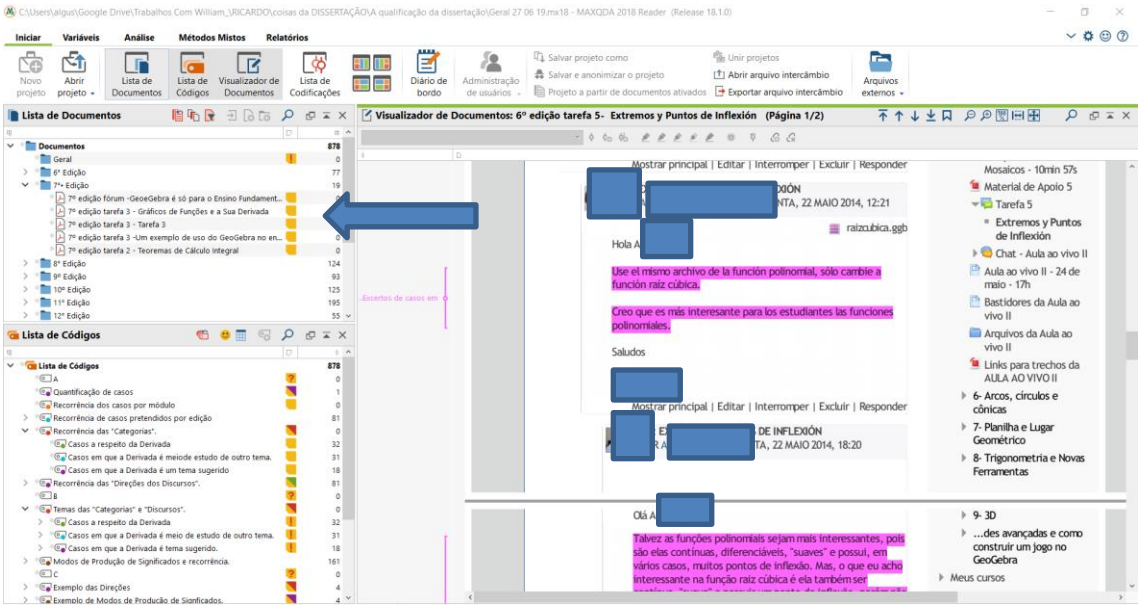
Fonte: Site Oficial do *MaxQda*.

Propomos então com auxílio deste *software*, codificar e analisar as produções das edições do curso de *GeoGebra*, após processo de seleção e classificação das comunicações relacionadas ao tema (Derivada) com uso das ferramentas disponíveis no AVA de ensino, ao organizar/codificar os dados e reconhecer as dinâmicas de produção ali presentes, para o qual fazemos uso do método ATD de Moraes e Galiazzi (2011), conforme conceito de “processo de fragmentação”.

Dito de outra forma, procuramos com a pesquisa na plataforma *Moodle* e no uso do *MaxQda*, identificar as produções em torno de discussões a respeito de Derivadas, que contenham construções no *GeoGebra* como resultantes nas produções, indicando com isso as produções conjuntas de significados, e com o uso da ATD, mapear e reconhecer as direções dos discursos que caracterizam diferentes dinâmicas de produção com *GeoGebra*.

Uma Imagem da área de trabalho utilizada em nossa pesquisa é apresentada a seguir. Nós a denominamos de Imagem exemplo da pesquisa.

Imagem 13 - Imagem exemplo da pesquisa.



Fonte: O autor.

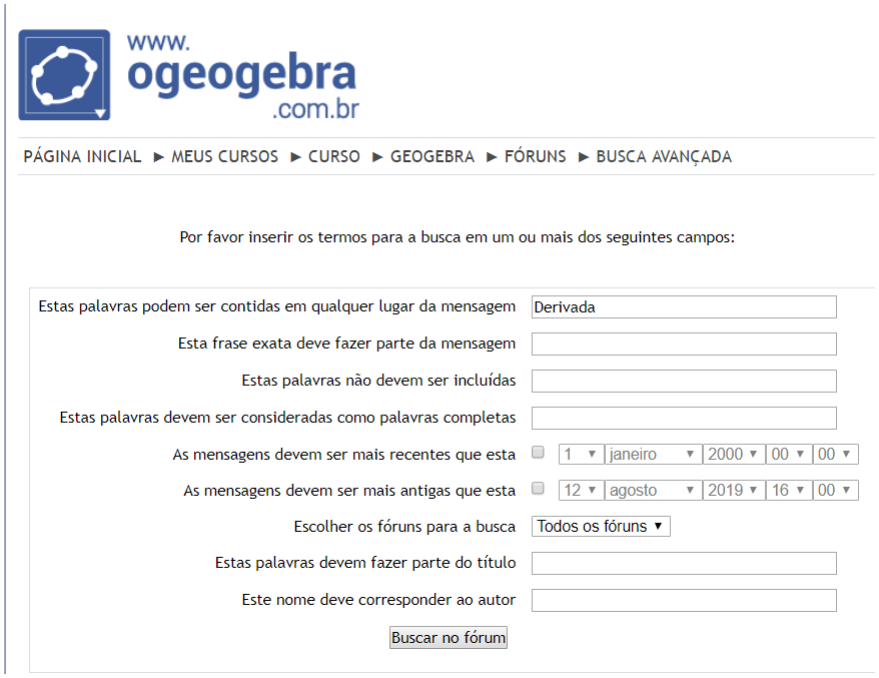
Nesta Imagem temos parte de textos coloridas com a cor roxa, esta prática foi utilizada para destacar o sentido das discussões durante a análise dos dados. A seta de cor azul indica como cada interação é organizada no *software* depois de carregada no formato PDF.

Propomos no primeiro momento deste trabalho, realizar a produção e tratamento de dados por meio da seguinte sequência: ferramenta de buscas do *Moodle* (identificar); codificação com o *MaxQda;* e tratamento e análise com ATD (mapear).

Com ambas as ferramentas aberta, realizamos uma pesquisa na ferramenta de busca do próprio *Moodle* com o descritor “Derivada”, para primeiramente, identificar em uma dada edição, os módulos, os fóruns que continham discussões a respeito de Derivada, e quais eram estas interações.

Abaixo, mostramos um exemplo de pesquisa realizada na 13ª edição do Curso.

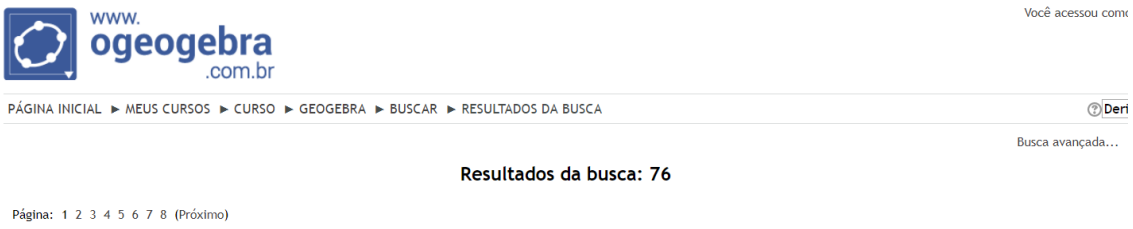
Imagem 14 - Exemplo de pesquisa realizada no Moodle.



Fonte: O Autor.

Nesta pesquisa identificamos um total de 76 *posts* em que estão presentes o descritor pesquisado.

Imagem 15 - Resultado de pesquisa no Moodle.

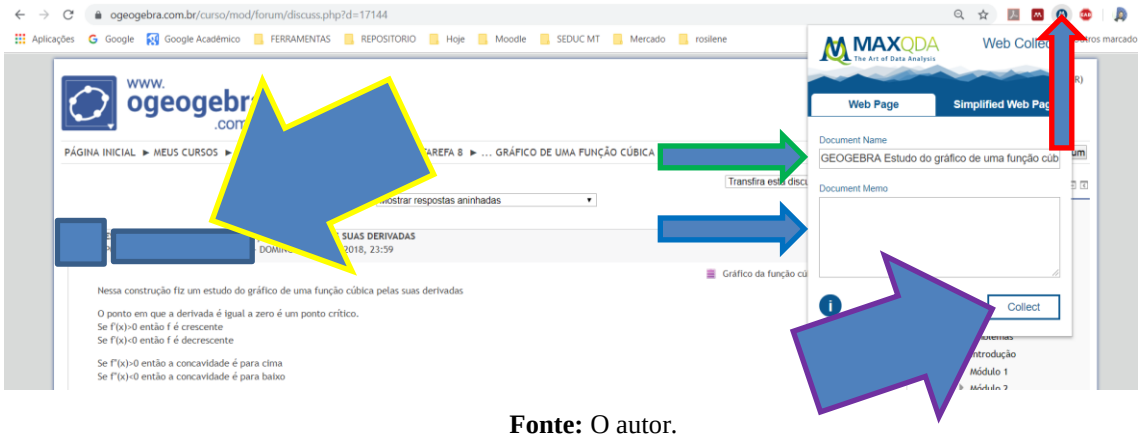


Fonte: O Autor.

A partir deste evento, recorremos à leitura de cada um dos *posts* para identificar quando o descritor pesquisado fazia referência ao conteúdo de Cálculo I, especificamente, ao estudo ou ensino do conteúdo de Derivada.

Na sequência, com a página do Curso (e da interação identificada) aberta, clicamos na ferramenta de coleta de dados do *software MaxQda* (previamente instalando no navegador o aplicativo "*Web Collector FOR MaxQDa*" disponível em <https://www.maxqda.com/analyze-webSites>), e preenchemos os dados necessários. Veja na Imagem a seguir.

Imagem 16 - Página do Curso.



Fonte: O autor.

Para carregar a interação indicada pela seta de cor amarela, clicamos no coletor (indicado com a seta de cor vermelha), logo abre-se uma caixa de diálogo (indicado com a seta de cor verde) onde optamos por descrever o nome da edição do curso, o módulo, o título da produção e o link de acesso (indicado com a seta de cor azul), e em seguida coletar (clicando no botão "*Collect*" indicado pela seta de cor roxa) as informações da página no formato PDF junto ao *software MaxQda* instalado no computador.

Tais dados nos permitiram melhor organizar os documentos e os descrever com o *MaxQda*, tanto para construção de Quadros quanto para organização e realização dos movimentos de análise.

A partir deste momento, uma cópia no formato PDF é carregada no *software* junto à área de documentos, onde as organizamos por pastas de cor azul inicialmente e posteriormente amarelas, veja na Imagem de exemplificação do *software* apresentada anteriormente.

Com os documentos carregados no *software MaxQda*, procuramos então executar aquilo que entendemos ser parte da metodologia de análise ATD, que é a organização em Quadros do procedimento de fragmentação, com o fim de permitir melhor compreensão daquilo que se propõe investigar.

Abaixo apresentamos o modelo de Quadro que utilizamos para analisar os dados da pesquisa pelo processo de fragmentação.

Quadro 3 - Quadro de análise pelo processo de fragmentação de Moraes e Galiazzi (2011).

<table>
<tr><th>Produções</th><th>Unitarização</th><th>Interpretação</th><th>Categorização</th></tr>
<tr><td>Enunciados na íntegra com produções.</td><td>Menor unidade de significado (recortes, fragmentos) frase, palavra, imagem, etc.
Optamos por suas sínteses.</td><td>Agrupamento dos fragmentos (sínteses) e construção das descrições (direções dos discursos[22]) interpretativas.</td><td rowspan="2">Agrupamento das descrições visando à constituição das categorias[23].

E a partir das categorias:
A teorização deste trabalho resultou na conclusão da pesquisa após discussão dos resultados, e não em um texto conclusivo dentro do próprio relatório.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Optamos por ler, estudar as produções textuais das interações e suas produções, e após identificar os fragmentos, redigir uma síntese das compreensões do movimento, a partir do qual executamos o uso da planilha e do software MaxQda na ATD.</td><td>Após identificarmos as (dinâmicas de produção com GeoGebra)[24] identificados: IT, AI, CS, e ACS.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor

Este Quadro representa o movimento de análise que realizamos nas interações em estudo e mostra cada uma das dinâmicas de produção com *GeoGebra* no processo de interação, que emergiram na pesquisa, a saber: IT, AI, CS e ACS[25].

A partir deste Quadro, procuramos (já tendo em mãos as dinâmicas de produção com *GeoGebra*) na primeira coluna apontar para os enunciados na sua integridade (apenas didaticamente, na prática eles são documentos em separados); na segunda coluna indicar os fragmentos, os recortes eleitos para a análise (no nosso caso, optamos por escrever sínteses das interações a partir destes fragmentos); na terceira coluna trazemos o agrupamento dos fragmentos (das sínteses) por semelhanças, constituindo aqui as direções dos discursos; na quarta coluna apresentamos as categorizações dos fragmentos que nos permitiram constituir as interpretações, indicados na última coluna.

No segundo momento, categorizamos as dinâmicas de produções. Para tanto, procedemos com sua leitura e interpretação a partir das sínteses e subcategorias construídas na análise destas ocorrências, e a partir da leitura das direções dos significados que atribuímos

[22] Por direções dos discursos estamos tratando as intenções, os interesses, de um conjunto de escolhas, métodos, procedimentos e objetivos declarados ou não que definiram os modos de interação nas postagens (dinâmica de produção), e que de certa forma, expressão os objetivos de uso das construções.

[23] Os contextos de produção, que leva em consideração as direções de discursos e o papel da Derivada nele.

[24] O conjunto de escolhas, métodos, procedimentos e objetivos declarados ou não que definiram os modos de interação nas postagens.

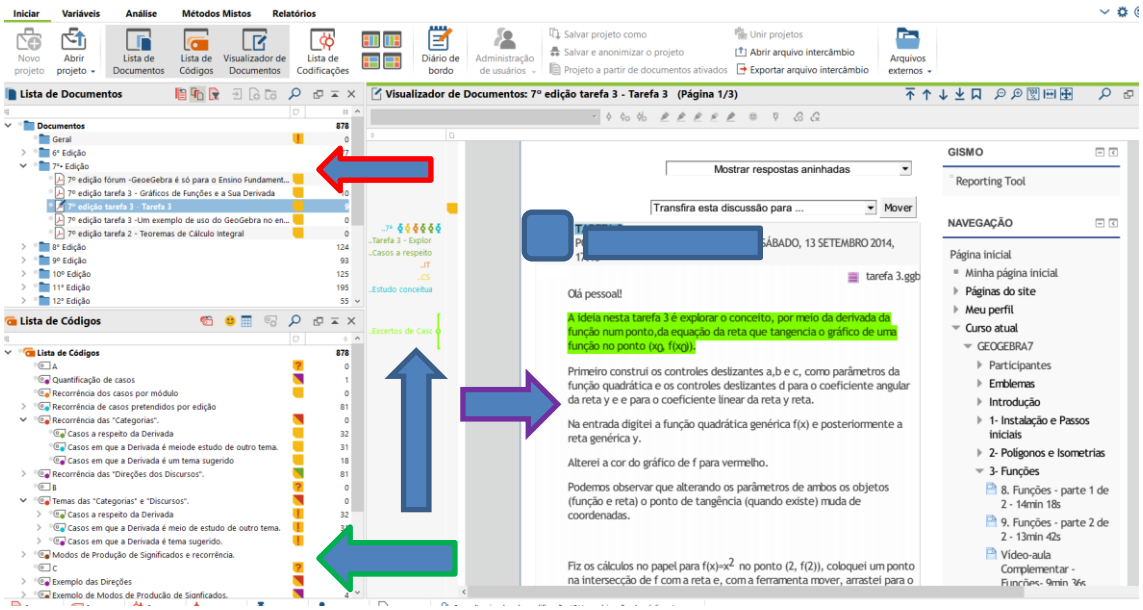
[25] Legenda: Autor refaz a atividade devido às interações (**AI**); Outros postam construções como sugestões (**CS**); Autor melhora com base nas construções sugeridas (**ACS**); Interagiu com as respostas na forma de texto sem nova construção (**IT**).

aos significantes presentes nas interações em estudo, tendo por base as diferentes intencionalidades que emergiram.

Por isso, nosso trabalho concebe importância a específicas interações no curso em estudo (interações que resultem em produções no *GeoGebra*) e na identificação e compreensão dos diferentes dinâmicas de produção com *GeoGebra* que emergiram.

Com a Imagem a seguir, tentamos apontar para as principais atividades desenvolvidas no *software* durante a pesquisa, e para isso utilizamos de algumas setas de cores diferentes para especificar onde cada procedimento foi constituído.

Imagem 17 - Página de trabalho da pesquisa.



Fonte: O autor.

A seta de cor vermelha indica o local onde organizamos cada interação coletada, nela separamos cada interação por edição do curso e o nome do arquivo descreve o módulo e o título da atividade, como indicamos no procedimento de constituição dos dados.

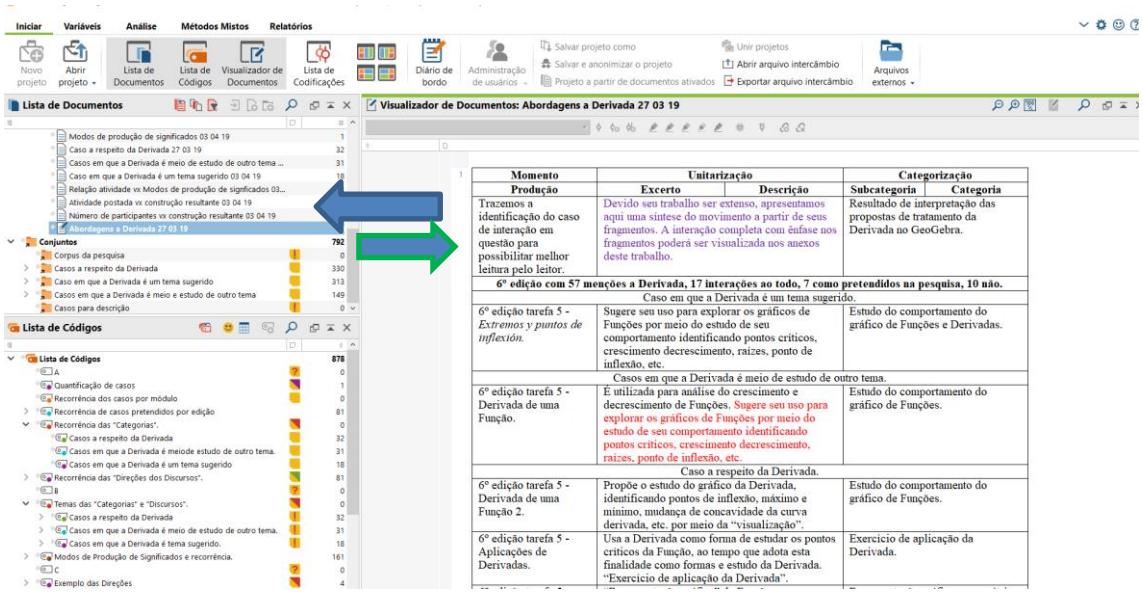
A seta de cor verde indica onde organizamos o código que demarca parte das imagens ou os recortes/excertos utilizados na interpretação dos dados. A seta de cor azul indica o código gerado quando na área indicada pela seta de cor verde temos a organização e o armazenamento destes dados.

Por fim, a área indicada pela seta de cor roxa representa a interação carregada na área indicada pela seta de cor vermelha, aqui, ela pode ser aberta para leitura e codificação

dos recortes/excertos que são então organizadas na área indicada pela seta de cor verde cujos links do código é indicada pela seta de cor azul.

Com estes recursos, foi possível constituir as sínteses que nos permitiram elaborar e organizar os Quadros descritivos e de análise que elaboramos nesta pesquisa. A Imagem a seguir apresenta como organizamos tal momento da pesquisa.

Imagem 18 - Página de trabalho da pesquisa.



Momento	Unitarização		Categorização	
Produção	Excerto	Descrição	Subcategoria	Categoria
Trazemos a identificação do caso de interação em questão para possibilitar melhor leitura pelo leitor.	Devido seu trabalho ser extenso, apresentamos aqui uma síntese do movimento a partir de seus fragmentos. A interação completa com ênfase nos fragmentos poderá ser visualizada nos anexos deste trabalho.		Resultado de interpretação das propostas de tratamento da Derivada no GeoGebra.	
6º edição com 57 menções a Derivada, 17 interações ao todo, 7 como pretendidos na pesquisa, 10 não.				
Caso em que a Derivada é um tema sugerido.				
6º edição tarefa 5 - *Extremos y puntos de inflexión.*	Sugere seu uso para explorar os gráficos de Funções por meio do estudo de seu comportamento identificando pontos críticos, crescimento decrescimento, raízes, ponto de inflexão, etc.		Estudo do comportamento do gráfico de Funções e Derivadas.	
Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema.				
6º edição tarefa 5 - Derivada de uma Função.	É utilizada para análise do crescimento e decrescimento de Funções. Sugere seu uso para explorar os gráficos de Funções por meio do estudo de seu comportamento identificando pontos críticos, crescimento decrescimento, raízes, ponto de inflexão, etc.		Estudo do comportamento do gráfico de Funções.	
Caso a respeito da Derivada.				
6º edição tarefa 5 - Derivada de uma Função 2.	Propõe o estudo do gráfico da Derivada, identificando pontos de inflexão, máximo e mínimo, mudança de concavidade da curva derivada, etc. por meio da "visualização".		Estudo do comportamento do gráfico de Funções.	
6º edição tarefa 5 - Aplicações de Derivadas.	Usa a Derivada como forma de estudar os pontos críticos da Função, ao tempo que adota esta finalidade como formas e estudo da Derivada. "Exercício de aplicação da Derivada".		Exercício de aplicação da Derivada.	

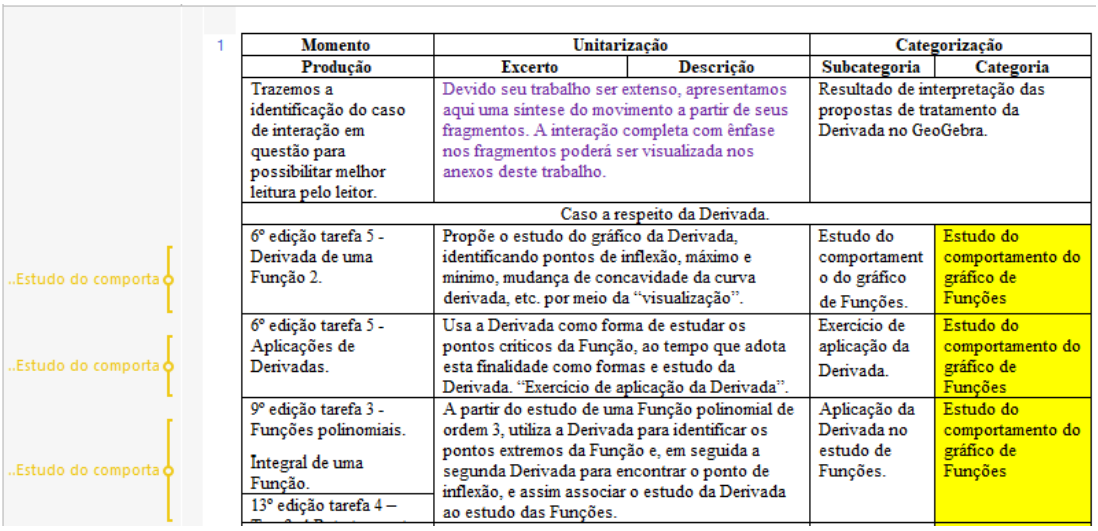
Fonte: O autor.

Na mesma área onde organizamos as interações no formato PDF, organizamos também os Quadros descritivos, Quadros de análise e os relatórios produzidos durante a pesquisa. Tal opção é indicada pela seta de cor azul. A seta de cor verde, por sua vez, indica o acesso a um dos Quadros de análise que construímos. Alguns foram carregados via *upload* depois de construídos no *Office Word* e outros construídos no próprio *software*. Após organizar tais documentos, foi possível também os editar e codificar sempre que necessário.

Com este *software* de análise, podemos também elaborar Planilhas de análise estatística, Quadros, contagem e tratamento estatístico dos dados, identificação de nuvem de palavras, organizar e elaborar textos, resumo dos excertos, etc. Mas, optamos por utilizar o *MaxQda* como um ambiente para organizar, produzir e codificar dados, em um movimento cíclico de leitura e interpretação das interações, com o qual constituímos os Quadro de análise e relatórios, como exemplificado na Imagem anterior.

Um exemplo de relatório gerado pode ser visualizado na Imagem a seguir:

Imagem 19 - Relatório gerado para categorizar as interações com uso da ATD.



Momento	Unitarização		Categorização	
Produção	Excerto	Descrição	Subcategoria	Categoria
Trazemos a identificação do caso de interação em questão para possibilitar melhor leitura pelo leitor.	Devido seu trabalho ser extenso, apresentamos aqui uma síntese do movimento a partir de seus fragmentos. A interação completa com ênfase nos fragmentos poderá ser visualizada nos anexos deste trabalho.		Resultado de interpretação das propostas de tratamento da Derivada no GeoGebra.	
Caso a respeito da Derivada.				
6º edição tarefa 5 - Derivada de uma Função 2.	Propõe o estudo do gráfico da Derivada, identificando pontos de inflexão, máximo e mínimo, mudança de concavidade da curva derivada, etc. por meio da "visualização".		Estudo do comportamento do gráfico de Funções.	Estudo do comportamento do gráfico de Funções
6º edição tarefa 5 - Aplicações de Derivadas.	Usa a Derivada como forma de estudar os pontos críticos da Função, ao tempo que adota esta finalidade como formas e estudo da Derivada. "Exercício de aplicação da Derivada".		Exercício de aplicação da Derivada.	Estudo do comportamento do gráfico de Funções
9º edição tarefa 3 - Funções polinomiais. Integral de uma Função. 13º edição tarefa 4 –	A partir do estudo de uma Função polinomial de ordem 3, utiliza a Derivada para identificar os pontos extremos da Função e, em seguida a segunda Derivada para encontrar o ponto de inflexão, e assim associar o estudo da Derivada ao estudo das Funções.		Aplicação da Derivada no estudo de Funções.	Estudo do comportamento do gráfico de Funções

Fonte: O Autor.

O exemplo de relatório realizado apresenta parte do relatório a respeito da categoria "casos a respeito da Derivada" que poderá ser visualizado integralmente no apêndice deste trabalho. A Imagem é retirada por meio de um recorte da área de trabalho do *MaxQda* onde o relatório é alocado.

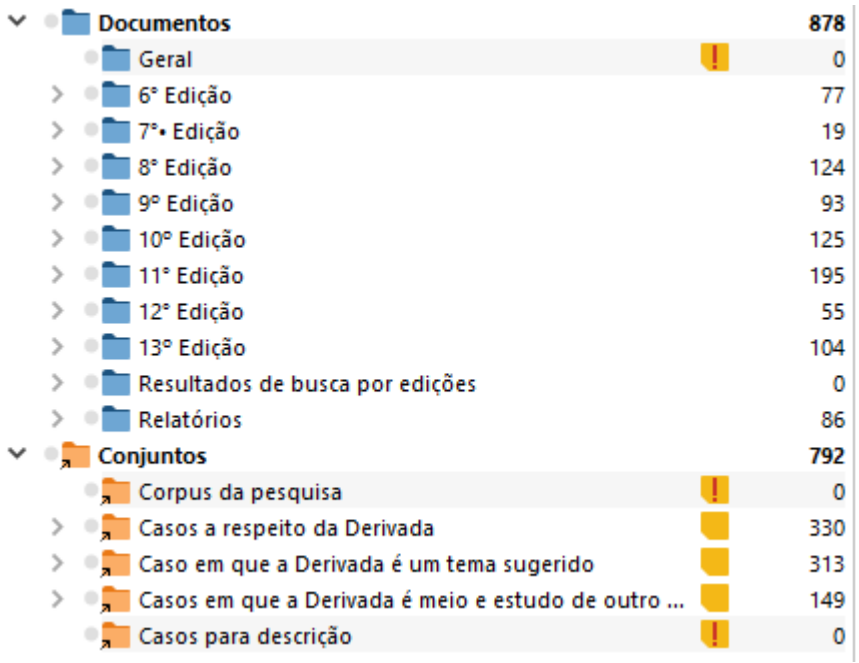
Com este movimento, foi possível identificar 4 possibilidades distintas de ocorrência de produções nas interações com *GeoGebra* como resposta as colaborações nas interações entre os cursistas. Com a finalidade de melhor apresentá-los criamos uma legenda e procuramos indicar em que cenário elas ocorreram, por isso seus símbolos apareceram nos Quadros e nas Imagens durante o trabalho. **Legenda:** autor refaz a atividade devido às interações no formato textual (**AI**); outros postam construções como sugestões (**CS**); autor melhora sua construção inicial com base nas construções sugeridas (**ACS**); interagiu com as respostas na forma de texto sem nova construção (**IT**).

Conforme abordado anteriormente, estas dinâmicas representam um conjunto de escolhas, métodos, procedimentos e objetivos declarados ou não que definem modos de ação do sujeito no diálogo, bem como, influencia e é influenciado pela direção de discursos que representam, e que nada mais são do que as intencionalidades, os interesses, os objetivos expressos pelos cursistas como opções de uso e construções de arquivos que realizaram no *GeoGebra*.

Para constituir os relatórios, procuramos na medida em que lemos e analisamos cada um dos documentos e organizamos os resultados quantitativos (de frequência dos documentos) conforme o *Moodle* nos mostra na fase inicial da pesquisa, também organizar

os documentos de maneira que viabilizasse posteriormente à realização de uma análise qualitativa via o método ATD (que foi constituído e alocado na parte do conjunto de pastas amarelas na Imagem a seguir):

Imagem 20 - Organização dos documentos resultantes da pesquisa no Moodle.



Fonte: O Autor.

Na medida em que realizamos a análise das interações, dividimos os documentos (antes ordenado por edições) em conjuntos de documentos, os quais receberam os nomes das categorias que surgiram (emergiram na leitura dos dados, não os constituímos a priori) no decorrer dos estudos, a saber: 1) casos a respeito da Derivada (quando procuravam estudar a Derivada); 2) casos em que a Derivada é um tema sugerido (quando no estudo de outro tema, sugere utilização de produções no *GeoGebra* construído para estudo da Derivada); 3) casos em que a Derivada é meio de estudo de outro assunto (quando a Derivada é utilizada para estudo de outro assunto).

Para constituição das categorias, se fez necessário identificar as direções dos discursos (conforme mostra a Imagem 21), a saber: aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades; estudo conceitual da Derivada; estudo do comportamento do gráfico de funções; e operacionalização de exercícios ou atividades.

De mesmo modo, na medida em que fizemos os estudos, dividimos as etapas da pesquisa em cinco (5) ações que nomeamos respectivamente de: A), B), C), D) e E), a saber:

A) Onde procuramos quantificar casos em geral por módulo, casos que nos interessam por edição, frequência das categorias identificadas, e categorias e as direções dos discursos que identificamos, além de listá-los;

Imagem 21 - Organização dos excertos da pesquisa no decorrer da pesquisa.

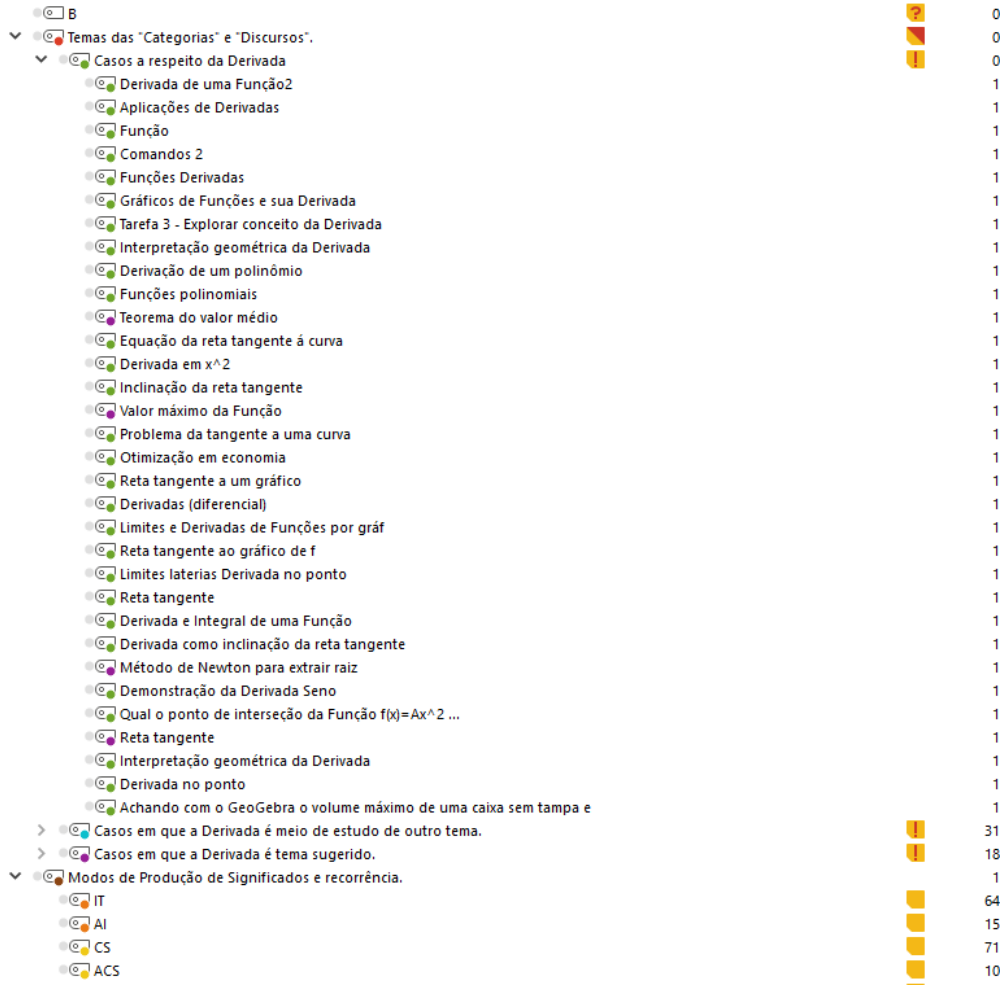


Fonte: O Autor.

Enfatizamos que neste processo foram identificadas três (3) categorias de análise e quatro (4) direções de discursos. A própria organização apresentada a Imagem 21 é a resultante da pesquisa, sendo que sua estrutura fora modificada diversas vezes no decorrer da análise, até tomar a forma atual.

B) Apresentação dos temas trabalhados por categorias, além de identificação dos assuntos trabalhados;

Imagem 22 - Exemplo de apresentação dos temas trabalhados por categorias, além de identificação dos assuntos trabalhados.

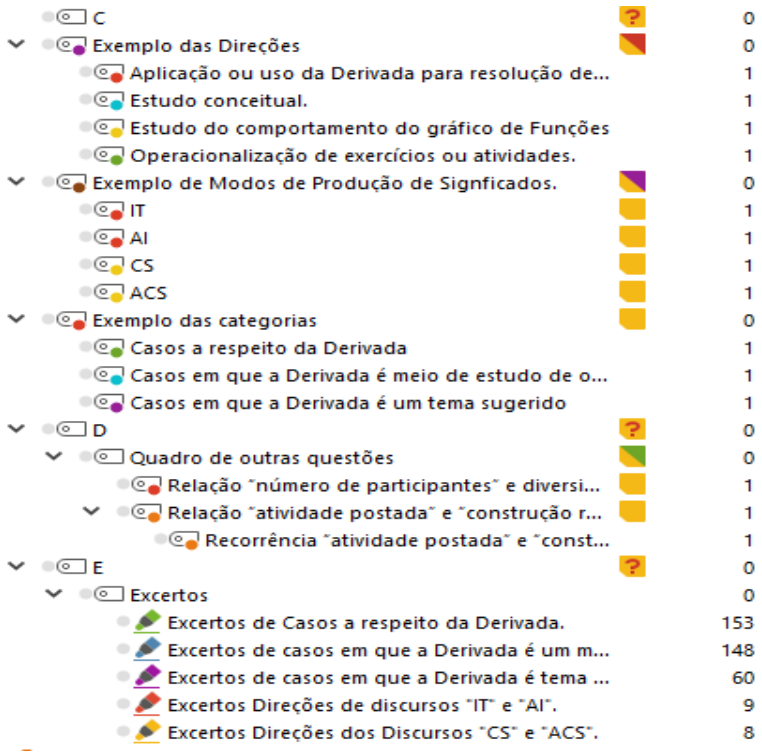


Fonte: O Autor.

A Imagem acima só detalha a categoria: casos a respeito da Derivada, estando as demais categorias recolhidas.

C) Escolhemos exemplos de cada direção de discurso, categorias e de dinâmica produção com *GeoGebra*; D) levantamento de questões que poderiam ser melhor estudadas neste ou em outros trabalhos; E) Listagem dos excertos (recortes) que nos permitiram constituir as dinâmicas de produção com *GeoGebra*, as direções dos discursos e as categorias de análise respectivamente.

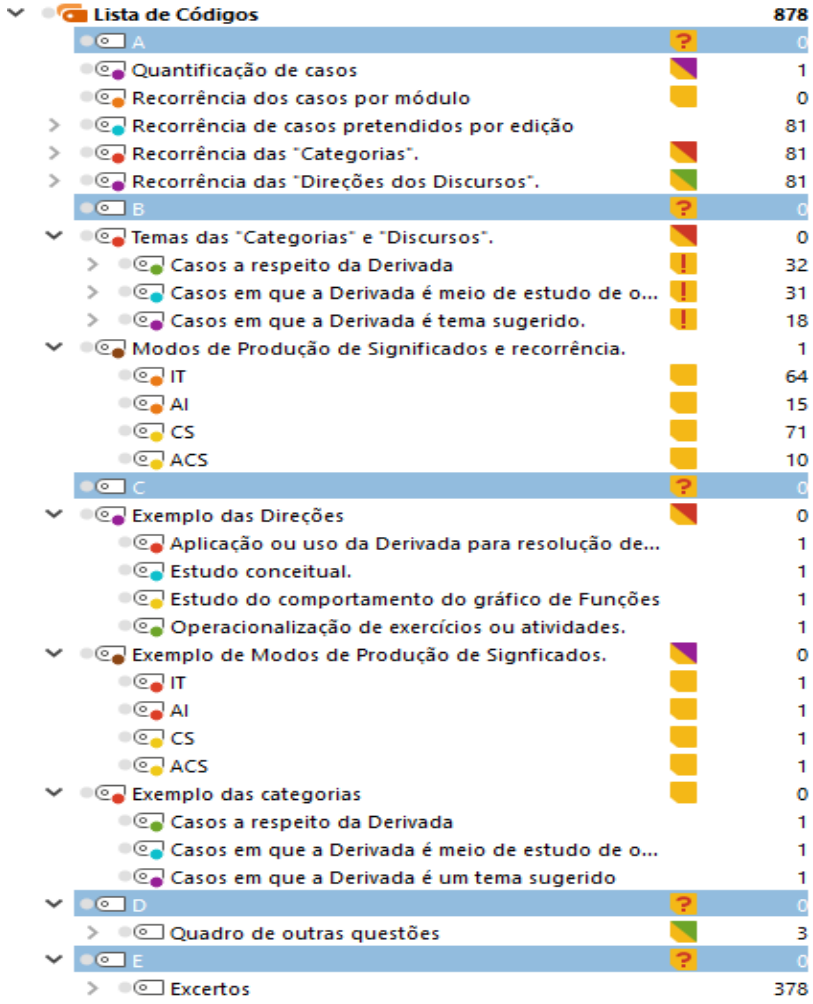
Imagem 23 - Etapas C, D e E da pesquisa.



Fonte: O Autor.

A Imagem 24 a seguir expressa o conjunto de organização dos eventos que constituímos. Ressaltamos que esta formatação não foi pensada a priori, mas, que na medida em que cada uma destas etapas eram pensadas e executadas, procurávamos um meio de melhor organizar tais elementos, de maneira que pudéssemos com facilidade perceber a complementaridade de suas realizações para constituir o todo desta pesquisa.

Imagem 24 - Organização geral das etapas de pesquisa.



Fonte: O Autor.

Após apresentação geral do trabalho, passamos ao detalhamento do procedimento de pesquisa, bem como a exposição de algumas informações.

5. DESCRIÇÃO DOS DADOS – MOVIMENTO DE CATEGORIZAÇÃO

Iniciamos os trabalhos visando identificar quais das edições do curso em estudo houve maior frequência de discussões sobre Derivada (Quadro 4). Procuramos através de uma pesquisa qualitativa, identificar a frequência de episódios de interações nas edições (Imagem 21 - etapa A); reconhecer os assuntos do curso, os temas sugeridos pelos cursistas (Imagem 22 - etapa B); apresentar o cenário onde houve maior número de participantes bem como a diversidade de dinâmica de interação com produções como resposta às colaborações (Quadro 5); dentre outros pontos que seguem neste capítulo com a apresentação de Quadros e Imagens a seguir.

Após a este trabalho, procuramos categorizar as interações, e para isso, recorremos a organização de sínteses das interações (uma a uma) em Quadros, e a partir dessa organização (com apoio do *MaxQda* e da ATD), procuramos, identificar as dinâmicas de produção com *GeoGebra*, o que se fala e como se fala da Derivada nos discursos dos cursistas, e daí a categorização da dinâmica de produção. Desta forma, organizamos as categorias e dentro delas as direções dos discursos (nome que damos para nos referir ao que se diz e como se diz a respeito da Derivada), e em separado organizamos as dinâmicas de produção com *GeoGebra*.

A Imagem 25 a seguir indica este processo de categorização da pesquisa no formato de Quadro, que segue o modelo utilizado para análise das interações no decorrer da pesquisa. Esta Imagem apresenta o modelo final que alcançamos.

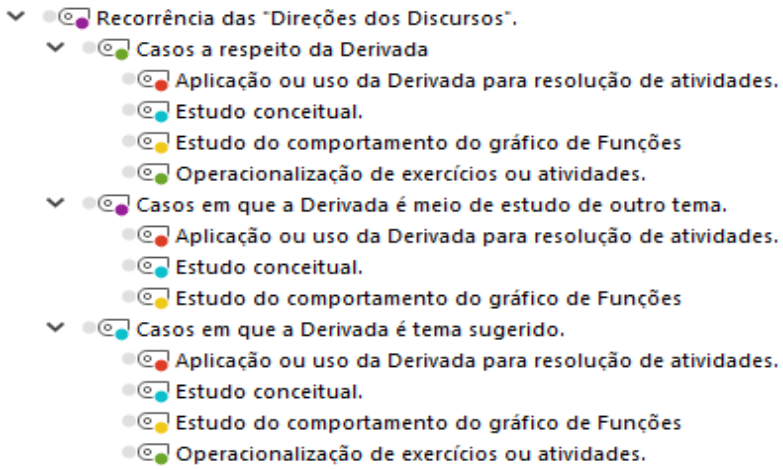
Imagem 25 - Organização dos Quadros de análise usada com a ATD.

Momento	Unitarização		Categorização	
Produção	**Excerto**	**Descrição**	**Subcategoria**	**Categoria**
Trazemos a identificação do caso de interação em questão para possibilitar melhor leitura pelo leitor.	Devido seu trabalho ser extenso, apresentamos aqui uma síntese do movimento a partir de seus fragmentos. A interação completa com ênfase nos fragmentos poderá ser visualizada nos anexos deste trabalho.		Resultado de interpretação das propostas de tratamento da Derivada no GeoGebra.	
6º edição com 57 menções a Derivada, 17 interações ao todo, 7 como pretendidos na pesquisa, 10 não.				
Caso em que a Derivada é um tema sugerido.				
6º edição tarefa 5 - *Extremos y puntos de inflexión*.	Sugere seu uso para explorar os gráficos de Funções por meio do estudo de seu comportamento identificando pontos críticos, crescimento decrescimento, raízes, ponto de inflexão, etc.		Estudo do comportamento do gráfico de Funções e Derivadas.	
Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema.				
6º edição tarefa 5 - Derivada de uma Função.	É utilizada para análise do crescimento e decrescimento de Funções. Sugere seu uso para explorar os gráficos de Funções por meio do estudo de seu comportamento identificando pontos críticos, crescimento decrescimento, raízes, ponto de inflexão, etc.		Estudo do comportamento do gráfico de Funções.	
Caso a respeito da Derivada.				
6º edição tarefa 5 - Derivada de uma Função 2.	Propõe o estudo do gráfico da Derivada, identificando pontos de inflexão, máximo e mínimo, mudança de concavidade da curva derivada, etc. por meio da "visualização".		Estudo do comportamento do gráfico de Funções.	
6º edição tarefa 5 - Aplicações de Derivadas.	Usa a Derivada como forma de estudar os pontos críticos da Função, ao tempo que adota esta finalidade como formas e estudo da Derivada. "Exercício de aplicação da Derivada".		Exercício de aplicação da Derivada.	

Fonte: O Autor.

Com a utilização de Quadros (cujo exemplo é apresentado na Imagem anterior), foi possível organizar as categorias de interações e dentro delas as direções dos discursos que identificamos. Sua constituição, bem como a organização apresentada na Imagem a seguir, sofreu diversas modificações, só alcançando o formato atual no final da análise.

Imagem 26 - Organização das Direções dos discursos por Categorias de análise.



Fonte: O Autor.

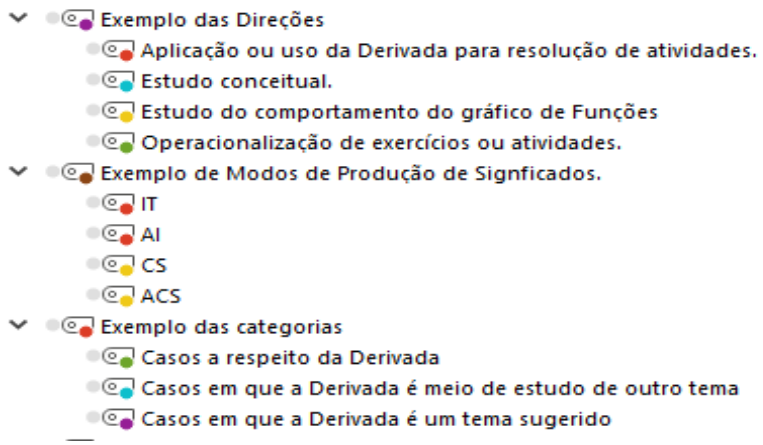
Para chegarmos a esta organização dos elementos: categorias e direções de discursos (que denominamos de elementos didáticos pedagógicos) levamos em consideração também

os elementos: dinâmicas de produção (que apresentaremos mais à frente). A primeira constatação que verificamos com esta organização é que nem todas “direções de discursos” estão presentes na categoria “casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema”, ao tempo que estão todas presentes na demais categorias.

Não procuramos neste trabalho discorrer sobre esta constatação. Nosso trabalho procura investir esforços na direção de estudar as dinâmicas de produção, mapeando-as e as organizando em torno dos contextos e das direções de discursos (objetivos que emergiram na análise), e não nos motivos que levaram a tais constituições, ficando esta proposta de investigação lançada para trabalhos futuros.

Visando melhor apresentar nosso trabalho, optamos também por organizar cada vertente de pesquisa em separado. Como podemos ver na Imagem 27 a seguir, temos de cima para baixo respectivamente: as direções dos discursos presentes em cada interação; as dinâmicas de produção com *GeoGebra* que constituem as direções dos discursos identificadas; e as categorias de análise que conforme entendemos, permitem a organização das dinâmicas e das direções por viés de intencionalidades das atividades.

Imagem 27 - Organização dos exemplos das dinâmicas de produção com GeoGebra, das direções de discursos e categorias de análise.



Fonte: O Autor.

Em cada uma das categorias apresentamos um exemplo, com o qual procuramos desenvolver uma análise que procura apontar cada um destes elementos didáticos pedagógicos que caracterizamos. Os exemplos citados estão organizados como apêndice neste trabalho.

Como consequência desta organização, foi possível elaborar relatórios em que apresentamos dentre outros dados: o assunto do curso em que ocorreu maior frequência dos

episódios de interações com produções; identificamos em que edições ocorreram com maior frequência; percebemos quais os exercícios propostos pelos estudantes envolveram o estudo da Derivada (e de que forma envolveram); e apresentamos o contexto em que os episódios tiveram maior número de participantes.

Tais informações foram organizadas com base no Quadro 4 (exemplo do Quadro sistemático geral) abaixo esquematizado com apoio do *software MaxQda*.

Quadro 4 - Quadro sistemático geral sobre as produções em uma das edições investigadas – Mapeando as interações.

N	Edição	Módulo	Assuntos do módulo	Atividade postada	Link	Nº de participantes	Código da atividade: edição-módulo-ordem
1	**13**	4	Funções; funções e planilhas; funções com controles deslizantes.	Achando com o *GeoGebra* o volume máximo de uma caixa sem tampa e analisando geometricamente.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=15565#p806433	3	13-4-1
2	**13**	4	Funções; funções e planilhas; funções com controles deslizantes.	Encontre os pontos sobre a curva $y = x^4 - 6x^2 + 4$, onde a reta tangente é horizontal.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=15578#p81184	2	13-4-2
3	**13**	4	Funções; funções e planilhas; funções com controles deslizantes.	Sendo C=(x0, f(x0)) e E=(x, f(x)), provar que a derivada no ponto x0 é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico f no ponto de abscissa x0.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=15331#p80345	7	13-4-3
4	**13**	4	Funções; funções e planilhas; funções com controles deslizantes.	Interpretação geométrica da Derivada.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=15408#p81655	5	13-4-4

Fonte: O Autor

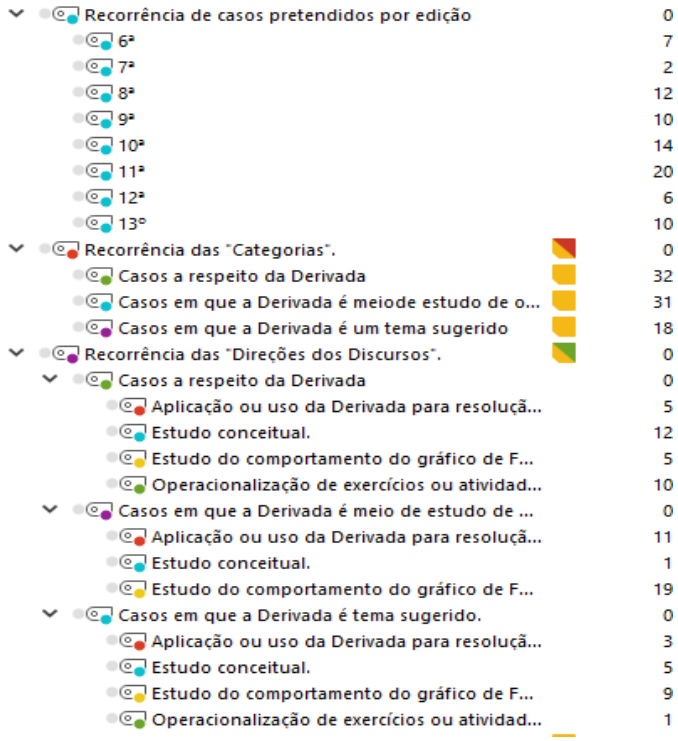
Após esta organização sistemática dos dados, realizamos um procedimento de análise normalmente empregado na Análise Textual Discursiva (ATD) nas interações aqui codificadas, que é o processo de estruturação em Quadros dos elementos a serem analisados em sua integralidade, e posterior fragmentação de recortes com fim de alcançar atender os objetivos da pesquisa.

Os procedimentos de organização para análise e seus resultados são apresentados a seguir na forma de exemplos em Quadros, Imagens e Gráficos, esquematizados com apoio do *software MaxQda*, de maneira a responder brevemente aos apontamentos propostos.

A Imagem 28 a seguir apresenta a frequência de interações por edição, por categorias (que associa a dinâmica de produção e a intencionalidade desta), e por direções de discursos (que revela intencionalidade do que se fala e como se fala a respeito da Derivada).

Esta Imagem nos permite observar quais as edições apresentaram maior frequência de episódios de interações pretendidas (número ao lado esquerdo da Imagem, relativo ao item azul de edições do curso), e as direções dos discursos presentes em cada categoria de análise (tópicos nas cores vermelha, azul, amarela e verde logo abaixo de cada uma das categorias de análise).

Imagem 28 - Quadro sistematizado de assuntos que envolveram o estudo da Derivada nas edições.



Fonte: O Autor.

Dentre as categorias de análise, identificamos paridade na quantidade de casos relativos ao estudo da Derivada (32 casos) e estudo de funções se utilizando de conceitos da Derivada (31), e um distanciamento com os casos em que a Derivada é um tema sugerido (18). Mais uma vez, não procuramos neste trabalho identificar as prováveis razões desta relação, bem como das razões que levaram a maior ocorrência de direções de discursos "estudo conceitual" e "operacionalização de exercícios" no caso "a respeito da Derivada"; da direção "estudo do comportamento do gráfico de funções" no caso "em que a Derivada é meio de estudo de outro tema" e "caso em que a Derivada é tema sugerido" respectivamente.

A seguir, com as Imagens 29, 30 e 31 procuramos demonstrar os resultados acerca dos assuntos do curso em que a Derivada foi abordada em cada categoria de análise constituída.

Como assuntos presentes na categoria "caso a respeito da Derivada", temos: Derivada de uma função; aplicações de Derivadas; função; comando; funções Derivadas; gráficos de funções e sua Derivada; explorar conceito da Derivada; explorar conceito da Derivada; interpretação geométrica da Derivada; Derivada de um polinômio; funções polinomiais; teorema do valor médio; equação da reta tangente a curva; Derivada em x^2; inclinação da reta tangente; valor máximo da função; problema da tangente a uma curva; otimização em economia; reta tangente a um gráfico; Derivadas (diferencial); limites e Derivadas de funções por gráfico; reta tangente ao gráfico de f; limites laterais Derivada no ponto; reta tangente; Derivada e integral de uma função; Derivada como inclinação da reta tangente; método de Newton para extrair raiz; demonstração da Derivada seno; qual o ponto de interseção da função f(x); reta tangente; interpretação geométrica da Derivada; Derivada no ponto; achando com o GeoGebra o volume máximo.

Uma Imagem contendo todos os assuntos identificado nesta categoria pode ser acessado no apêndice deste trabalho, nela o uso das cores verdes na codificação dos assuntos apresenta concordância direta da interação com a categoria de mesma cor, já a cor roxa, indica que houve uma relação não direta com a categoria, sendo que o assunto indicou pertencer por vezes à outra categoria, mas, que termina por se mostrar mais adequada sua alocação na categoria atual.

Como assuntos presentes na categoria "caso em que a Derivada é meio de estudo de um tema", temos: Derivada de uma função; visualizando o gráfico de uma função f(x); função polinomial; função log; gráficos de x^2 e sqrt(x); distância máx. e altura máx.; raízes de

polinômio até o 4º grau; plano tangente a funções de várias variáveis; teorema de Van Der Berg; máximo e mínimo de uma função; dado o gráfico como calcular o sinal dos cossenos; exercício OBMEP; determinar multiplicação de funções; Pitágoras em 3d; função quadrática; vértice da parábola; função do 2º grau; curva em coordenada polar feita na planilha; máximo e mínimo; cilindro curva parametrizada sobre cilindro; área de superfície de revolução; método de Newton Raphson; valor numérico de uma equação em conjunto; introdução a Derivadas tangentes; função; plano tangente a uma superfície; raiz de uma função; função afim; área da caixa; visualização de curva de nível – parabolóide.

Uma Imagem contendo todos os assuntos identificado nesta categoria pode ser acessado no apêndice deste trabalho, nela entendemos ser importante indicar que dentre as direções de discurso, utilizamos as cores vermelha, azul, verde e amarela, que indicam: vermelha – aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades; verde – operacionalização de exercícios; azul – estudo conceitual da Derivada; e amarela – estudo do comportamento de gráficos de funções.

Como assuntos presentes na categoria "caso em que a Derivada é tema sugerido", temos: *extremos y puntos de inflexión*; construindo gráfico de funções; reta tangente; função definida por várias sentenças; cálculo de área máxima de um terreno retangular; estudo do conceito de diferencial; parábola; visualização de domínios; área máxima; integral definida; bola quicando; aproximação do gráfico da função quadrática; jogo de função do 2º grau; gráficos das funções; programa *Bhaskara*; limites laterais e continuidade; noção de função e aplicações; área entre duas funções.

Uma Imagem contendo todos os assuntos identificado nesta categoria pode ser acessado no apêndice deste trabalho. De mesmo modo, utilizamos das cores roxa, verde e azul para indicar as categorias de análise, que são: roxa – casos em que a Derivada é um tema sugerido; verde – casos a respeito da Derivada; e azul – casos em que a Derivada é o meio para estudo de outro assunto.

Assim como no que se refere a quantidade de direções de discursos presente em cada categoria instituída, não pretendemos aqui nos aprofundar sobre os assuntos presentes nestas categorias, ou a respeito das razões de serem estas as escolhas dos cursistas. Tais direções de pesquisa poderão ser objeto de estudo de trabalhos futuros.

Em outra frente de trabalho, procuramos abordar as frequências das interações e a relação de alguns elementos (número de participantes, atividades postadas, categorias e direções de discursos) com as dinâmicas de produção com *GeoGebra*. Nesta frente,

identificamos que dentre os assuntos de discussão propostos no curso, o estudo de funções tem se destacado como tema propício para surgimento de discussões a respeito da Derivada.

Com o Quadro 5 a seguir, apresentamos as frequências de episódios por edições (número expresso no centro das colunas).

Quadro 5 - Frequência de produções a respeito da Derivada nas edições do curso.

Edição	**Menções a Derivada**	**Interações**	**Interações com construções de arquivos no *GeoGebra***	**Interações sem produções**
6º	57	17	7	10
7º	17	5	2	3
8º	34	15	12	3
9º	62	18	10	8
10º	39	21	14	7
11º	108	36	20	16
12º	33	19	6	13
13º	76	31	10	21
Total	426	162	81	81

Fonte: O Autor.

Este Quadro indica que da 10ª a 11ª edição do curso concentram uma maior frequência de episódios das interações (pretendidas), sendo que a 8ª, 9ª e 13ª também apresentam frequências aproximadas. Possíveis razões que levaram a esta concentração pode vir a ser objeto de estudo de outros trabalhos.

Neste momento, concluímos a parte de identificar e mapear as interações que nos são objeto de investigação. A partir desta etapa, buscamos reconhecer e organizar as diferentes dinâmicas de produção com o *GeoGebra*.

Nesta direção, procuramos com o Quadro 6 apresentar o número de participantes envolvidos e o módulo onde estas interações se concentraram. Nele identificamos ainda alguns dos exercícios propostos pelos cursistas no qual estão presentes atividades relativas à Derivada e que sugerem diferentes dinâmicas de produção (com a coluna construções resultantes).

Quadro 6 - Exemplo de Quadro de relação número de participantes/atividades desenvolvida/construções resultantes.

Edição	Módulo	Atividade postada	Nº de participantes	Construção resultante:
13	4	Achando com o GeoGebra o volume máximo de uma caixa sem tampa e analisando geometricamente.	3	CS-TI
12	3	Qual o ponto de interseção da função $f(x)=ax^2bx+c$ com a sua Derivada?	6	CS
11	5	Integral definida.	4	AI
11	5	Bola "Quicando".	10	IT-CS
10	3	Visualização de domínios.	7	IT-CS
10	3	Área máxima.	4	IT-CS
9	3	Teorema do valor médio.	3	IT-CS
8	3	Cálculo de área máxima de um terreno retangular.	5	IT-CS
7	3	Gráfico de funções e suas Derivadas.	6	IT-CS
6	5	Aplicações de Derivadas.	2	IT-ACS-CS

Fonte: O Autor.

A partir do Quadro 6 foi possível constituir o Quadro 7 a seguir, no qual resumimos bem a relação número de participantes e a frequência das dinâmicas de produção com *GeoGebra* (MP). Procurávamos neste exercício, reconhecer (caso houvesse) indicativos de que o número de participantes viesse a influenciar na dinâmica de produção.

Quadro 7 - Quadro relação número de participantes e a frequência das dinâmicas de produção com GeoGebra.

Número de participantes.	Dinâmica de Produção com *GeoGebra*.	Frequência dos MP.
2 a 4	CS-IT	29
	CS	8
	CS-ACS	1

	IT-CS-ACS	4
	AI	2
	AI-IT	1
	AI-IT-CS	2
5 a 9	CS-IT	13
	CS	3
	CS-ACS	1
	IT-CS-ACS	2
	AI-IT	3
	AI-IT-CS	4
	IT-AI-CS-ACS	1
	AI-CS-ACS	1
10 acima	CS-IT	4
	CS	1
	AI-IT	2

Fonte: O Autor.

Aparentemente, um maior número de participantes não apresenta necessariamente a presença de um MP específico ou a diversidade deles. (As cores azul, verde e amarela utilizadas na frequência do Quadro 6 foram utilizadas apenas para dar ênfase).

Construímos ainda a partir do Quadro 6, o Quadro 8 (em apêndice) em que detemos os cenários (contextos) das interações, ao apresentar para cada uma a direção dos discursos (interesses de estudo), as dinâmicas de produção com *GeoGebra* e sua frequência.

Procuramos neste exercício identificar (caso houvesse) indicativo de relação entre a interação, a direção de discursos constituída, a dinâmica de produção, onde um destes elementos pudessem ou não determinar a ocorrência dos demais.

Quadro 8 - Exemplo do Quadro de representações das interações e sua frequência.

Relação atividade postada e dinâmica de produção com *GeoGebra*.			
Interação	**Direções**	**Dinâmica de produção com *GeoGebra***	**Frequência**
6º edição tarefa 5 - Aplicações de Derivadas.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	IT-ACS-CS	2
9º edição tarefa 4 - Plano tangente ao gráfico.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		

13º edição tarefa 4 - Limites laterais e Continuidades.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	CS-AI-ACS	1
12º edição tarefa 6 - Função afim.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	CS-ACS	1
11º edição tarefa 4 - Cilindro curva parametrizada sobre o cilindro e reta tangente a um ponto dessa curva.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	AI-IT	1
11º edição tarefa 4 - Área de superfície de revolução.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	IT-AI-CS-ACS	1
12º edição tarefa 4 - Plano tangente à uma superfície.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	ACS-CS.	1
11º edição tarefa 3 - Limites e Derivadas de funções por gráfico.	Estudo conceitual.	IT-CS-AI	1
13º edição tarefa 4 – Área entre duas funções.	Estudo conceitual.	AI-CS-IT	1
6º edição tarefa 5 - Função.	Estudo conceitual.	IT-CS-ACS	1
11º edição tarefa 6 - Aproximação do gráfico da função quadrática.	Estudo conceitual.	CS	1
13º edição tarefa 4 – Interpretação geométrica da Derivada.	Estudo conceitual.	AI-IT	1
9º edição tarefa 3 - Equação da reta tangente à curva.	Operacionalização de exercícios ou atividades.	IT-CS-ACS	1
8º edição tarefa 5 – Derivada de um polinômio.	Operacionalização de exercícios ou atividades.	CS	4
11º edição tarefa 3 - Reta tangente ao gráfico de f.	Operacionalização de exercícios ou atividades.		
11º edição tarefa 3 - Reta tangente.	Operacionalização de exercícios ou atividades.		
12º edição tarefa 3 - Qual o ponto de interseção da função f(x)=AX^2+BX+C com a sua Derivada?	Operacionalização de exercícios ou atividades.		

Fonte: O Autor.

Não identificamos alguma relação explícita de dependência entre os elementos presentes no Quadro 8, bem como não nos cabe fazer alguma afirmação quanto o existir ou não uma relação de causalidade entre os tais, uma vez que não investimos esforços nesta pesquisa. Procuramos neste momento constituir Quadros que nos permitissem mapear sua

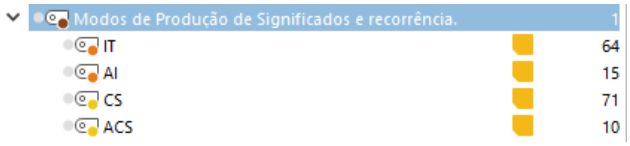
ocorrência, bem como permitir que trabalhos como a investigação de causalidade possam ser realizados em um próximo momento.

O Quadro 8, apesar de ser semelhante ao Quadro 6, traz uma nova informação que só foi possível identificar após constituirmos as direções dos discursos presentes nas interações. Esta informação é apresentada na segunda coluna do Quadro 8, e este por sua vez está apresentado neste momento para fins de melhor compreensão do movimento de pesquisa.

Procuramos também representar a variedade de construções de produções como resultado das interações colaborativas entre os participantes. Para isso, uma leitura sistemática das interações presentes no corpus da pesquisa se fez necessária.

Ressalto que foram identificadas 71 episódios onde ocorreram produções CS não exclusivamente (ou seja, ocorrência de interações com produções na modalidade CS, onde os autores da discussão melhoraram a produção inicial da discussão com base nas enunciações dos demais participantes); 15 em que só ocorreram produções AI não exclusivamente; 64 em que ocorreram produção IT não exclusivamente e 10 onde ocorreram produção ACS não exclusivamente, como mostra a Imagem a seguir.

Imagem 29 - Quadro de representações das variedades de interações na forma de produções nas edições.



Fonte: O Autor.

As cores utilizadas na identificação das dinâmicas de produção tiveram apenas o intuito de facilitar sua organização no decorrer da análise. Após apresentação dos resultados, discorreremos sobre a compreensão que construímos a respeito destes no capítulo seguinte.

6. DISCUSSÃO DOS DADOS

Buscamos neste momento discorrer a respeito dos resultados alcançados de modo que possamos atender aos objetivos propostos neste trabalho. Para isso, sequenciamos nosso texto que chamamos de texto interpretativo (ou metatexto), com base nos objetivos acordados e na ordem como procuramos respondê-los no decorrer da pesquisa.

Identificamos inicialmente as produções que geraram colaborações entre os cursistas, de maneira que dentre as postagens obtiveram pelo menos um arquivo do *GeoGebra* construído como contribuição à construção inicial nas tarefas do curso.

Após pesquisas no ambiente *online* do curso de *GeoGebra* nas edições pretendidas e organização dos dados no formato de Quadro (Quadro de identificação e descrição das interações que está em apêndice) obtivemos resumidamente o cenário apresentado no Quadro 9 a seguir.

Quadro 9 - Mapeamento das interações.

Edição	**Interações**	**Interações com construção de arquivos no *GeoGebra* como resposta de interação**
6ª	17	7
7ª	5	2
8ª	15	12
9ª	18	10
10ª	21	14
11ª	36	20
12ª	19	6
13ª	31	10
Total	**162**	**81**

Fonte: O Autor.

Este cenário não indica uma tendência de aumento ou redução dos casos procurados, mas, uma alternância com maior frequência centrada na 11ª edição (conforme aponta terceira coluna do Quadro), seguido da 10ª, 8ª, 9ª e 13ª respectivamente. Notamos que apenas em três edições obtivemos uma frequência de casos abaixo de dez unidades.

Nosso trabalho não procura uma possível justificativa para a 11ª edição conter uma frequência atípica, concentrando o dobro ou mais de vezes o número de frequência da maioria

das edições, pois, entendemos não ser este o objetivo para o momento, além disso, o número de interações identificadas para esta mesma edição (na segunda coluna do Quadro) não apresenta uma mesma relação de disparidade.

Neste primeiro momento procuramos identificar e descrever as interações, e mapear sua ocorrência nas edições do curso, o que entendemos ter conseguido realizar com o Quadro de identificação e descrição em apêndice, bem como na sequência de relatórios que elaboramos para descrever e interpretar dentre outras coisas, as dinâmicas de produção, as direções dos discursos e as categorias de análise.

Doutra forma, este momento foi essencial para que possamos constituir primeiramente as dinâmicas de produção com *GeoGebra* representados nas interações selecionadas, objetivo seguinte da pesquisa.

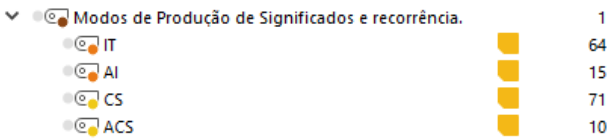
Foi possível identificar (na medida em que lemos os arquivos de interação e as produções geradas) quatro dinâmicas de interação entre os cursistas, a saber: IT – autor inicial interagiu com as respostas dos colegas na forma de texto sem nova construção; AI – autor refaz as atividades devido às contribuições dos colegas; CS – outros postam construções com sugestões; e ACS – autor melhora a produção inicial com base nas construções sugerida, (o primeiro conjunto de elementos didático pedagógicos que constituímos nesta pesquisa).

Entendemos que tais dinâmicas, carregam as escolhas dos cursistas, seus interesses, seus modos de atuação frente a uma situação real de colaboração, suas intencionalidades de uso do *software GeoGebra* neste contexto de produção com *GeoGebra* a respeito de atividades de estudo e ensino de Derivada em um contexto para além da sala de aula.

Um estudo aprofundado a respeito das características que podem ter influenciado na constituição de tais dinâmicas de interação deve ser objeto de estudos futuros de nosso trabalho, e a compreensão dos elementos didáticos pedagógicos identificados em nossa pesquisa poderão dar direcionamentos a este fazer.

Ao identificar tais dinâmicas de produção, procuramos verificar sua frequência de ocorrência (conforme aponta Imagem a seguir).

Imagem 30 - Frequência das dinâmicas de produção.



Fonte: O Autor.

Destacamos que cada uma das dinâmicas de produção pode ser melhor compreendido se observados com a lente da pesquisa de Dantas (2016), citado neste trabalho. No entanto, destes olhares, trazemos apenas a perspectiva de leitura, onde, no papel de pesquisadores, nos lançarmos na posição de leitor e autor dos resíduos de enunciação em estudo, e foi esta perspectiva que nos direcionou no momento de constituição das direções dos discursos (que entendemos como o que se fala e como se fala a respeito da Derivada) e das categorias de análise (contextos ou cenários em que ocorrem a discussão) que veremos mais à frente.

Voltando as dinâmicas de produção, procuramos verificar se haveria alguma relação com as variáveis "número de participantes na interação" e "atividade postada", como poderemos ver no Quadro relação número de participantes/atividade desenvolvida/dinâmica de produção com arquivos no *GeoGebra* resultantes da interação, e Quadro Atividades/construção resultante (dinâmica de produção), ambos em apêndice.

Este estudo de correlação foi sintetizado com os Quadro 6 e 7 (que trazemos novamente a este contexto), e não identificamos com este estudo uma relação direta entre a variável número de participante e a frequência das dinâmicas de produção, ou atividade postada e dinâmicas de produção com arquivos no *GeoGebra* gerados na interação.

Ressaltamos que não procuramos com esta pesquisa nos aprofundar em um estudo quantitativo, pois, entendemos que tais resultados apontam caminhos de pesquisa possíveis a se seguir, mas, ao aproveitá-los, queremos dirigir nossos esforços para identificar e mapear os contextos em que tais variáveis (número de participantes, atividades postadas) e dinâmicas de produção estão inseridos. E para isso optamos por fazer a elaboração dos relatórios.

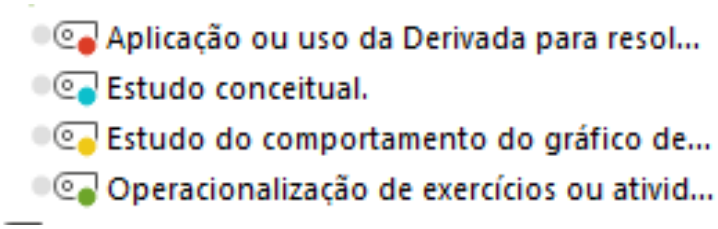
Ainda, após estudos que nos permitiram identificar as direções dos discursos, voltamos aos passos anteriores da pesquisa e elaboramos o Quadro 8 (que trata da relação entre a variável atividade postada e a dinâmica de produção) na pretensão de relacionar estas mesmas variáveis (número de participantes, atividades postadas) com as dinâmicas de produção, ao mesmo tempo que as relacionamos com as direções de discursos presentes nas interações (o segundo conjunto de elementos didático pedagógicos que constituímos nesta pesquisa).

Como direções de discursos presentes nas produções que investigamos, identificamos quatro, a saber: aplicação ou uso da Derivada para resolver atividades (que marcamos com a cor vermelha); estudo conceitual (que marcamos com a cor azul); estudo

do comportamento do gráfico de funções (que marcamos com a cor amarela); e operacionalização de exercícios (que marcamos com a cor verde).

A Imagem a seguir apresenta a relação de direções dos discursos que identificamos.

Imagem 31 - Relação das direções dos discursos.



Fonte: O Autor.

O que chamamos de direções dos discursos, em primeiro momento, se refere ao que foi dito e como foi dito a respeito da Derivada. Em outro olhar, indicam os objetivos constituídos no decorrer dos discursos quando tratavam da Derivada (não propriamente os pretendidos pelo autor inicial), os interesses de pesquisa expressos na interação. Para tanto, procuramos interpretar os excertos/recortes (postagens textuais e produções) como um todo e não apenas parte delas (como será mais bem apresentado na fase de explicação de exemplos) e sua associação com os recursos utilizados nos arquivos do *GeoGebra* gerados nas discussões.

Outro fator determinante na constituição dos nomes dados as direções ou a própria percepção de existência das direções, foram os diferentes cenários desenhados pelos trabalhos de revisão literária que realizamos. Nestes, tivemos acesso a dissertações, teses, monografias e artigos que nos permitiram ampliar os horizontes didático-pedagógico e perceber a existência de diferentes proposituras quanto ao uso do *GeoGebra* no ensino e estudo de Derivada.

Neste sentido, procuramos nomear tais direções com uma síntese do movimento referido (uma síntese da interação como um todo) que pudesse se aproximar o máximo daquilo que propõe indicar. Como resultado, constituímos respectivamente as seguintes direções:

- Aplicação ou uso da Derivada para resolução de exercícios (19 casos). Quando as interações indicavam a construção de produções e de discursos que almejam realizar uma atividade de aplicação da Derivada ou uso deste para resolver um exercício de aplicação como problemas de deslocamento de um objeto, problemas de medição de área de superfície, teoremas, etc. (Ver Quadro de

representações das direções dos discursos/dinâmica de produção com *GeoGebra* e sua frequência);

- Estudo conceitual (18 casos). Quando indicam a busca por estudar a Derivada por meio de sua representação da reta secante se aproximando da reta tangente, inclinação da reta tangente, introdução à Derivada, etc. (Ver Quadro de representações das direções dos discursos/dinâmica de produção com *GeoGebra* e sua frequência);

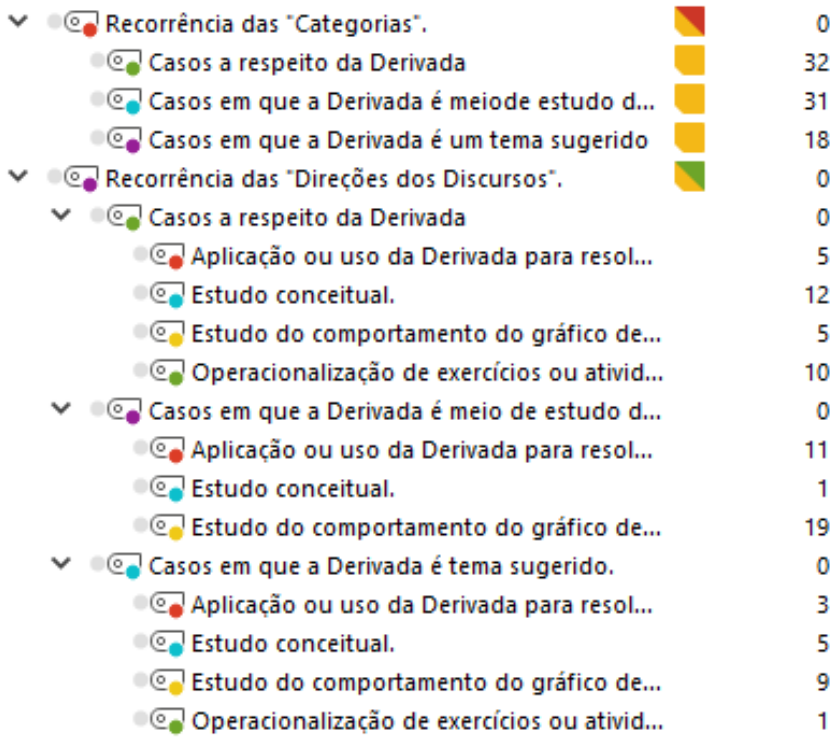
- Estudo do comportamento do gráfico de funções (33 casos). Quando indicam que pretendem explorar a compreensão do comportamento de um determinado gráfico, seja por meio da identificação dos pontos máximos e mínimos, limites laterais, identificação das raízes ou mesmo plotagem de gráfico. (Ver Quadro de representações das direções dos discursos/dinâmica de produção com *GeoGebra* e sua frequência);

- Operacionalização de exercícios (11 casos). Quando indicam utilizar das produções para verificar resultado, plotar gráficos, resolver atividades de livros didáticos, etc. (Ver Quadro de representações das direções dos discursos/dinâmica de produção com *GeoGebr*a e sua frequência).

Percebemos por um lado, que a maior frequência de casos está na direção de estudo do comportamento de gráfico de funções, por outro, não notamos uma divergência atípica entre a frequência das dinâmicas de produção entre tais direções. O que interpretamos que a frequência tomada isoladamente não nos indica alguma tendência de ocorrência entre as direções dos discursos.

Não identificamos nenhuma concentração das direções de discursos ou mesmo das dinâmicas de produção em alguma edição específica do curso. Sendo assim, procuramos entender, se haveria alguma linearidade entre as diferentes atividades postadas e as direções dos discursos. Digo, estariam todas as atividades geradoras de direções de discursos pertencendo a uma mesma contextualização? A Imagem a seguir ajudará a compreender melhor o que queríamos perceber.

Imagem 32 - Organização das categorias e das direções de discursos.



Fonte: O Autor.

Com esta Imagem, sintetizamos o objetivo terceiro desta pesquisa, que visa categorizar as interações, que a esta altura se divide por diferentes direções de discursos e apresentam diferentes dinâmicas de produção como produto das interações. Esta Imagem resume nossa busca por compreender os contextos em que cada direção de discurso (atividade e direção) pertence.

Visando compreender cada contexto das interações, observamos as produções uma a uma para reconhecer se estavam dirigidas a: estudar a Derivada; a utilizar a Derivada para estudo de outro tema; ou se ao tratar de outro tema, indicavam a possibilidade de estudo da Derivada com produções postadas, sendo estas, as três categorias constituídas em nossa pesquisa (o terceiro conjunto de elementos didático pedagógicos que constituímos nesta pesquisa).

Assim como na constituição das diferentes dinâmicas de produção com *GeoGebra* no decorrer da interação e nas direções de discursos, as categorias emergiram no desenvolvimento da leitura e interpretação de cada interação, e sua ordem de constituição seguiram: 1º as dinâmicas de produção; 2º as direções dos discursos; 3º as categorias de análise.

Os números aparentes no lado direito da Imagem 32 representam a frequência de cada direção de discurso dentro das categorias de análise ou mesmo das próprias categorias de análise, como consta na parte superior desta mesma Imagem.

Este cenário desenhado pela Imagem 32 nos chama a atenção em especial, por caracterizar as impressões que obtivemos ao realizar os diferentes artigos de revisão literária que fortalecem este trabalho. Assim como nestes trabalhos, notamos não haver um parâmetro estabelecido como tendência para uso do *GeoGebra* no estudo de Derivada, bem como dos diferentes objetivos/razões/interesses (direções de discursos) para se utilizar deste *software* para estudo e ensino de Derivada, haja vista que temos quatro (4) diferentes direções de discursos e três (3) categorias de análise (contexto), o que sugere uma diversidade de objetivos e métodos para estudo e ensino desta disciplina.

6.1. **Leitura das diferentes dinâmicas de produção com *GeoGebra***

Queremos a esta altura, apresentar um exemplo (mesmo que resumido) de cada dinâmica de produção, abrangendo na sua descrição as direções de discurso presentes e as categorias de análise a que concluímos pertencer.

Para tanto, queremos dizer que as tarjas coloridas que grifam os textos nas imagens de interações quase sempre estão ligadas às categorias em que pertencem, e por vezes as direções dos discursos ou mesmo as dinâmicas de produção com *GeoGebra*. Tais referências serão indicadas sempre que forem necessárias.

Dinâmicas de produção com *GeoGebra* no movimento interativo

A seguir, separamos cada uma das quatro dinâmicas de produção que identificamos na pesquisa. A ênfase neste momento é apontar a forma como olhamos para cada produção e interpretamos os movimentos comunicativos nela presente.

ACS – autor melhora a produção inicial com base nas construções sugeridas.

Este exemplo pode ser visualizado na íntegra nos documentos de apêndice com o mesmo nome. A seguir, apresentamos um trecho de interação exemplo de ACS, onde outro (s) apresentam produções construídas, além de interações textuais que motivam o autor inicial a modificar seu trabalho ou a construir outro arquivo no *GeoGebra* em favor dos colegas.

Esta interação inicia com uma construção que sugere o uso do *GeoGebra* para estudo conceitual da Derivada, mesmo que indicando a intenção de operacionalizar um exemplo (RIBEIRO, 2016) e se desloca para estudo do comportamento do gráfico de funções (GAGLIORI, 2015), respectivamente.

> A1- Optei por representar graficamente uma função f, sua derivada e a tangente à curva no ponto, bem como o triângulo ilustrativo da inclinação da mesma. (Conceitual);
> Fiz a opção de construção apenas com comandos digitados na entrada, descritos a seguir:
> f(x) = x^2
> A=ponto [f (x)]
> a_x = x(A)
> t = tangente[a_x,f]
> m= inclinação[t]
> B =(x(A), m)
> Derivada[f]. (Operacionalizar).

Optamos por nomear de A1, A2, A3, ..., os participantes na ordem com que aparecem os excertos de suas contribuições, mantendo a nomeação mesmo que posteriormente voltem a apresentar novas participações.

O excerto primeiro desta citação nos parece dialogar diretamente com os demais que se apresentam na produção, como tentaremos demonstrar a seguir:

> A2 - Gostei. Apesar do foco da tarefa do "A1" não ser o gráfico da função e sim sua derivada, na tua construção fica visível o comportamento do gráfico em função dos parâmetros.
> A4 - Parabéns pela proposta de trabalho. Envio em anexo uma dúvida que tive para obter o pto B. Parece bobagem, mas tenho algumas dúvidas na utilização de alguns recursos do geogebra.
> A1 - Veja que no seu caso a inclinação da reta não é m, e sim a. Dessa forma, o ponto B deve ter coordenada (x(A), inclinação [a]). O ponto B, estará sobre o gráfico da derivada da função. Habilitei a opção "rastro" para você visualizar o que acontece ao movermos o ponto A (você poderá fazer isso pelo controle deslizante). Se quiser poderá mostrar a função f'(x) e comparar como rastro do ponto B.
> Espero que tenha sanado sua dúvida.

Entendemos que o contexto do diálogo nos direciona a pensar na pretensão predominante de discussão conceitual da Derivada, como produção resultante desta interação, mesmo que inicialmente e de modo reforçado pela fala de A2 e A3 a seguir, nos levem a pensar na operacionalização de exercícios como outra direção de discurso.

> A2 - Quero fazer uma pergunta. É possível, com apenas comando digitados na Caixa de Entrada, construir o gráfico da função $f(x) = a(x + b)^2 + c$, fazendo com que os parâmetros a, b e c variem?

> A3 - La respuesta a tu pregunta es si. En el archivo seguí las indicaciones y le agregue tres deslizadores y la función propuesta.

A direção de estudo conceitual nos parece ir de encontro ao proposto por Gaglioli (2015) que em seu trabalho de dissertação de mestrado, realiza construções no *GeoGebra* para explorar, conjecturar, abstrair e experimentar conceitos, dando ênfase a trabalhos com resolução de problemas.

Seu trabalho explora diversos conceitos envoltos ao estudo da Derivada, a partir do conceito de Variação de Grandezas, interpretação geométrica da Taxa de Variação, estudo de funções de 1º grau, Taxa de Variação Pontual, existência da Derivada e aproximação linear. O conceito de Taxa de Variação é tido por base para a compreensão da Derivada desde o Ensino Fundamental.

Já a proposta de operacionalização, nos remete ao trabalho de dissertação de mestrado de Ribeiro (2016) onde, o uso do *GeoGebra* está centrado na proposta de visualizar e explorar gráficos de funções com atividades de aplicações, no qual a observação do fenômeno a partir do recurso visual sugere dar dinamicidade à resolução das atividades e permitir o exercício crítico e autônomo do aluno durante o processo de aprendizagem.

Ribeiro (2016) elabora um trabalho centrado na proposta de visualizar e explorar gráficos de funções com atividades de aplicações, no qual a observação do fenômeno a partir do recurso visual sugere dar dinamicidade à resolução das atividades e permitir o exercício crítico e autônomo do aluno durante o processo.

Em seu trabalho a Derivada é conceituada após estudo de Polinômios, Funções polinomiais e Limites, e seu estudo envolve os conceitos de Taxa de Variação Média, Velocidade Escalar Instantânea, Aceleração Escalar Instantânea, e estudos de Máximos e Mínimos de Funções Polinomiais em atividades de aplicações.

A dinamicidade proposta nestes trabalhos, bem como as que atribuímos a produção que investigamos, vem também de encontro com a pesquisa de Rezende, Pesco e Bortolossi (2012).

> No *GeoGebra*, pontos podem ser criados sobre gráficos de funções de modo que, ao movê-los, eles continuem sempre sobre o gráfico da função. Os valores das coordenadas desses pontos podem ser então recuperados e usados em cálculos ou na criação de outros elementos geométricos (pontos, segmentos e retas). Esse tipo de recurso permite ao usuário estudar (graficamente, algebricamente e numericamente) como, por exemplo, características locais da função (taxas de variação média e instantânea) mudam de acordo com a posição do ponto sobre o gráfico da função. (REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012, p. 78).

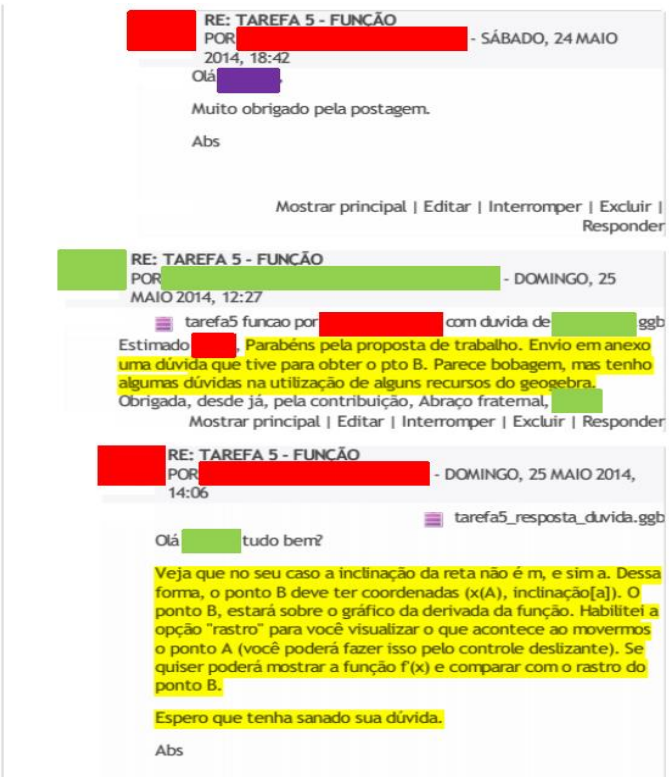
Ainda,

> No *GeoGebra*, funções podem ser definidas em termos de parâmetros. Estes, por sua vez, podem ser alterados dinamicamente através de controles deslizantes (*sliders)*. Esse tipo de recurso permite ao usuário visualizar e perceber como, por exemplo, características variacionais da função (crescimento, concavidade e extremos) mudam de acordo com esses parâmetros. (REZENDE, PESCO, BORTOLOSSI, 2012, p. 78).

Não apresentamos no corpo do texto, a totalidade do diálogo com seus excertos, mas, com estes excertos apenas nos referimos as produções construídas no *GeoGebra* pelos cursistas, com o fim de contribuir para o entendimento do caminho percorrido em nossos estudos no esforço para constituir a compreensão aqui expressa.

Perceba com as Imagens a seguir, a forma como os excertos ligados às construções nos permitirá pensar nesta direção.

Imagem 33 - Trecho em que ocorre a ocorrência ACS.



Fonte: O Autor.

Neste contexto, o cursista (marcado com a cor vermelha A1) é o autor inicial da atividade. Este trecho está na parte final do diálogo que envolveu outros cursistas, inclusive, com a presença de um cursista (que marcamos com a cor preta A2) fazendo pergunta ao

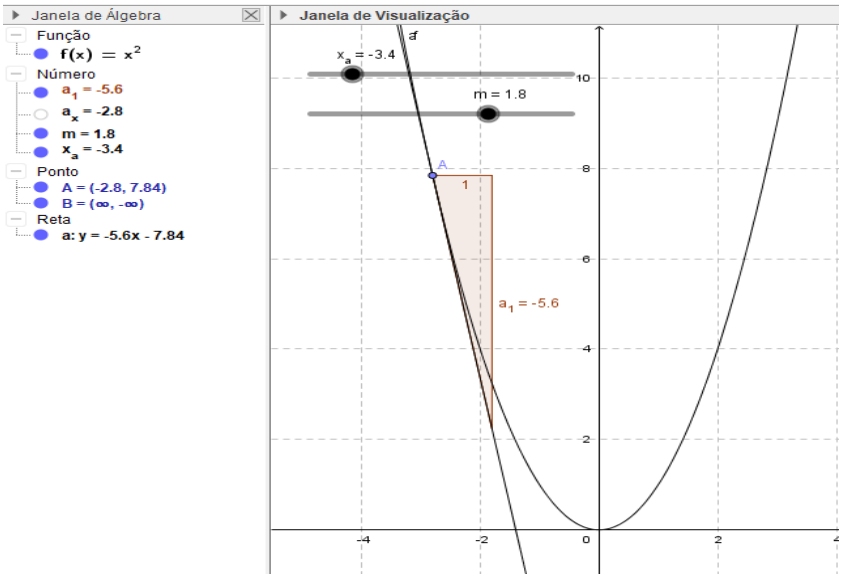
cursista em cor vermelha, e obtendo uma resposta no formato de texto e construção de arquivo no *GeoGebra* por uma cursista que identificamos com a cor roxa A3.

Esta Imagem sugere que uma dúvida da cursista em cor verde (A4) tenha motivado o cursista que dá início a atividade (em cor vermelha A1) a ajudá-lo com a elaboração de um texto e de um arquivo no *GeoGebra* que simula sua interpretação.

> A4 - Envio em anexo uma dúvida que tive para obter o pto B. Parece bobagem, mas tenho algumas dúvidas na utilização de alguns recursos do geogebra.
> A1 - Veja que no seu caso a inclinação da reta não é m, e sim a. Dessa forma, o ponto B deve ter coordenada (x(A), inclinação [a]). O ponto B, estará sobre o gráfico da derivada da função. Habilitei a opção "rastro" para você visualizar o que acontece ao movermos o ponto A (você poderá fazer isso pelo controle deslizante). Se quiser poderá mostrar a função f'(x) e comparar como rastro do ponto B.

O arquivo no *GeoGebra* do cursista indicado com a cor verde (A4) e o arquivo no *GeoGebra* resposta que caracteriza o movimento ACS estão apresentados respectivamente a seguir:

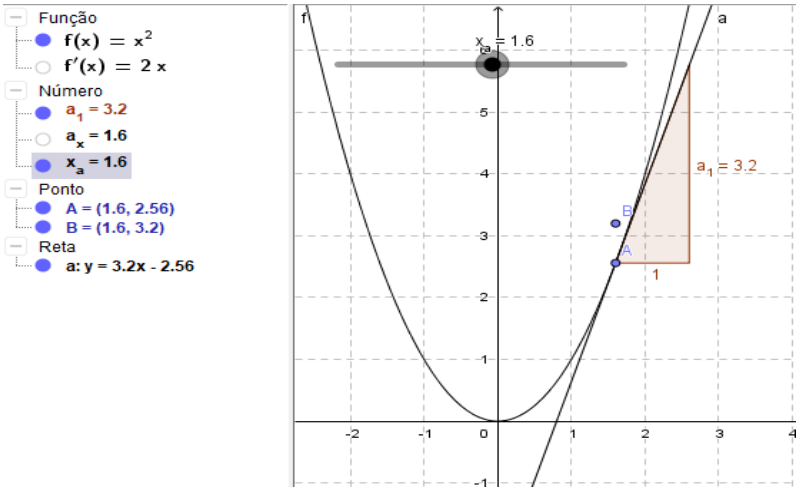
Imagem 34 - Produção com dúvida de uma cursista A4.



Fonte: O Autor.

Esta construção apresenta a dificuldade da cursista e fomentou o autor inicial da interação a ajudar.

Imagem 35 - Produção resposta ACS A1.



Fonte: O Autor.

A sequência dos textos com a apresentação das produções geradas poderá ser visualizada por completo nos apêndices deste trabalho.

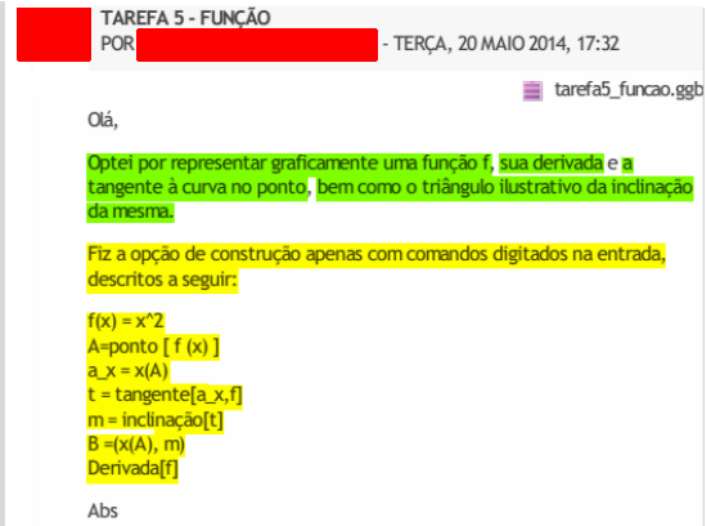
Seguindo a ordem das construções, podemos perceber que cada contribuição permitiu que o arquivo no *GeoGebra* seguinte viesse mais estruturada, ao agregar as dúvidas e interpretações dos colegas, e constituir diferentes leitores/autores em um processo de comunicação que apresentam diferentes direções de discursos e diferentes interesses.

As produções se somadas às intencionalidades que atribuímos a seus autores, nos sugerem que a leitura da interação como um todo, nos permita enxergar uma construção no *GeoGebra* que alia a operacionalização proposta por Ribeiro (2016) e o estudo conceitual proposto por Gaglioli (2015).

Podemos inclusive pensar esta associação de interesses, como proposto no também trabalho de dissertação de mestrado de Ribeiro (2018), neste, o *GeoGebra* é utilizado para operacionalizar os cálculos algébricos e permitir explorar de modo conceitual os resultados gráficos e algébricos resultantes de atividades conceituais e de aplicações.

Voltando a análise da interação por completo e tendo em vista os trabalhos de Gaglioli (2015), Ribeiro (2016), Ribeiro (2018), Rezende, Pesco e Bortolossi (2012) e outros, entendemos que as intenções predominantes na produção sugerem que a direção do discurso esteja no estudo conceitual da Derivada (por meio do estudo de seu gráfico e sua representação enquanto reta tangente à curva em um dado ponto), mesmo que em alguns momentos pudesse sugerir o estudo do gráfico de uma função ou a intenção de operacionalizar exercícios.

Imagem 36 - Interação inicial do caso ACS.



Fonte: O Autor.

Entendemos ser importante frisar que uma interação nem sempre sugere uma única direção de discurso, e pode indicar a presença de contextos que justifiquem diferentes categorias de análise. No entanto, optamos em nosso trabalho, em observar o contexto geral e os discursos presentes (texto e produções com *GeoGebra*) para interpretar a luz dos autores que fundamentam nosso trabalho ao proceder com a ATD na análise dos dados, e considerar a interpretação do que nos parece estar mais expressivo na interação em questão.

Desta forma, consideramos a interação apresentada nas Imagens 36 e 37 (completa em apêndice) como uma interação pertencente à categoria: casos a respeito da Derivada, com direção de discurso predominante de estudo conceitual, e contendo direção de discurso em estudo do comportamento do gráfico de funções ou operacionalização de exercícios.

CS – Outros postam construções com sugestões.

Os excertos a seguir apresentam um exemplo de interação onde se observa a dinâmica de produção CS, e a interação completa poderá ser visualizada nos apêndices deste trabalho.

Enquanto categoria, a observamos no caso em que a Derivada é um meio para estudo de outro tema, e neste exemplo, trata-se de um caso em que a Derivada é ferramenta de estudo de um problema do campo da física e que pode ser representado a partir do estudo do comportamento do gráfico de função quadrática. A Derivada é inclusive utilizada para

identificar o ponto de altura máxima da bola que percorre certa trajetória descrita por uma função de grau 2. Veja os excertos a seguir e a Imagem 37 mais a frente:

> A2 - Olá A1, achei sua construção muito interessante, tornou o problema do chute da bola muito dinâmico, é como se a bola estivesse em movimento, descrevendo a parábola no ar. Para tentar te ajudar, pensei o seguinte: defini a função derivada da função quadrática dada. Devemos pensar que a altura máxima ocorrerá quando a derivada da função for zero. Pensando assim, o gráfico da derivada deve cortar o eixo x, e isso ocorre no ponto 4,8. Acho que o mais legal seria conseguir mostrar a altura na própria parábola, mas também não consegui. Veja o que acha desta construção e vamos pensando em melhorá-la.

Interessante que a produção de A2 envolve também uma construção no *GeoGebra* que visava atender a uma necessidade inicial de A1 e que só foi resolvida por A3, e que está ligado ao estudo de máximos e mínimos de funções.

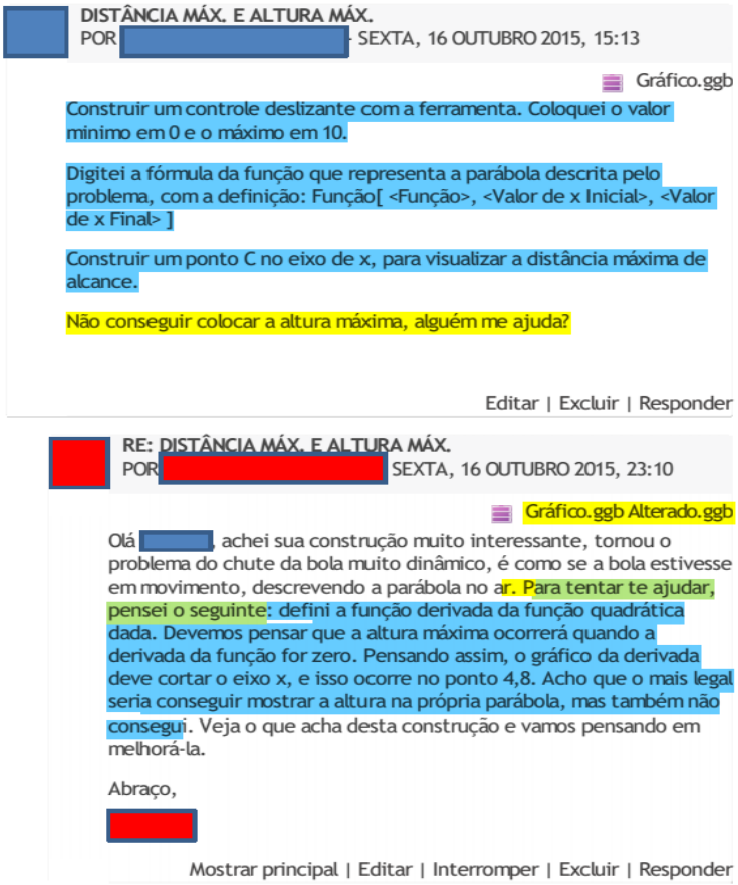
Neste mesmo sentido, percebemos o trabalho de dissertação de Alves (2018), que culminou na elaboração de quatro propostas de aulas para o estudo de Limites e Derivadas em PDF interativo com uma proposta lúdica. Seu trabalho não trata especificamente do estudo de funções, mas para além deste, também utiliza da Derivada para tratar de outro assunto da matemática, propondo que após trabalhos com tópicos de funções e Limites, sendo a Derivada conceituada no estudo de funções e posteriormente em atividades de aplicação (e aqui entendemos também fazer presente estudos ligados a fenômenos físicos) com exercícios sobre Taxa de Variação e problemas de Máximos e Mínimos (como é o caso desta produção).

Enquanto direção de discurso, este problema também sugere a de estudar ou se utilizar de elementos conceituais da Derivada (sua utilização para identificar os pontos extremos de um gráfico de função grau 2) na construção da produção, mas, entendemos que sua predominância está voltada ao estudo do comportamento do gráfico da função.

> A2 - defini a função derivada da função quadrática dada. Devemos pensar que a altura máxima ocorrerá quando a derivada da função for zero. Pensando assim, o gráfico da derivada deve cortar o eixo x, e isso ocorre no ponto 4,8. Acho que <u>o mais legal seria conseguir mostrar a altura na própria parábola,</u> mas também não consegui. (Grifo nosso).
> A3 - Como sugestões, adicionei controle deslizante, para que pudéssemos ter uma amplitude maior de questões. Além disso, coloquei a altura máxima e a distância bem destacados.
> A4 - O que eu mais gostei foi à possibilidade de relacionar essa construção coma física e fazer uma interdisciplinaridade.

A Derivada aqui, apesar de ser sugerida (A2) como ferramenta para se alcançar o objetivo da atividade, está se referindo a outro tema, e não seu estudo propriamente dito. Veja a Imagem 37.

Imagem 37 - Interação do caso CS.



Fonte: O Autor.

Os excertos apresentados por A2, A3 e A4 (resgatados nos parágrafos anteriores) apesar de poder também indicar a presença de outros elementos que sugerem diferentes direções (estudo de outro tema, estudo conceitual, aplicação), entendemos que a do estudo de comportamento de gráfico se fez mais presente, ainda mais quando olhamos as demais contribuições e as outras três produções postadas pelos cursistas em colaboração com a construção inicial, todos fazem uso de descrições que nos permitem tratar do comportamento do gráfico ou do exercício em que se utiliza da Derivada para melhor compreender a trajetória percorrida pela bola no gráfico, ou seja, na parábola.

Tal propositura nos remete a pensar o trabalho de dissertação de mestrado de Ferreira (2016) e sua proposta de uso do *GeoGebra* no Ensino Médio para estudo com

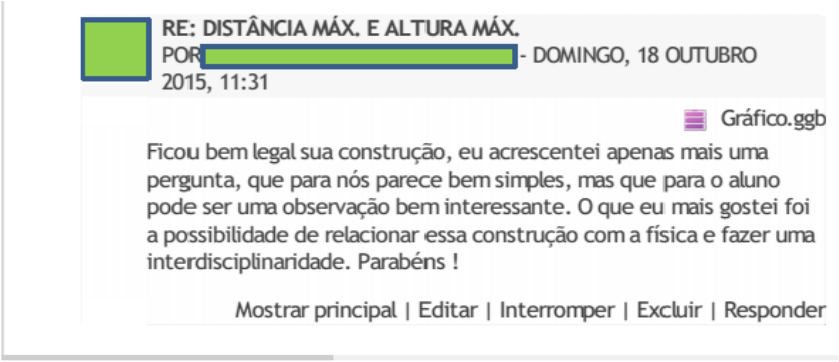
atividades guiadas de modo que o aluno construa gráficos de funções e manipule alguns elementos, a fim de responder a questionamentos pré-estabelecidos. Esta proposta é apresentada em sua pesquisa após discorrer diferentes tópicos matemáticos considerados importantes para a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, tais como: apresentação dos Números Reais, Racionais e Irracionais para intuição do conceito de Limites, e após estudo de Limites, explorar conceito de Reta tangente a uma curva no estudo da representação geométrica da Derivada.

Este percurso elaborado em seu trabalho nos permite pensar no uso da Derivada para compreensão de diferentes tópicos no estudo de matemática, bem como o uso destes tópicos para trabalhar de forma intuitiva a aprendizagem da Derivada, permitindo sua compreensão quando no estudo de CDI no Ensino Superior.

Nesta mesma direção, identificamos o trabalho de dissertação de Araújo (2015) com a proposta de construção manipulação e exploração no *GeoGebra*, de produções que envolvam diferentes conteúdos matemáticos. Neste trabalho, os conceitos de Derivadas são associados ao estudo de: retas tangentes e secantes; construção de gráficos de funções; significado de Velocidade Média; Função quadrática; e cálculo de área de retângulos. Tais conceitos são explorados após abordagem de diferentes tópicos matemáticos tidos como pré-requisitos para sua compreensão, tais como: Números Reais, Ideia Intuitiva de Limites, Derivada, e abordagem do método de Newton.

Nesta perspectiva, consideramos que a interação em estudo também pode ser relacionada ao estudo de conteúdo do campo da física, e apresentamos a seguir a Imagem 38 que nos permite pensar nesta esta direção.

Imagem 38 - Contribuição de um terceiro cursista.



Fonte: O Autor.

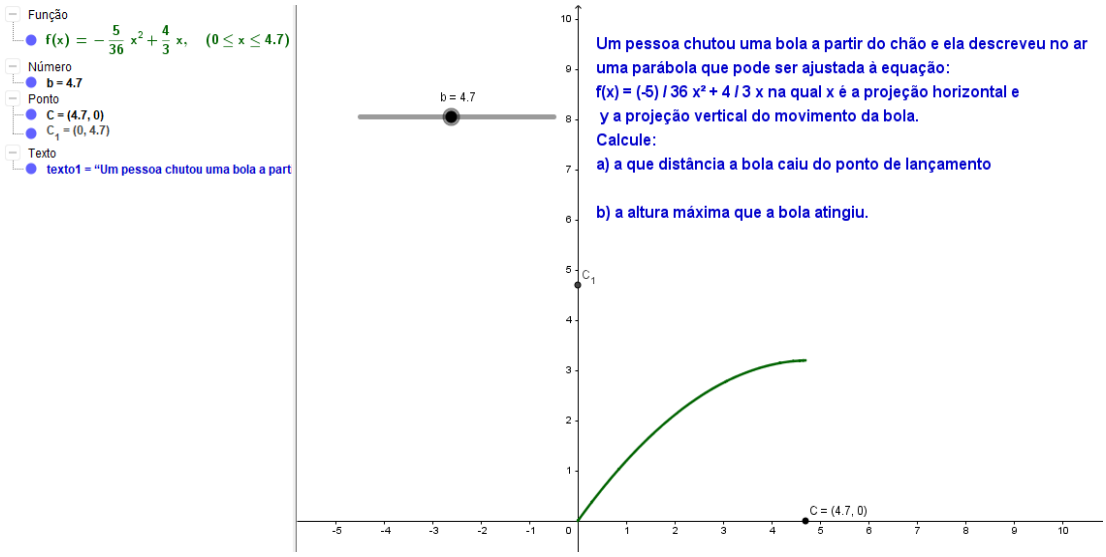
A possibilidade de leitura de direção conceitual (apesar de não grifada na Imagem 38) também pode ser percebida na intencionalidade de integração “interdisciplinaridade”, não que determine a classificação, mas, que sugere associação direta com a leitura que realizamos da Imagem 37 apresentada anteriormente.

> A4 - Ficou bem legal sua construção, eu acrescentei apenas mais uma pergunta, que para nós parece bem simples, mas que para o aluno pode ser uma observação bem interessante. O que eu mais gostei foi à possibilidade de relacionar essa construção com a física e fazer uma interdisciplinaridade. (Grifo nosso).

Ao acrescentar apenas uma pergunta ao arquivo, suspeitamos que a construção gerada até o momento já apontava para a possibilidade de interdisciplinaridade que posteriormente é enfatizada por A4.

A seguir, apresentamos o arquivo no *GeoGebra* inicial e um dos arquivos no *GeoGebra* de contribuição respectivamente.

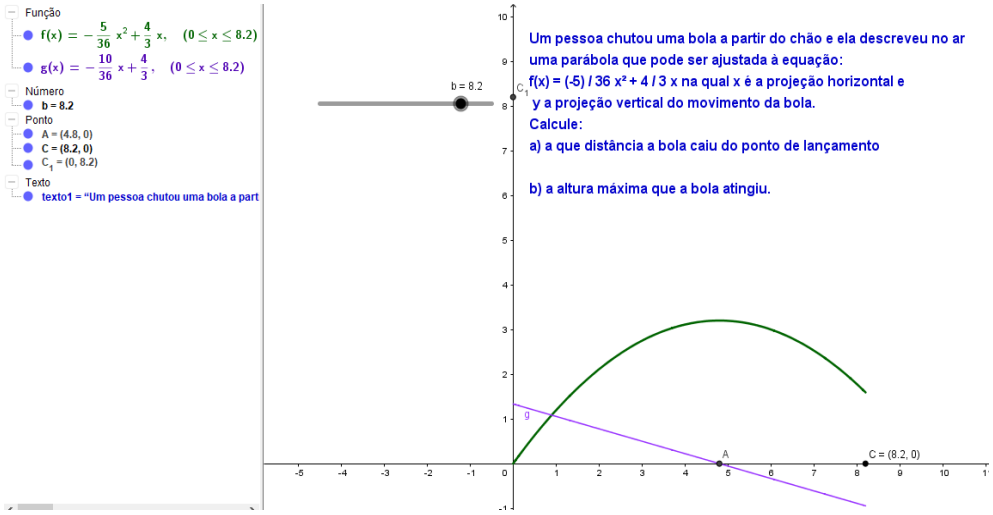
Imagem 39 - Produção inicial do caso CS.



Fonte: O Autor.

A Imagem 39 mostra que a primeira contribuição não consegue obter o resultado esperado de indicar a altura da bola expressando-a no gráfico da função f(x) de cor verde. Tal resultado é mais bem visualizado na segunda (do total de 3) contribuição recebida, conforme mostra a Imagem 40.

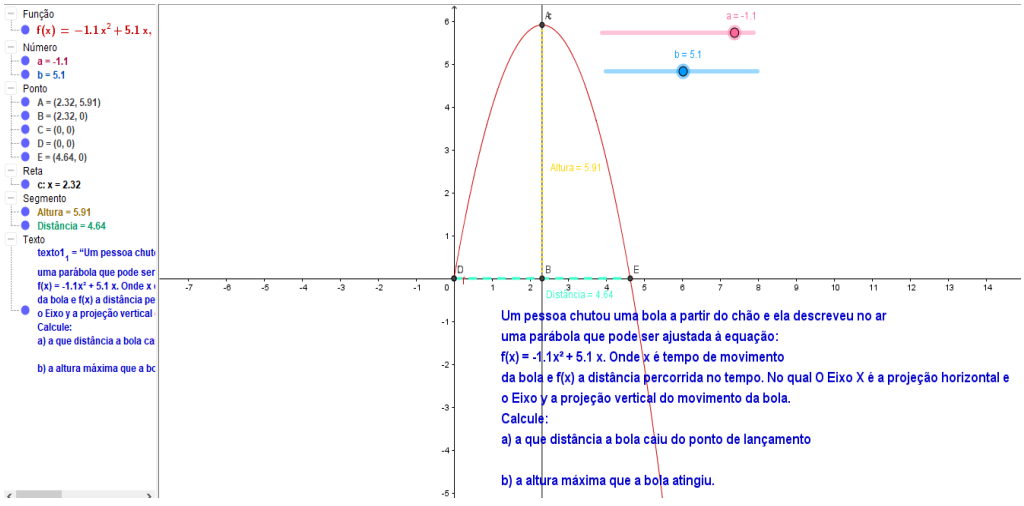
Imagem 40 - Produção contribuição 1.



Fonte: O Autor.

O arquivo no *GeoGebra* da Imagem 39, neste caso já apresenta uma contribuição ao cursista inicial, mas, ainda não conseguiu ajudá-lo em sua dificuldade. Entretanto, a construção da contribuição 3 (a mais completa) por sua vez, já consegue (assim como a contribuição 2) atender a sua dificuldade, que é fazer com que um ponto percorra o gráfico da função e permita visualizar seu valor máximo.

Imagem 41 – Produção contribuição 3.



Fonte: O Autor.

Notamos a semelhança desta direção com alguns trabalhos onde o conteúdo da Derivada é apresentado como material elaborado, e também seguida com a proposta de abordagem do conteúdo, no qual se destaca a intenção de compreensão a partir de

manipulação do *GeoGebra* para plotar gráficos, explorar seu comportamento com mudanças de parâmetros dos dados inseridos, na visualização gráfica e resolução de problemas por meio deste dispositivo. Dentre os trabalhos que retiramos estas conclusões estão: Alves (2018); Ribeiro (2018); e Godinho (2014).

Assim, tendo em vista a interação observada por completa, bem como as perspectivas de uso do *GeoGebra* pelos autores aqui citados e outros, suspeitamos que o uso de diferentes ferramentas do *software*, tais como: controle deslizante; linguagem textual para indagação e explicação; janela de álgebra e de visualização para construção geométrica do exercício, visam a apropriação do recurso visual (RICALDONI, 2014) e dinâmico Bortolossi (2012, 2016) como elementos contextualizadores do estudo de conteúdos de matemática (GONÇALVES e REIS, 2013) e Derivada, ao associá-los a elementos de estudo do campo da física (GOLDINHO, 2014); bem como o uso de diferentes cores para evitar uma possível poluição visual como vemos sugerida no trabalho de Martins Júnior (2015).

AI – autor refaz as atividades devido às contribuições dos colegas

Os excertos a seguir apontam o contexto em que a contribuição de um cursista participante da interação motiva (com contribuições unicamente textuais) o autor inicial a realizar modificações em seu primeiro trabalho.

Em princípio, o autor inicial (A1, na Imagem 42) apresenta dificuldade em inserir uma função definida por partes em sua construção, e um dos cursistas inseriu um caminho como sugestão (A2 na Imagem 43). Em seguida, a moderadora do grupo pergunta se o autor não conseguiria construir algo semelhante à sugestão recebida (A3 na Imagem 44), permitindo a resposta do autor inicial com a apresentação de uma nova construção (A1 na Imagem 45).

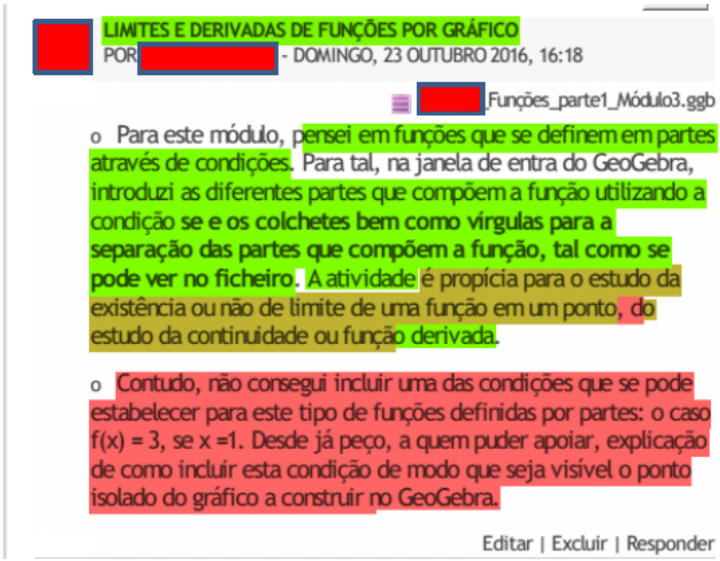
Veja os recortes da interação a seguir:

> A1 - Contudo, não consegui incluir uma das condições que se pode estabelecer para este tipo de funções definidas por partes: o caso f(x) = 3, se x =1. Desde já peço, a quem puder apoiar, explicação de como incluir esta condição de modo que seja visível o ponto isolado do gráfico a construir no *GeoGebra*.
> A2 - Consegui incluir a condição f(x) = 3, se x =1 (tive que colocar 1<=x<=1), mas para que o ponto isolado aparecesse no gráfico, tive que fazer uma 'falcatrua', ou seja, inserir um ponto de coordenadas (1, 3).
> A1 - Muito obrigado pela dica e apoio.
> A3 - você pode descrever como pretende usar o *GeoGebra* para resolver a questão sugerida?
> A - Neste momento que ainda estou a aprender algumas das funcionalidades um pouco apuradas de *GeoGebra*, não sei como resolver a questão sugerida, porque mesmo criando um ponto sobre o gráfico de f, habilitando seu rastro e animando o

> ponto após esconder a curva de f, nota-se que esse ponto descreve os ramos do gráfico, mas não salta passando por A.
> A3 - sua ideia seria então a partir da animação do ponto observar os saltos da função, certo? Me parece que o ponto A não é preenchido devido a velocidade da animação.
> A4 - Essa questão é bem semelhante a uns exercícios de limites que tive que resolver semana passada e usando o *GeoGebra* pude observar melhor o porque existe ou não limite.
> A1 - Vc pode explicar-me como "usar o *GeoGebra* para observar melhor se existe ou não limite de uma função nestes casos? Será tal como eu fiz (inserindo um ponto sobre o gráfico)? Veja a resposta que a postagem que coloquei em resposta a A3, a
> Moderadora.

Apresentamos acima os principais recortes da interação. Tentamos trazer o contexto que caracteriza o movimento dialógico que chamamos de AI. A seguir, trazemos algumas Imagens deste diálogo.

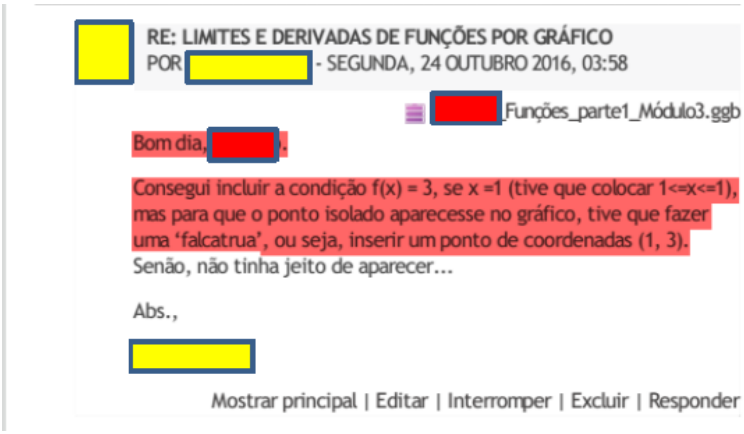
Imagem 42 - Postagem do autor inicial - A1.



Fonte: O Autor.

A Imagem acima representa a interação inicial do caso AI proposta por A1. Nela temos a direção de discurso proposta inicialmente tarjada com a cor verde e dúvida que se tornou o contexto da ocorrência de interação na cor vermelha, e em tarja amarela por cima da verde, indicamos a direção de se trabalhar também com o tem limite de uma função, sendo esta uma das direções de discurso que identificamos.

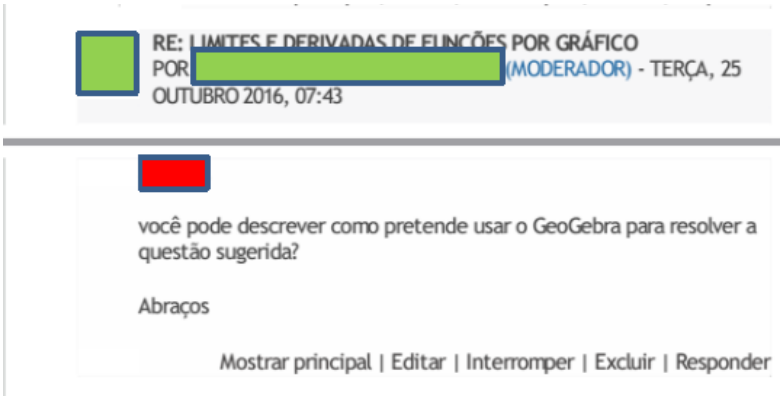
Imagem 43 - Contribuição com produção - A2.



Fonte: O Autor.

A Imagem acima representa a contribuição recebida que termina por apresentar uma ênfase à inserção da condição não alcançada pelo autor inicial. Esta também parece ser a contribuição que A1 por algum motivo resolveu não levar em conta. Tal sugestão é então resgatada por A3, utilizando apenas elementos textuais, como mostra a Imagem a seguir.

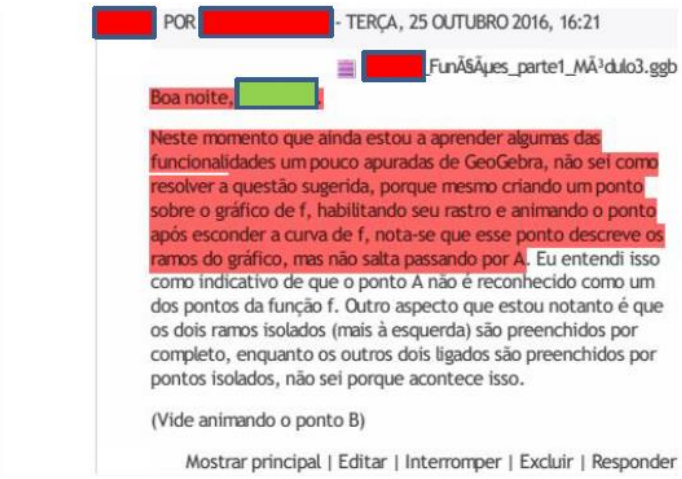
Imagem 44 - Contribuição unicamente textual ao cursista inicial - A3.



Fonte: O Autor.

A Imagem a seguir representa a tentativa de resposta observada pelo autor inicial em atendimento à contribuição representada por A3. Esta, nos parece ser a interação que motivou A1 a levar em consideração a construção proposta por A2. Veja sua construção resultante na Imagem a seguir.

Imagem 45 - Construção resultante do caso AI - A1.



Fonte: O Autor.

Cabe ressaltar que apesar de haver uma nova construção como sugestão, o fator motivador da elaboração da nova construção no *GeoGebra* pelo autor inicial é a interação textual da moderadora e não a produção sugerida. Veja:

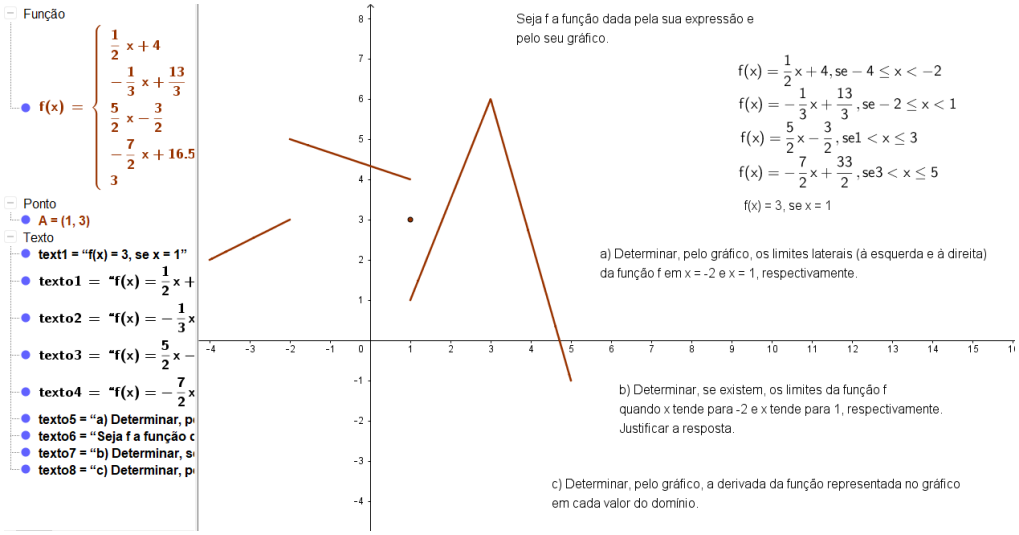
> A2 - Consegui incluir a condição f(x) = 3, se x =1 (tive que colocar 1<=x<=1), mas para que o ponto isolado aparecesse no gráfico, tive que fazer uma 'falcatrua', ou seja, inserir um ponto de coordenadas (1, 3).
> A1 - Muito obrigado pela dica e apoio.
> A3 - você pode descrever como pretende usar o *GeoGebra* para resolver a questão sugerida? (Grifo nosso).
> A - Neste momento que ainda estou a aprender algumas das funcionalidades um pouco apuradas de *GeoGebra*, não sei como resolver a questão sugerida, porque mesmo criando um ponto sobre o gráfico de f, habilitando seu rastro e animando o ponto após esconder a curva de f, nota-se que esse ponto descreve os ramos do gráfico, mas não salta passando por A.

E ainda, indicamos anteriormente que A1 (o autor inicial) demonstra já ter acesso à construção e não demonstrou disposição para adotá-lo, mesmo que tenha voltado a ela (ou não) para realizar sua última construção. Isso fica claro ao haver necessidade da moderadora A3 sugerir a adoção da sugestão de A2 como atividade.

> A2 - Consegui incluir a condição f(x) = 3, se x =1 (tive que colocar 1<=x<=1), mas para que o ponto isolado aparecesse no gráfico, tive que fazer uma 'falcatrua', ou seja, inserir um ponto de coordenadas (1, 3).
> A1 - Muito obrigado pela dica e apoio.
> A3 - você pode descrever como pretende usar o *GeoGebra* para resolver a questão sugerida?

Olhando também para os arquivos produzidos no *GeoGebra*, trazemos a Imagem 46 a seguir, que demonstra a contribuição do cursista A2 (em cor amarela) ao autor inicial A1 (em cor vermelha). Ambas se diferenciam pela inclusão da função "f(x) = 3, se x = 1" que aparece abaixo da sequência de funções listadas no lado esquerdo da Imagem.

Imagem 46 – Produção de A1 com contribuição.



Fonte: O Autor.

Esta construção de A1 apresenta a contribuição dada pelo primeiro cursista, e posteriormente resgatada pela moderadora do grupo.

Notamos que as construções aqui elencadas, visam ênfase à representação visual dos conceitos matemáticos, como forma de aprofundar e ou construir/reconstruir significados a partir das atividades desenvolvidas. Tal propositura parece estar de acordo com os trabalhos de dissertação de mestrado de Martins Junior (2015) e Ricaldoni (2014).

Entendemos também que a proposta do autor inicial A1 estava relacionada à ideia de explorar a existência ou não do limite de uma função em um dado ponto, a partir dos argumentos estabelecidos e descritos na janela de visualização na construção. Veja no recorte de sua fala inicial que trazemos a seguir:

> A1 - Para este módulo, pensei em funções que se definem em partes através de condições. Para tal, na janela de entra do *GeoGebra*, introduzi as diferentes partes que compõem a função utilizando a condição se e os colchetes bem como vírgulas para a separação das partes que compõem a função, tal como se pode ver no ficheiro. A atividade é propícia para o estudo da existência ou não de limite de uma função em um ponto, do estudo da continuidade ou função derivada. (Grifo nosso).

Tal propositura se assemelha a proposta de Mod (2016) em seu trabalho de dissertação de mestrado que trata do uso do *GeoGebra* para realizar demonstrações de teoremas matemáticos. “No caso desta pesquisa, o *GeoGebra* foi uma ferramenta importante para auxiliar na construção de argumentos a respeito dos teoremas analisados, pois, por meio da movimentação dos pontos, foi que se constaram casos que não estavam contemplados na demonstração” (MOD, 2016, p. 90).

Outro trabalho que se assemelha a perspectiva do trabalho de Mod (2016) é Vargas (2016), ao se utilizar do *GeoGebra* como uma ferramenta pedagógica que potencializa a dedução de teoremas de Geometria a partir da possibilidade de visualização e de dinamização que o *software* permite ao se utilizar de ferramentas de Geometria dinâmica. “Naturalmente, devemos levar em consideração que o uso do computador deve ser um mediador entre o ataque ao problema e a formalização de conceitos e resultados, assim como suas demonstrações”. (VARGA, 2016, p. 49).

Esta dinamização pode-se ser interpretada a partir da conclusão realizada pela moderadora A3 a respeito da intencionalidade do trabalho de A1.

> A3 - sua ideia seria então a partir da animação do ponto observar os saltos da função, certo? Me parece que o ponto A não é preenchido devido a velocidade da animação. Eu diminuí bastante a animação. Ainda assim o ponto não passa por A, mas ao clicar no ponto B e arrastá-lo sobre a função nas proximidades do A, nota-se que o A chega a ficar preenchido pela cor azul Pelo que entendi de sua observação quanto aos ramos mais a direita serem preenchidos por pontos isolados, novamente isto acontece pela velocidade da animação. Se diminuir a velocidade, verificará o preenchimento completo, concorda? (Grifo nosso).

A3 sugere que a dificuldade enfrentada por A1 pode ser resolvido com apenas um ajuste na velocidade do deslocamento do ponto a partir do controle deslizante, e que tal manutenção ajudaria A1 a alcançar seu desejo de ver o ponto B realizar os saltos na função condicional por ele construída.

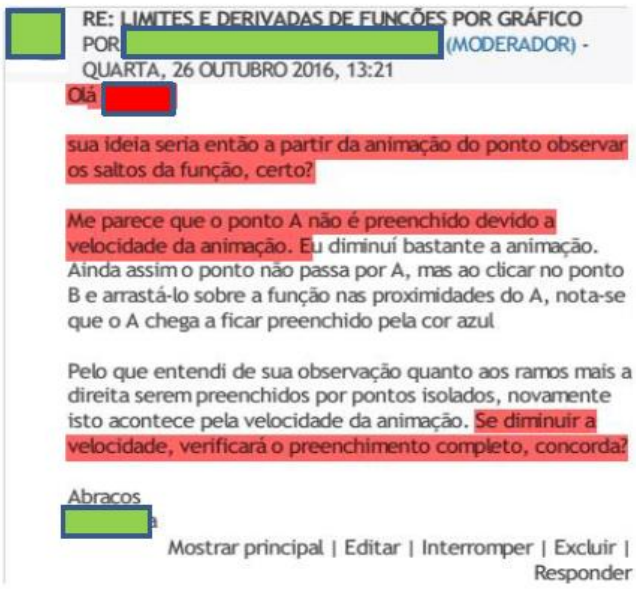
Esta direção nos parece se aproximar da proposta de Rezende, Pesco e Bortolossi (2012) que, para além do uso do estudo dirigido que visa permitir o aluno explorar um arquivo no *GeoGebra* e investigar situações propostas, os autores também fazem uso de animações em *flash* construídas no próprio *software GeoGebra*, para introduzir situações problemas a serem investigados nesse fazer educativo em (REZENDE, PESCO e BORTOLOSSI, 2012, p. 81).

Ainda a respeito desta Imagem 46, apontamos para quantidade de recursos utilizada na construção do arquivo no *GeoGebra*. Entendemos que este exemplo sugere a tentativa de

associação de diferentes elementos algébricos, textuais, geométricos, com o fim de tornar a construção uma atividade completa em si mesma, como propõem Ladislau (2014) em seu trabalho de dissertação. Nesta obra, após discorrer a respeito do uso do *GeoGebra* no estudo de Limites, apresenta a Derivada como uma Taxa de Variação, Ladislau (204) propõe o uso deste *software* na construção de sequência didática para serem utilizadas em aulas expositivas, com o fim de explorar gráficos de funções na perspectiva da visualização.

Tal argumento não é sugerido de modo explícito pelos recortes, mas sim, pela completude de elementos e sua disposição na janela de visualização, bem como na intenção de ver a movimentação do Ponto A pertencente às curvas, percorrer a trajetória dinamicamente, e permitir que quem visualize a construção reflita sobre as questões ali apresentadas.

Imagem 47 - Contribuição 3.



Fonte: O Autor.

Enquanto direção de discurso, apesar de perceber a possibilidade de operacionalizar um exemplo capaz de permitir seu uso em sala de aula para conceituar um determinado assunto (ARAUJO, 2015; GODINHO, 2014; MOTA, 2014); bem como da possibilidade de utilização do *GeoGebra* para realizar uma atividade de aplicação da Derivada na resolução de exercícios (GAGLIOLI, 2015), neste caso em específico, "propícia para o estudo da existência ou não de limite de uma função em um ponto, do estudo da continuidade ou função

derivada” (Vide Imagem 32). E por isso a definimos como a direção de discurso estudo conceitual.

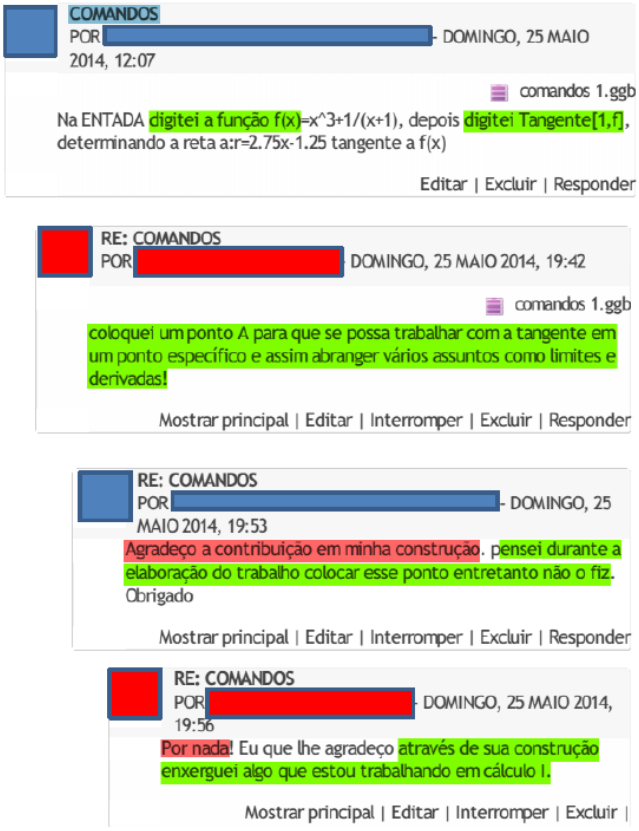
Tal conceituação leva em consideração as contribuições de diversos autores, todos elaboraram trabalhos de dissertação a respeito do uso do *GeoGebra* no estudo da Derivada, vejam bem: Mota (2014) por exemplo, procura apresentar o *software* para otimizar atividades de resolução de problemas e formalização de conceitos no estudo de Cálculo Diferencial; Godinho (2014), Agilizar construções de gráficos de funções, apresentar exemplos e demonstrações matemáticas como estratégia de ensino. Os trabalhos de Araújo (2015) e Gaglioli (2015) já foram apontados nesta pesquisa.

Enquanto categoria, entendemos que tal interação se encaixa no caso a respeito da Derivada, como pode ser percebido no parágrafo anterior.

IT – autor inicial interagiu com as respostas dos colegas na forma de texto sem nova construção

Os excertos que seguem, apontam para o exemplo do caso de produção que o autor inicial (A1) interage textualmente com outro cursista (A2) que lhe apresenta contribuições na forma de construções no *GeoGebra*.

Imagem 48 - Interação exemplo do modo de produção IT.



Fonte: O Autor.

Entendemos que a atividade visa o uso de "comandos" do *GeoGebra* para trabalhar um dado conteúdo, e a construção do resultado foi apenas o contexto de sua realização. No entanto, suspeitamos que ao digitar a função, e construir a tangente da função em um dado ponto, o autor A1 tinha como meta atender as possibilidades de estudo da Derivada.

> A1 - Na ENTADA digitei a função f(x)=x^3+1/(x+1), depois digitei Tangente[1,f], determinando a reta a:r=2.75x-1.25 tangente a f(x). (Grifo nosso).
> A2 - coloquei um ponto A para que se possa trabalhar com a tangente em um ponto específico e assim abranger vários assuntos como limites e derivadas! (Grifo nosso).
> A1 - Agradeço a contribuição em minha construção. pensei durante a elaboração do trabalho colocar esse ponto entretanto não o fiz. (Grifo nosso).
> A2 - Por nada! Eu que lhe agradeço através de sua construção enxerguei algo que estou trabalhando em cálculo I.

Tal perspectiva de leitura se reforça quando observamos a participação de A2 ao contribuir indicando a possibilidade de inserir um ponto na construção e trabalhar com assuntos como a Derivada (o que não quer dizer que não foi tentado) o autor indica que

pensou a respeito, e em seguida, quando agradece, recebe o agradecimento do colega ao dizer que a construção inicial o permitiu pensar no estudo de Cálculo 1.

> A1 - Agradeço a contribuição em minha construção. pensei durante a elaboração do trabalho colocar esse ponto entretanto não o fiz.
> A2 - Por nada! Eu que lhe agradeço através de sua construção enxerguei algo que estou trabalhando em cálculo I.

Logo, suspeitamos que o autor inicial A1, pretendeu tratar da Derivada ao realizar a construção utilizando alguns comandos do *software*. Tal interação nos permite entendê-la como parte da categoria: caso a respeito da Derivada, como percebemos na leitura dos trechos grifados com a tarja verde na Imagem 48. Quanto à direção de discurso, cremos apontar para estudo conceitual.

Entendemos que as intencionalidades destes cursistas podem se direcionar a perspectiva de estudo exploratória do conteúdo, na medida em que apontam inserir um comando, adicionar um ponto ao gráfico gerado e indicar a possibilidade de se abranger diferentes conteúdo a partir da construção realizada.

> A1 - Na ENTADA digitei a função f(x)=x^3+1/(x+1), depois digitei Tangente[1,f], determinando a reta a:r=2.75x-1.25 tangente a f(x)
> A2 - coloquei um ponto A para que se possa trabalhar com a tangente em um ponto específico e assim abranger vários assuntos como limites e derivadas!

E por que não dizer, que procuravam (com suas limitações) propor um "explorar aspectos gráficos", numéricos e simbólicos, próximo do que fez Rezende, Pesco e Bortolossi (2012), mesmo que tratando de um estudo dirigido, bem como alguns dos trabalhos identificados em nossa pesquisa literária.

Tal possibilidade é reforçada quando com as lentes desta direção voltamos à leitura das Imagens deste arquivo no apêndice deste trabalho, bem como das duas últimas inserções textuais nesta produção.

> A1 - Agradeço a contribuição em minha construção. pensei durante a elaboração do trabalho colocar esse ponto entretanto não o fiz.
> A2 - Por nada! Eu que lhe agradeço através de sua construção enxerguei algo que estou trabalhando em cálculo I.

Nesta perspectiva, também temos o trabalho de Cunha e Laudares (2017) que visam em um artigo analisar o comportamento de funções com o estudo de Derivadas por sequência didáticas em um objeto de aprendizagem construído no *GeoGebra*; Gonçalves e Reis (2013)

com um artigo que visa analisar atividades investigativas de aplicações das Derivadas utilizando o *GeoGebra*; Martins Junior (2015) com seu trabalho de dissertação de mestrado a respeito do uso do *GeoGebra* no ensino de Derivada a partir da perspectiva da visualização; e Numer e Justo (2015) que discutem em um artigo possibilidades de estudo de problemas de máximos e mínimos com auxílio do *GeoGebra* para abordar o estudo conceitual da Derivada; dentre outros.

As impressões aqui relatadas parecem ir de encontro com as percepções de Oliveira, Piasson e Gonçalves (2018), Oliveira e Gonçalves (2019a, 2019b, 2019c) para os quais estes trabalhos nos permite inferir que existe uma diversidade de métodos, objetivos e propostas de utilização do *GeoGebra*, mais, não um consenso de *designer* de curso formatado, validado e amplamente utilizado para o ensino da Derivada, ao mesmo tempo que percebem ser o *GeoGebra* um recurso viável e importante para o ensino de CDI.

CONSIDERAÇÕES

Com esta pesquisa obtivemos algumas considerações: identificamos as edições em que ocorreu maior frequência das interações almejadas; os assuntos ou atividades escolhidas pelos cursistas para tratar da Derivada; reconhecemos e mapeamos três categorias de discussões que visam discorrer sobre a Derivada em diferentes perspectivas, a saber: especificamente sobre o assunto, estudo de outro tema utilizando de conhecimentos a respeito da Derivada, e mesmo, identificação de casos que a Derivada não é o objeto ou a ferramenta de estudo, mas, que seus conceitos parecem ser passíveis de abordagem a partir da discussão em desenvolvimento.

Compreendemos que as categorias de análise constituem na própria análise (ou resultado dela), nos contextos de produção de significados, são os elementos que nos permitem agrupar as dinâmicas de produções e as direções de discursos por similaridades de intenções, de objetivos, de interesses e estratégias de demonstração e resolução escolhidas pelos cursistas.

Estas categorias, apresentam os modos de se produzir significados com o GeoGebra diferentemente da maneira já conhecida a partir de diferentes mídias como lápis e papel, ou mesmo com outras tecnologias. Modos estes que envolvem diferentes linguagens matemáticas (Matemática do GeoGebra, do matemático e a escolar) e diferentes processos (procedimental, conceitual e processual) na constituição dos das direções dos discursos.

Apresentamos ainda os cenários em que houve maior número de participantes e de modalidade de produções como resultado das colaborações e mesmo os cenários que relacionaram o assunto discutido e as dinâmicas de produção com *GeoGebra* presentes, ainda que tais relações não nos tenham sugerido alguma condição de estabelecimento entre as variáveis: dinâmicas de produção; número de participante e; assunto discutido.

Compreendemos existir diferentes direções de discursos presentes nas interações em estudo, e não só as classificamos, como podemos observar os contextos em que tais direções se deram, a saber: quando as atividades estavam voltadas ou a interação resultante se mostrou mais pertinente ao estudo do comportamento de gráfico de funções; realizar operacionalização de atividades; aplicar os conhecimentos do estudo da Derivada para realizar alguma atividade; ou mesmo para discutir conceitos da Derivada.

Em nosso trabalho, as direções representam o que se fala e como se fala da Derivada, mas, também, as intenções, as direções os interesses dos cursistas quando falam, quando produzem significados. Tais direções não só nos permitem por similaridade, constituir as

categorias, como podemos a partir das categorias, os identificar em diferentes contextos de produção.

Além das categorias estabelecidas e das direções de discursos que classificamos e organizamos/mapeamos as ocorrências (sendo possível verificar em cada categoria, onde estão e quais são os eventos pertencentes a cada direção de discursos), foi possível identificar também, diferentes dinâmicas de produção com *GeoGebra* no movimento comunicativo entre os cursistas. Listamos: IT, CS ACS e AI. A nosso ver, trata-se de um conjunto de escolhas, métodos, procedimentos e objetivos declarados ou não que definem dinâmicas de ação, bem como refletem diferentes intencionalidades, objetivos, interesses e olhares para o uso do *software* no estudo da Derivada.

Não discorremos aqui sobre quais dinâmicas de produção seriam mais ou menos válidos, nem investimos esforços para interpretar quais poderiam ter ocasionado discussões mais ricas, ou mesmo procuramos analisar as categorias ou os episódios de direções de discursos quanto ao que seria mais interessante estimular ou quais seriam mais relevantes em um contexto que visa à aprendizagem de modo colaborativo. Na verdade, procuramos compreender o fenômeno e levantar elementos que pudessem em futuros trabalhos, contribuir nestas direções.

Com esse trabalho, procuramos explorar, estudar as três categorias/contextos de produção constituídas pelas quatro direções de discursos presentes nas três dinâmicas de produção com *GeoGebra* para de algum modo extrair elementos que nos permitissem contribuir para com discussões a respeito do uso do *software GeoGebra* no ensino de Derivada, bem como indicar direções ao Projeto de curso que fazemos parte.

Nesse sentido, para além dos objetivos propostos nesta pesquisa, apontamos agora para as seguintes compreensões.

Entendemos que o presente estudo dos episódios de interações contribui com discussões a respeito do uso do *GeoGebra* no estudo e ensino de Derivada, sobretudo, quando olhamos para diferentes perspectivas de ensino, seja sua aplicabilidade no ensino presencial ou a distância; nos níveis Fundamental, Médio ou Superior (como vemos em alguns trabalhos), ou mesmo na formação inicial e/ou continuada de professores (como procura fazer a pesquisa a qual estamos vinculados).

Tratando da formação continuada e a presente pesquisa que visa o Curso de *GeoGebra* como contexto de uma investigação que se direciona as dinâmicas de interações que envolvem o uso do *software GeoGebra* e práticas estudo e ensino de Derivada fora do

contexto de sala de aula, entendemos que nossa pesquisa poderá contribuir com a formação continuada do professor, não apenas no que diz respeito às formas de tratamento deste conteúdo de matemática em específico (Derivada), mas, na indicação de possibilidades de trabalho de diferentes conteúdos de matemática com uso do *software GeoGebra* em contextos formativos dentro e fora da sala de aula, bem como percebemos diferentes conteúdos entranhados na prática de estudo da própria Derivada, a saber, a necessidade de se trabalhar diferentes conteúdos de matemática para como resultado se poder compreender o conceito de Derivada em si.

De outro modo, podemos agora nos debruçar em diferentes olhares, como:

Pensando o ensino de matemática com uso de tecnologias, acreditamos ter identificado direções de discursos que podem permitir um pensar sobre as estratégias possíveis para se alcançar diferentes fins didático-pedagógico (introduzir conceitos, explorar, investigar, exercitar, operacionalizar atividades, construir atividades guiadas, situações problemas, etc.).

Vejam, dentre os trabalhos que estudamos, identificamos, por exemplo, obras que pretendem o ensino de Derivada de forma intuitiva dentro de outras disciplinas como no estudo de conjuntos numéricos. Mas, as propostas foram em grande parte, teóricas e sem (ou com pouca) apresentação de sugestões de atividades construídas no *GeoGebra* (mesmo que por vezes tenhamos novas propostas de currículo no ensino de matemática, incluindo o uso da tecnologia e excluindo alguns temas).

Dentro desta perspectiva nos perguntamos: e se utilizarmos as quatro direções de discursos para propor construções no *GeoGebra* (propostas de atividades ou de cursos, etc.) que nos permita executar uma ação didático/pedagógico diferenciada? Acreditamos que a identificação das direções dos discursos e das categorias nos permite esse pensar.

Pensando no projeto de curso a que pertencemos, constituímos elementos que podem nos ajudar a pensar uma proposta de curso, um formato de interações pretendidas, uma dinâmica de curso, um designer, que inclusive, proporcione um pensar sobre as diferentes formas de produções pretendidas. Será que haveria algum modo de produção mais proveitoso do que os outros? Quais nos interessam? Quais pretendemos ver presentes no curso em formação? Como estimular a ocorrência de tais dinâmicas de produção no curso?

Pensando no ensino de Derivada ou mesmo da matemática em diferentes contextos formativos, constituímos elementos que podem nos ajudar a investigar o fenômeno “uso de tecnologias no ensino de matemática”, ao identificar casos reais que demonstram a utilização

de diferentes produções e argumentos (pois, juntos fazem sentido e permite a produção de significado a seus autores leitores) que nos dão indicativos de propostas de abordagens ao assunto.

Entendemos que se retornarmos aos documentos (interações estudadas), com o olhar voltado às interações colaborativas como fez Dantas (2016), será possível compreender o que pode ter permitido estas produções. Seria a dificuldade particular do cursista? Deveríamos partir deste ponto para ensinar o conceito de Derivada nas escolas ou Universidades? Seria a compreensão de um determinado ponto do estudo que se tornou mais compreensível quando tratado de uma perspectiva diferente da usual em sala de aula? Haveria algum ponto em particular de dificuldade entre os estudantes? Deveríamos então elaborar atividades guiadas que visem atacar este ponto de dificuldade? Sequências didáticas direcionadas ao atendimento de determinados tópicos de Cálculo I? O que podemos extrair da releitura destas interações ao adotarmos outro olhar?

Na intenção de continuar nossa investigação, encerramos a presente pesquisa com um sentimento de satisfação em levantar mais perguntas e direções de estudo do que respostas (identificação/classificação/mapeamento das interações), bem como poder refletir sobre o processo e indicar alguma conclusão.

Deste modo, o que podemos falar a respeito de toda esta caminhada é: suspeitamos que as produções estudadas neste trabalho, nos levam a entender que as construções de arquivos no *GeoGebra* que dão início ou são resultantes da própria interação, visam representar visual e dinamicamente (por vezes associado aos recursos numéricos, simbólicos e textuais) imagens conceituais ou demonstrações visuais (como apontam diferentes trabalhos utilizados que identificamos) do conteúdo matemático em estudo, podendo por vezes serem percebidas como verdadeiras atividades explicativas (e até completas em si) capazes de permitir iniciar uma discussão a partir de uma dificuldade particular do cursista que dá início a discussão, e percorrer diferentes direções de discursos, em vista de contribuir com a enfim compreensão original de seu autor (resultado da construção do cursista) e mesmo responder a dificuldades dos demais participantes, que vão surgindo no decorrer da discussão.

E que tal movimento ocorre devido a existência do que denominamos de Elementos Didáticos Pedagógicos característicos do ambiente de estudo, a saber: as Dinâmicas de produção de significados; Direções de discursos; Categorias de análises; Designer de Curso; e Dinâmica de Acompanhamento dos Cursistas. De maneira que os três primeiros elementos

se comportam como consequência dos dois últimos quando estes últimos são somados as potencialidades favorecidas pelo *software GeoGebra*, pela interatividade favorecida pelo Ambiente do Curso e pela diversidade de saberes e interesses em consequência do público envolvido. Acreditamos que esta é a essência que propomos buscar com este trabalho.

Desta forma, queremos encerrar este trabalho redigindo mais uma vez a observação que fazemos a respeito da pesquisa levantada por Gonçalves (2016) e que relatamos nos primeiros capítulos deste trabalho. Para o autor, parece haver consenso entre os pesquisadores, acerca do uso de representações geométricas e dinâmicas auxiliarem nas dúvidas e dificuldades dos estudantes, levando-os a partir de imagens, a desenvolver certa compreensão e a assumir uma dinâmica de estudo que se apropria da modelagem matemática para testar e desenvolver raciocínios matemáticos.

Sentimos então uma forte inclinação em fortalecer este consenso.

REFERÊNCIAS

ALVES, Anderson Rafael. **Limites e Derivadas: Uma abordagem para o Ensino Médio**. 2018. 143 f. Dissertação de mestrado profissional - Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Bauru. 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150920665>. Acesso em: 6 dez. 2018.

ALVES, Francisco Regis. **Análises preliminares e análises a posteriores para a noção de integrais dependentes de parâmetros**. *VIDYA*, v. 36, n. 1, p. 111–133, 4 out. 2016. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/592>. Acesso em: 16 fev. 2018.

ANDRADE, Fabio Junior. **O ensino de sistemas de equações lineares por meio da resolução de problemas**. 2013. 114 f. Dissertação de mestrado profissional em matemática - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000186402>.

ARANGO, Juan; GAVIRIA, Diana; VALENCIA, Alejandro. Differential Calculus Teaching through Virtual Learning Objects in the Field of Management Sciences. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 176, p. 412–418, 20 fev. 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042815005273>. Acesso em: 14 fev. 2018.

ARAÚJO, Everton Alves De. **Proposta de ensino do cálculo diferencial e integral no ensino médio via GeoGebra**. 2015. 141 f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Vale do São Franscisco, 2015. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=78087>. Acesso em: 6 dez. 2018.

BRAGAGNOLLO, Karina, Fonseca. **Discussões e produções dos participantes da 12ª edição do curso de GeoGebra relacionadas ao Teorema de Pitágoras**. 2018. 56 f. Trabalho de conclusão de curso – Universidade do Estado de Mato Grosso, Barra do Bugres – MT, 2018.

BACCARIN, Fábio Luiz. **Conjuntos infinitos e suas surpresas: uma sequência de atividades**. 2013. 87 f. Dissertação de mestrado - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEL_bf690b710f98f86b883332b81c482c86>.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; ESPÓSITO. **Pesquisa Qualitativa em Educação**. 4ed. ed. Piracicaba: BICUDO, M. A. V., ESPÓSITO, V.H.C. (orgs.). Pesquisa qualitativa em educação. Piracicaba: Unimep, 1994., 1994.

BIZELLI, Maria Helena S. S; BARROSO Sidineia; FISCARELI Silvio Henrique. **Cálculo online: uma nova perspectiva para o ensino de cálculo diferencial e integral**. 2011, Água de Lindoia: [s.n.], 2011. p. 11. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/139612>. Acesso em: 16 fev. 2018.

BORTOLOSSI, Humberto José. Criando conteúdos educacionais digitais interativos em matemática e estatística com o uso integrado de tecnologias: *GeoGebra, JavaView, HTML, CSS, MathML e JavaScript*. **1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra.** ***ISSN 2237- 9657, pp.XXVIII - XXXVI, 2012***. Disponível em: < http://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/8823 > acesso 26/08/2019.

BORTOLOSSI, Humberto José. O uso do *software* gratuito *GeoGebra* no ensino e na aprendizagem de estatística e probabilidade**. VIDYA, v. 36, n. 2, p. 429-440, jul./dez., 2016 - Santa Maria, 2016**. ISSN 2176-4603. Disponível em: < https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/1804 > acesso 26/08/2019.

CALIGARIS, Marta Graciela; SCHIVO, María Elena; ROMITI, María Rosa. Calculus & GeoGebra, an Interesting Partnership. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 174, p. 1183–1188, 12 fev. 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042815007879>. Acesso em: 14 fev. 2018.

CODATO SEGURA, Claudia Santos. **Releitura de obras de arte pelo viés da Geometria Analítica: uma proposta interdisciplinar para o ensino da matemática**. 2013. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/fevereiro2016/fisica_dissertacoes/segura_claudia_sc_me_2013.pdf>.

CUNHA, Luiz Gonzaga Alves Da; LAUDARES, João Bosco. **O comportamento de funções com o estudo de derivadas por sequências didáticas em objeto de aprendizagem.** *VIDYA*, v. 37, n. 2, p. 397–416, 14 nov. 2017. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/2102>. Acesso em: 16 fev. 2018.

DALL'ANESE, Claudio. **Conceito de derivada: uma proposta para seu ensino e aprendizagem**. 2000. 140 f. Dissertação de mestrado - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/PUC_SP-1_20530e207bef2680bd734386786ee6f1>. Acesso em: 15 out. 2018.

DANTAS, Sergio Carazedo. **Design, implementação e estudo de uma rede sócio profissional online de professores de Matemática.** 2016. 232 f. Tese de Doutorado - Universidade Estadual Paulista, INstituto de Geociências e Ciências Exatas, 2016. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/136324>.

DANTAS, Sérgio Carrazedo; FERREIRA, Guilherme Francisco; PAULO, João Pedro Antunes De. Uma noção de interação colaborativa elaborada à luz do modelo de campos semânticos e da teoria da atividade. **Revista Paranaense de Educação Matemática,** v. 5, n. 8, p. 213–236, 1992. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1232>. Acesso em: 15 maio 2018.

DANTAS, Sérgio Carrazedo; LIMA, Daiane Gisele. **Fóruns online como um lugar de interações e de produções de conhecimento,** 2019, 15 f. XV Encontro paranaense de educação matemática. Londrina – PR. 10 a 12 de outubro de 2019.

FARIAS, Maria Margarete do Rosário [UNESP]. **Introdução a noções de cálculo diferencial e integral no ensino médio no contexto das TIC: implicações para prática do professor que ensina matemática**. 2014. 292 p.: il. + 1 DVD-Rom f. Tese de doutorado -Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/132207>. Acesso em: 16 fev. 2018.

FERREIRA, Antonio de Jesus de Sousa. **Cálculo Diferencial e Integral uma proposta para o Ensino Médio.** 2016. 112 f. Dissertação de mestrado profissional - Universidade Federa do Maranhão, 2016. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=73265>. Acesso em: 9 dez. 2018.

FERREIRA, Luciano. **Uma proposta de ensino de geometria hiperbólica: "construção do plano de Poincaré" com uso do software GeoGebra**. 2011. 290 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Estadual de Maringá, Maringá, 2011. Disponível em: <http://www.dma.uem.br/igi/arquivos/artigo1.pdf>.

FREITAS, Basílio Alves. **Introdução à geometria euclidiana axiomática com o GeoGebra**. 2013. 61 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) Universidade Federal de Juiz de Fora, 2013., 2013. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFJF_de88fe8333e8007da5f4d1c8c0c772dd>. Acesso em: 17 dez. 2018.

FREITAS, Elizomilson Fonseca. **Um estudo sobre funções afim e quadrática e métodos algébricos e geométricos para solução de equações do 1º e 2º graus**. 2016. 137 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2016. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/19300>. Acesso em: 17 dez. 2018.

GAGLIORI, Maryna Aparecida. **Derivada como taxa de variação: uma abordagem com base no currículo do ensino médio**. 2015. 142 f. Dissertação de mestrado profissional - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica, Campinas, SP, 2015.

GARNICA, Antonio Vicente Maraffioti; PEREIRA Maria Eliza. A pesquisa em Educação Matemática no Estado de São Paulo: um possível perfil. **Bolema - Boletim de Educação Matemática - Rio Clar**o, v. 12, p. 59–74, 1997.

GARNICA, Antonio Vicente Maraffioti. Filosofia da educação matemática: algumas ressignificações e uma proposta de pesquisa. In: IN M. A. BICUDO (ED.), PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PERSPECTIVAS (PP. 5974). SÃO PAULO: EDITORA UNESP. 2 (Org.). . **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.** [S.l.]: In M. A. Bicudo (Ed.), Pesquisa em educação matemática: Concepções e perspectivas (pp. 5974). São Paulo: Editora UNESP. 2, 1999. p. 59–74.

GIROTTO, Naiara. **O desenvolvimento de hábitos de pensamento: um estudo de caso a partir de construções geométricas no GeoGebra**. 2016. 111 f. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

GODINHO, Leandro Machado. **Cálculo no ensino médio: uma proposta para o ensino de derivada na primeira série**. 2014. 90 f. Dissertação de mestrado - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=934>. Acesso em: 6 dez. 2018.

GONÇALVES, Daniele Cristina; REIS, Frederico da Silva. Atividades investigativas de aplicações das derivadas utilizando o GeoGebra**. Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 46, p. 417–432, ago.

2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2013000300006&lng=pt&tlng=pt>. Acesso em: 15 fev. 2018.

GONÇALVES, William Vieira [UNESP]. **O transitar entre a Matemática do Matemático, a Matemática da Escola e a Matemática do GeoGebra: um estudo de como professores de Matemática lidam com as possibilidades e limitações do GeoGebra.** 2016. 240 f. Tese de doutorado - Faculdade de Ciências, Campus de Bauru, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/143951>.

GRANDE, André Lúcio. **Um estudo epistemológico do Teorema Fundamental do Cálculo voltado ao seu ensino.** 2013. 324 f. Tese de doutorado - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2013. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10979>. Acesso em: 15 out. 2018.

LADISLAU, Carlos Cley Evangelista. **Noções de cálculo diferencial no ensino médio**. 2014. 90 f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Vale do São Franscisco, 2014. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=237>. Acesso em: 6 dez. 2018.

LAVE, J.; WENGER, E. *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LIMA, Gabriel Loureiro De; BIANCHINI, Barbara Lutaif; GOMES, Eloiza. ***Cálculo e análise: mapeamento das pesquisas do GT04 - Educação Matemática no Ensino Superior. VIDYA***, v. 37, n. 2, p. 317–334, 14 nov. 2017. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/2009>. Acesso em: 16 fev. 2018.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ Joaquim. **Perspectivas em aritimética e álgebra para o século XXI**. [S.l: s.n.], 1997.

LINS, Romulo Campos. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. In: CORTEZ (Org.). . **Educação Matemática: perspectiva em movimento/ Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Marcelo de Carvalho Borba, (organizadores)**. 4 ed ed. São Paulo: [s.n.], 2012. p. 101–131.

LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo. UNESP ed. [S.l: s.n.], 1999. p. 75–94.

LOVIS, Karla Aparecida. **Geometria Euclidiana e Geometria Hiperbólica em um Ambiente de Geometria Dinâmica: o que pensam e o que sabem os professores**. 2009. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009. Disponível em: <http://nou-rau.uem.br/nou-rau/document/?code=vtls000180879>.

LOPES, Maria Maroni. **Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria Usando o Software GeoGebra**. Boletim de Educação Matemática, vol. 27, núm. 46, agosto, 2013, pp. 631-644 Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Rio Claro, Brasil Disponível em:< http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291229373019 > ISSN 0103-636X

MARTINS JÚNIOR, José Cirqueira. **Ensino de derivada em cálculo I: aprendizagem a partir da visualização com uso do geogebra.** 2015. 123 f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Ouro Preto, 2015. Disponível em: <http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes_2015/Jose Cirqueira Martins Junior.pdf>. Acesso em: 26 fev. 2018.

MATOS, Leozart da Silva. **Compreensões sobre derivada e integral com o uso de um cas on line: um estudo com alunos do terceiro ano do ensino médio**. 2013. 154 f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, ICE – Instituto de Ciências Exatas, 2013. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFJF_c615af3369aa8138c43a5ec5872bcaf6>. Acesso em: 15 out. 2018.

MOD, Luiz Felipe Araujo. **O objeto matemático triângulo em teoremas de Regiomontanus: um estudo de suas demonstrações mediado pelo Geogebra**. 2016. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/19669>. Acesso em: 17 dez. 2018.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva.** 2. ed. [S.l: s.n.], 2011.

MOTA, Janaina Oliveira. **Derivadas no ensino médio: reflexões e propostas**. 2014. 48 f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Sergipe, 2014. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=739>. Acesso em: 9 dez. 2018.

MISKULIN, R. G. S.; SILVA, M. R. C.; ROSA, M. **Comunidade virtual como lócus do resgate da cultura docente: contribuições para a formação continuada do professor de Matemática**. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Curitiba. Anais... Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2006. p. 1-12.

MISKULIN, R.G.S; SILVA, M.R.C; ROSA, M. **Formação continuada de professores de matemática: O desenvolvimento de comunidades de prática baseadas na tecnologia**. Revista Iberoamericana de Tecnologia em Educación y Educación em Tecnología. n.3, p. 63-69, 2009.

NUMER, Francine Mirele; JUSTO Dagoberto Adriano Rizzotto. **Problemas de máximos e mínimos com o auxílio do software GeoGebra e conhecimento de derivadas**. *Repositório Digital UFRGS LUME*. [S.l: s.n.], 2015. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/134098>. Acesso em: 16 fev. 2018.

OLIVEIRA, Ricardo Augusto De *et al.* **O uso do Geogebra para o ensino de cálculo diferencial e integral, um mapeamento de suas publicações.** *Revista Thema*, v. 15, n. 2, p. 466–484, 20 maio 2018. Disponível em: <http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/892>. Acesso em: 2 jun. 2018.

OLIVEIRA, Wander De. **Matemática e música: interdisciplinaridade no ensino da trigonometria e uma proposta de atividades para sala de aula**. 2015. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) e Estadual de Londrina, Londrina, 2015. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEL_19d69f74eedfad00bb9f76a7c6ceec7d>. Acesso em: 5 out. 2018.

OLIVEIRA, Ricardo Augusto, GONÇALVES, William Vieira, PIASON, Diego. O uso do *GeoGebra* para o ensino de cálculo diferencial e integral, um mapeamento de suas publicações. Revista Thema, v. 15, n. 2, 2018, p. 466 a 484. Disponível em < http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/892/817> acesso 20/08/2019.

OLIVEIRA, Ricardo Augusto, GONÇALVES, William Vieira. O uso do *software GeoGebra* no ensino de derivada na formação inicial de professores de matemática: um mapeamento de suas publicações. Revista Thema, v. 16, n. 2, 2019, p.331-345. Disponível em < http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1123/1157> acesso 20/08/2019.

OLIVEIRA, Ricardo Augusto, GONÇALVES, William Vieira. Demonstrações com *GeoGebra* como atividades de ensino de matemática. Revista Thema, v. 16, n. 1, 2019, p.149-162. Disponível em < http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1119/1066> acesso 20/08/2019.

OLIVEIRA, Ricardo Augusto, GONÇALVES, William Vieira. OBJETOS DE APRENDIZAGEM E O ENSINO DE DERIVADA. Revista CoInspiração, v. 2, n. 1, 2019, p. 127-51. Disponível em < http://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/index.php/coinspiracao/article/view/48>, acesso 20/08/2019.

PAES, Liliam Aparecida Alves. **Números complexos: uma proposta didática baseada na modelagem matemática e em contextos históricos**. 2013. 83 f. Dissertação de mestrado - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEL_8bd672760c64ba7e53a3879d3e519b07>. Acesso em: 5 out. 2018.

PALANCH, Wagner Barbosa de Lima. **Mapeamento de pesquisas sobre currículos de Matemática na Educação Básica Brasileira.** 2016. 297 f. Tese Doutorado em Educação Matemática - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2016. (1987 a 2012), 2016. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/18953>.

PEREIRA, Alceu Sergio. **Fractais circulares: algumas considerações e atividades**. 2013. 81 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000183314>.

PEREIRA, Patrícia Aparecida Caldana. **Tarefas para as aulas de cálculo diferencial e integral implementadas com o Geogebra no contexto da cinemática**. 2016. 68 f. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016. Disponível em: <http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/7412>. Acesso em: 16 fev. 2018.

PINTO, Prietsch Wendt Silva. **Ensino e aprendizagem de derivada na educação matemática a distância por meio da metodologia da resolução de problemas**. 2010. 130 f. Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática - Universidade Franciscana, 2010. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFN-1_4c26efae0b07ae1159bd7b84b2d08d53>. Acesso em: 15 out. 2018.

PINTO, Rieuse Lopes. **Definições matemáticas sobre funções e suas derivadas como um eixo de discussão para o ensino e a aprendizagem do cálculo**. 2014. 143 f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFOP_d9e67c05388e1f0c5709c14405bddf9c>. Acesso em: 15 out. 2018.

RACHELLI, Janice. **Compreensão dos conceitos de derivada clássica e derivada fraca: análise segundo o modelo cognitivo APOS**. 2017. 294 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria - RS, 2017. Disponível em: <http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/601>. Acesso em: 15 out. 2018.

REZENDE, Wandeley Moura; PESCO, Dirceu Uesu; BORTOLOSSI, Humberto José. Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do *GeoGebra*. **1ª. Conferência Latino Americana de *GeoGebra***. ISSN 2237-9657, pp.74 - 89, 2012. Disponívem em: < https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8370 > acesso 26/08/2019.

RIBEIRO, Denylson da Silva Prado. **Cálculo diferencial de funções polinomiais no ensino médio com o uso do geogebra: fundamentação teórica e suas aplicações.** 2016. 64 f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal Rural do Semi Árido, 2016. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=76090>. Acesso em: 6 dez. 2018.

RIBEIRO, Helena Corrêa. **Cálculo: uso de recursos computacionais para inserir conceitos de limites, derivadas e integrais no ensino médio.** 2018. 98 f. Dissertação de mestrado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná em Curitiba, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150640701>. Acesso em: 6 dez. 2018.

RICALDONI, Márcio Augusto Gama. **Construção e interpretação de gráficos com o uso de softwares no ensino de cálculo: trabalhando com imagens conceituais relacionadas a derivadas de funções reais**. 2014. 112 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática. 2014. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/3563>. Acesso em: 24 abr. 2018.

RICHITI, Andriceli. Formação de Professores de Matemática da Educação Superior e as Tecnologias Digitais: aspectos do conhecimento revelados no contexto de uma comunidade de prática online, 2015. 286 f. Tese de doutorado – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2015.

SANTOS, Marcelo de Souza. **Um estudo sobre a introdução de conceitos de cálculo no Ensino Médio**. 2012. 93 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/66867>. Acesso em: 16 fev. 2018.

SILVA, Armando Paulo da [UNESP]. **A modalidade EaD semipresencial e a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.** 2017. 227 f. Tese de doutorado - Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/148813>. Acesso em: 16 fev. 2018.

SILVA, Antonio Jose Da. **Noção de limite de funções reais e GeoGebra : um estudo em epistemologia genética**. 2017. 221 f. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação., 2017. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/158305>. Acesso em: 16 fev. 2018.

SILVA, Daniele da Cunha. **Modelagem matemática no processo de ensino e aprendizagem de números complexos: uma proposta didática**. 2013. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEL_cd1b9125824765853557c6cca54dccdc>.

SILVA, Edina Lucia da; MENEZES Estera Muszkat. **Metodologia de pesquisa e elaboração de dissertação**. 3ed. ed. [S.l.]: Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001.

SILVA, Luiz Fernando. **Usando o software Geogebra para explorar funções exponenciais e logarítmicas: uma proposta de aplicações.** 2013. 43 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/fevereiro2016/matematica_dissertacoes/dissertacao_luiz_fernando_silva.pdf>.

SIMÕES, Alexandre Calligaris [UNESP]. **Calculando área sob gráficos de funções.** 2014. 45 f. : il. f. Dissertação de Mestrado apresentada junto a Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Campus de Rio Claro - Universidade Estadual Paulista. Instituto de

Geociências e Ciências Exatas. Câmpus de Bau, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/108818>. Acesso em: 16 fev. 2018.

VARGAS, Anderson Reis De. **O teorema de Miquel revisitado por Clifford**. 2016. 64 f. Dissertação (Mestrado) Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2016. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=94123>. Acesso em: 17 dez. 2018.

ZANDONADI, Ednilson Carlos. **Aplicação do software Geogebra no ensino de funções exponenciais e logarítmicas.** 2013. 75 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=46885>.

ZANELLA, Idelmar André. **Geometria esférica: uma proposta de atividades com aplicações**. 2013. 129 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000183037>.

APÊNDICE I

Quadro de identificação e descrição das interações

Nº	Edição	Módulo	Assuntos do módulo	Atividade postada	Link	Nº de participantes	Código da atividade: edição-módulo-ordem	Construção resultante:
1	**13**	4	Funções; funções e planilhas; funções com controles deslizantes.	Achando com o GeoGebra o volume máximo de uma caixa sem tampa e analisando geometricamente.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=15565#p806433	3	13-4-1	CS
2	**13**	4	Funções; funções e planilhas; funções com controles deslizantes.	Encontre os pontos sobre a curva $y = x^4 - 6x^2 + 4$, onde a reta tangente é horizontal.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=15578#p81184	2	13-4-2	CS
3	**13**	4	Funções; funções e planilhas; funções com controles deslizantes.	Sendo C=(x0, f(x0)) e E=(x, f(x)), provar que a derivada no ponto x0 é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico f no ponto de abscissa x0.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=15331#p80345	7	13-4-3	CS
4	**13**	4	Funções; funções e planilhas; funções com controles deslizantes.	Interpretação geométrica da Derivada.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=15408#p81655	5	13-4-4	AI

5	**13**	4	Funções; funções e planilhas; funções com controles deslizantes.	Limites laterais e continuidade.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=15334#p81222	6	13-4-5	CS-AI-ACS
6	**12**	3	Funções.	Qual o ponto de interseção da função f(x)=ax²bx+c com a sua Derivada?	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=12072#p63526	6	12-3-1	CS
7	**12**	3	Funções.	Gráfico das funções.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=12085	3	12-3-2	CS
8	**12**	3	Funções.	Função.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=12080	2	12-3-3	CS
9	**12**	4	Janela de visualização, formas de revolução, planilhas.	Plano tangente a uma superfície.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=12545#p64196	2	12-4-1	ACS-CS.
10	**12**	5	Comandos e comando sequência.	Raiz de uma Função.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=13163	3	12-5-1	CS
11	**12**	6	Planilhas, construção com planilhas, como modificar janela de álgebra.	Função afim.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=13295#p68151	5	12-6-1	CS-ACS
12	**12**	6	Planilhas, construção com planilhas, como	Tarefa 6 – Função de 3º grau.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=13433	4	12-6-2	CS

			modificar janela de álgebra.					
13	**11**	2	Polígonos, isométrica, objetos e suas propriedades.	Derivadas (diferencial).	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=9642	3	11-2-1	CS
14	**11**	3	Funções.	Introdução a Derivadas/tangente.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=9919	3	11-3-1	CS
15	**11**	3	Funções.	Limites e Derivadas de funções por gráfico.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=9960	4	11-3-2	CS-ACS
16	**11**	3	Funções.	Limites laterais e Derivada no ponto.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=9787	5	11-3-3	CS
17	**11**	3	Funções.	Máximo e Mínimo.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=9745	7	11-3-4	CS
18	**11**	3	Funções.	Reta tangente ao gráfico de f.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=9962	2	11-3-5	CS
19	**11**	3	Funções.	Reta tangente.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10005	3	11-3-6	CS

20	**11**	4	Janela de visualização e formas de revolução.	Cilindro curva parametrizada sobre o cilindro e reta tangente a um ponto dessa curva.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10122	4	11-4-1	CS
21	**11**	4	Janela de visualização e formas de revolução.	Área de superfície de revolução.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10084	3	11-4-2	CS
22	**11**	5	Comandos e construção de objetos, mosaico.	Derivada e integral de uma função.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10430	4	11-5-1	CS
23	**11**	5	Comandos e construção de objetos, mosaico.	Método de Newton para extrair raiz quadrada.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10664	5	11-5-2	CS
24	**11**	5	Comandos e construção de objetos, mosaico.	Integral definida.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10629	2	11-5-3	CS
25	**11**	5	Comandos e construção de objetos, mosaico.	Bola “Quicando”.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10418	3	11-5-4	CS
26	**11**	6	Planilhas, construção com planilhas, como modificar janela de álgebra.	Aproximação do Gráfico da função Quadrática por Segmentos.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10909	3	11-6-1	CS
27	**11**	6	Planilhas, construção com planilhas, como modificar janela de álgebra.	Derivada como inclinação da reta tangente.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10818#p55228	4	11-6-2	CS

28	**11**	6	Planilhas, construção com planilhas, como modificar janela de álgebra.	Demonstração da Derivada da função seno.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10797#p55144	4	11-6-3	CS
29	**11**	6	Planilhas, construção com planilhas, como modificar janela de álgebra.	Jogo de função do 2º grau (destrua o castelo).	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10700	9	11-6-4	CS
30	**11**	6	Planilhas, construção com planilhas, como modificar janela de álgebra.	Método de Newton Rapshson.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10680	8	11-6-5	CS
31	**11**	6	Planilhas, construção com planilhas, como modificar janela de álgebra.	Valor numérico de uma equação em conjunto com uma planilha.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10910	5	11-6-6	CS
32	**11**	Sala café	Bate papo	Curva em coordenada polar feita na planilha com as projeções Px e Py e um contador n ângulos.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=10705	3	11-6-7	CS
33	**10**	2	Polígonos, isometria, objetos, círculos e setores.	Inclinação da reta tangente.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7536#p36063	3	10-2-1	CS
34	**10**	3	Funções.	Otimização em economia.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7908#p37348	4	10-3-1	CS
35	**10**	3	Funções.	Problema da tangente a uma curva.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7631#p37401	3	10-3-2	CS

36	**10**	3	Funções.	Visualização de domínios.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7898	5	10-3-3	CS
37	**10**	3	Funções.	Área máxima.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7741	3	10-3-4	CS
38	**10**	3	Funções.	Dado o gráfico como calcular o sinal dos coeficientes, o zero da função e Máximo e Mínimo.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7806	2	10-3-5	CS
39	**10**	3	Funções.	Exercício OBMEP.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7873	5	10-3-6	CS
40	**10**	3	Funções.	Determinar múltiplo de Funções e encontrar os extremos da função.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7671	6	10-3-7	CS
41	**10**	3	Funções.	Pitágoras em 3D.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7645	8	10-3-8	CS
42	**10**	3	Funções.	Função quadrática.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7750	7	10-3-9	CS
43	**10**	3	Funções.	Função 2º grau.	https://ogeogebra.com.br/curso/mo4d/forum/discuss.php?d=7903	4	10-3-10	CS

44	**10**	3	Funções.	Valor máximo da função.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7678#p37560	5	10-3-11	CS
45	**10**	7	Parábola, elipse, hipérbole, lugar geométrico, que construção é possível com o *GeoGebra*?	Reta tangente a um gráfico.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=8885#p42836	3	10-7-1	CS
46	**10**	7	Parábola, elipse, hipérbole, lugar geométrico, que construção é possível com o *GeoGebra*?	Vértice da parábola.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=7775#p36791	4	10-7-2	CS
47	**9**	3	Funções.	Equação da reta tangente à curva.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=5716#p25666	3	9-3-1	CS-ACS
48	**9**	3	Funções.	Estudo do conceito de Diferencial.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=5596#p25840	5	9-3-2	CS
49	**9**	3	Funções.	Funções polinomiais.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=5626#p26278	4	9-3-3	CS
50	**9**	3	Funções.	Teorema do valor médio.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=5648#p25889	3	9-3-4	CS

51	**9**	4	Janela de visualização, formas de revolução.	Plano tangente ao gráfico.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=5935#p27164	5	9-4-1	CS-ACS
52	**9**	4	Janela de visualização, formas de revolução.	Reta tangente a função de várias variáveis.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=5896#p26906	2	9-4-2	CS-ACS
53	**9**	4	Janela de visualização, formas de revolução.	Teorema de Van de Berg.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=5871#p26525	3	9-4-3	CS
54	**9**	4	Janela de visualização, formas de revolução.	Plano tangente ao gráfico.	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=5935	5	9-4-4	CS
55	**9**	5	Comandos do *GeoGebra*.	Máximo e mínimo de uma função.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=6205#p28476	6	9-5-1	CS
56	**9**	7	Parábola, elipse. Lugar geométrico, novas ferramentas.	Derivada em X^2	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=6688#p31428	5	9-7-1	CS
57	**9**	7	Parábola, elipse. Lugar geométrico, novas ferramentas.	Parábola	https://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=6718	2	9-7-2	AI-ACS
58	**8**	1	Linhas e retas, interfaces do *GeoGebra*.	Funções definidas por várias sentenças.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=2774#p11944	5	8-1-1	AI-ACS

59	**8**	4	Funções.	Distância máxima e altura máxima.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=3707#p17409	4	8-4-1	CS
60	**8**	4	Funções.	Função log.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=3645#p17163	10	8-4-2	CS
61	**8**	4	Funções.	Função polinomial.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=3598#p17048	11	8-4-3	AI
62	**8**	4	Funções.	Gráficos de x^2 e sqrt(x)	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=3731#p17743	4	8-4-4	CS
63	**8**	4	Funções.	Interpretação geométrica da Derivada.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=3499#p16845	6	8-4-5	CS
64	**8**	4	Funções.	Reta tangente.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=3659#p17067	2	8-4-6	CS
65	**8**	4	Funções.	Visualizando o gráfico de uma função f(x) e suas Derivadas.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=3660#p17527	4	8-4-7	CS
66	**8**	4	Funções.	Construindo gráficos de funções.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=3588#p16720	4	8-4-8	CS

67	**8**	5	Comandos e comando sequência.	Derivação de um polinômio.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=3854#p18362	3	8-5-1	CS
68	**7**	3	Funções.	Gráfico de funções e suas Derivadas.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=1819#p8443	6	7-3-1	CS
69	**7**	3	Funções.	Tarefa 3 - Explorar o conceito, por meio da derivada da função num ponto da equação da reta que tangencia o gráfico de uma função no ponto $(x_0, f(x_0))$.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=1861#p8578	2	7-3-2	CS
70	**6**	4	Comandos, arco, círculo, trigonométrico, planilhas, novas ferramentas.	Funções Derivadas.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=429#p2669	9	6-4-1	AI
71	**6**	5	Comandos, comando sequência.	Aplicações de Derivadas.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=663#p3244	2	6-5-1	CS-ACS
72	**6**	5	Comandos, comando sequência.	Derivada de uma função 2.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=665#p3239	2	6-5-2	CS
73	**6**	5	Comandos, comando sequência.	Derivada de uma função.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=651#p3224	3	6-5-3	CS

74	**6**	5	Comandos, comando sequência.	Extremos y puntos de inflexión.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=630#p3090	2	6-5-4	AI
75	**6**	5	Comandos, comando sequência.	Função.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=627#p3303	4	6-5-5	CS-ACS
76	**6**	5	Comandos, comando sequência.	Comandos2.	http://ogeogebra.com.br/curso/mod/forum/discuss.php?d=700#p3358	2	6-5-6	CS

Legenda: Autor refaz a atividade devido às interações na forma textual (**AI**); Outros postam construções como sugestões (**CS**); Autor melhora com base nas construções sugeridas (**ACS**); Interagiu com as respostas na forma de texto sem nova construção (**IT**).

APÊNDICE II

Quadro de representações das direções dos discursos/dinâmica de produção com *GeoGebra* e sua frequência

Relação atividade/Dinâmicas de produção com *GeoGebra*.			
Interação	**Direções/atividades**	**Dinâmica de produção com GeoGebra**	**Frequência**
6º edição tarefa 5 - Derivada de uma função.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	IT-CS	16
8º edição tarefa 4 – Visualizando o gráfico de uma função f(x) e suas Derivadas.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
8º edição tarefa 4 – Gráfico de x^2 e sqrt(x)	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
8º edição tarefa 4 – Função log.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
8º edição tarefa 4 – Distância máxima e altura máxima.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
10º edição tarefa 3 - Vértice da parábola.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
8º edição tarefa 4 - Raízes de Polinômio até o 4º grau.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
10º edição tarefa 3 - Dado o gráfico como calcular o sinal dos coeficientes, o zero da função e Máximo e Mínimo.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
11º edição tarefa 3 - Máximo e Mínimo.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
11º edição tarefa 6 - Valor numérico de uma equação em conjunto com uma planilha.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
13º edição tarefa 4 – Área da caixa.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
13º edição tarefa 4 – Visualização de curvas de nível – paraboloide elíptico.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
6º edição tarefa 5 - Derivada de uma função 2.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
9º edição tarefa 3 - Funções polinomiais.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
13º edição tarefa 4 – Tarefa 4 Reta tangente.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		

10º edição tarefa 3 - Visualização de domínios.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
8º edição tarefa 4 – Função polinomial.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	IT-AI	4
8º edição tarefa 1 – Funções definidas por várias sentenças.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
13º edição tarefa 7 – Programa Bhaskara.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
13º edição tarefa 4 – Noção de função e aplicações.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
6º edição tarefa 5 - Aplicações de Derivadas.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	IT-ACS-CS	2
9º edição tarefa 4 - Plano tangente ao gráfico.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
9º edição tarefa 5 - Máximo e Mínimo de uma função.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	CS	7
10º edição tarefa 3 - Determinar múltiplo de funções e encontrar os extremos da função.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
10º edição tarefa 3 - Função 2º grau.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
12º edição tarefa 5 - Raiz de uma função.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
11º edição tarefa 5 - (Opção1) Derivada e Integral de uma função.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
8º edição tarefa 4 – Construindo gráfico de funções.	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
11º edição tarefa 6 - Jogo de função do 2º grau (destrua o castelo).	Estudo do comportamento do gráfico de funções		
12º edição tarefa 3 – Gráfico de funções.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	AI-CS-IT	1
6º edição tarefa 5 - *Extremos y puntos de inflexión.*	Estudo do comportamento do gráfico de funções	AI	1
13º edição tarefa 4 – Limites laterais e Continuidades.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	CS-AI-ACS	1
12º edição tarefa 6 - Função afim.	Estudo do comportamento do gráfico de funções	CS-ACS	1
9º edição tarefa 4 - Reta tangente à Função de várias variáveis.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	IT-CS-ACS	2
10º edição tarefa 3 – Pitágoras em 3D.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		

9º edição tarefa 4 - Teorema de Van der Berg.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	IT-CS	12
10º edição tarefa 3 - Exercício OBMEP.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
11º edição sala café - Curva em coordenada polar feita na planilha com as projeções Px e Py e um contador n ângulos.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
11º edição tarefa 6 - Método de Newton Rapshson.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
12º edição tarefa 3 – Função.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
9º edição tarefa 3 - Teorema do valor médio.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
10º edição tarefa 3 - Valor Máximo da Função.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
10º edição tarefa 3 - Otimização em economia.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
11º edição tarefa 6 - Demonstração da Derivada da função seno.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
13º edição tarefa 4 – Achando com o *GeoGebra* o volume máximo de uma caixa sem tampa e analisando geometricamente.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
8º edição tarefa 3 - Cálculo de área máxima de um terreno retangular	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
10º edição tarefa 3 - Área Máxima.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.		
11º edição tarefa 5 - Opção 1. Integral definida.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	AI	1
10º edição tarefa 3 - Função quadrática.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	CS-IT-AI	1
11º edição tarefa 4 - Cilindro curva parametrizada sobre o cilindro e reta tangente a um ponto dessa curva.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	AI-IT	1
11º edição tarefa 4 - Área de superfície de revolução.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	IT-AI-CS-ACS	1
12º edição tarefa 4 - Plano tangente á uma superfície.	Aplicação ou uso da Derivada para resolução de atividades.	ACS-CS.	1
11º edição tarefa 3 - Introdução a Derivadas/tangente.	Estudo conceitual.	IT-CS	13

6º edição tarefa 5 - Comandos 2.	Estudo conceitual.		
6º edição tarefa 4 - Funções/Derivadas.	Estudo conceitual.		
8º edição tarefa 4 - Interpretação geométrica da Derivada.	Estudo conceitual.		
9º edição tarefa 7 - Derivada em x^2.	Estudo conceitual.		
10º edição tarefa 2 - Inclinação da reta tangente.	Estudo conceitual.		
10º edição tarefa 3 - Problema da tangente a uma curva.	Estudo conceitual.		
11º edição tarefa 2 - Derivadas (diferencial).	Estudo conceitual.		
11º edição tarefa 5 - Método de Newton para extrair raiz quadrada.	Estudo conceitual.		
11º edição tarefa 6 - Derivada como inclinação da reta tangente.	Estudo conceitual.		
8º edição tarefa 4 – Reta Tangente.	Estudo conceitual.		
9º edição tarefa 3 - Estudo do conceito de diferencial.	Estudo conceitual.		
9º edição tarefa 7 – Parábola.	Estudo conceitual.		
11º edição tarefa 3 - Limites e Derivadas de funções por gráfico.	Estudo conceitual.	IT-CS-AI	1
13º edição tarefa 4 – Área entre duas funções.	Estudo conceitual.	AI-CS-IT	1
6º edição tarefa 5 - Função.	Estudo conceitual.	IT-CS-ACS	1
11º edição tarefa 6 - Aproximação do gráfico da função quadrática.	Estudo conceitual.	CS	1
13º edição tarefa 4 – Interpretação geométrica da Derivada.	Estudo conceitual.	AI-IT	1
7º edição tarefa 3 - Tarefa 3. Explorar o conceito, por meio da derivada da função num ponto da equação da reta que tangencia o gráfico de uma função no ponto (x_0, $f(x_0)$).	Operacionalização de exercícios ou atividades.	IT-CS	6

11º edição tarefa 3 - Limites laterais Derivada no ponto.	Operacionalização de exercícios ou atividades.		
7º edição tarefa 3 - Gráfico de funções e sua Derivada.	Operacionalização de exercícios ou atividades.		
10º edição tarefa 7 - Reta tangente a um gráfico.	Operacionalização de exercícios ou atividades.		
13º edição tarefa 4 – Derivada no ponto.	Operacionalização de exercícios ou atividades.		
11º edição tarefa 5 - Bola “Quicando”.	Operacionalização de exercícios ou atividades.		
9º edição tarefa 3 - Equação da reta tangente à curva.	Operacionalização de exercícios ou atividades.	IT-CS-ACS	1
8º edição tarefa 5 – Derivada de um Polinômio.	Operacionalização de exercícios ou atividades.	CS	4
11º edição tarefa 3 - Reta tangente ao gráfico de f.	Operacionalização de exercícios ou atividades.		
11º edição tarefa 3 - Reta tangente.	Operacionalização de exercícios ou atividades.		
12º edição tarefa 3 - Qual o ponto de interseção da função f(x)=AX^2+BX+C com a sua Derivada?	Operacionalização de exercícios ou atividades.		

APÊNDICE III

Quadro relação número de participantes/atividade desenvolvida/dinâmica de produção com construção de arquivos no *GeoGebra* resultante do processo.

Edição	**Módulo**	**Atividade postada**	**Nº de participantes**	**Construção resultante:**
13	4	Achando com o *GeoGebra* o volume máximo de uma caixa sem tampa e analisando geometricamente.	3	CS-TI
13	4	Reta tangente.	2	CS-IT
13	4	Derivada no ponto.	7	CS-IT
13	4	Interpretação geométrica da Derivada.	5	AI-IT
13	4	Área da caixa.	4	CS-IT
13	4	Visualização de curvas de nível – paraboloide elíptico.	4	CS-IT
13	4	Limites laterais e continuidade.	6	CS-AI-ACS
13	4	Noção de funções e aplicações.	3	AI-TI
13	4	Área entre duas funções	9	AI-CS-IT
13	7	Programa Bhaskara	16	IT-AI-
12	3	Qual o ponto de interseção da Função $f(x)=ax^2bx+c$ com a sua Derivada?	6	CS
12	3	Gráfico das funções.	6	AI-CS-IT
12	3	Função.	10	CS-IT
12	4	Plano tangente a uma superfície.	2	ACS-CS.

12	5	Raiz de uma função.	2	CS
12	6	Função afim.	5	CS-ACS
11	2	Derivadas (diferencial).	3	IT-CS
11	3	Introdução a Derivadas/tangente.	3	IT-CS
11	3	Limites e Derivadas de funções por gráfico.	4	IT-CS-AI
11	3	Limites laterais e Derivada no ponto.	5	IT-CS
11	3	Máximo e Mínimo.	7	IT-CS
11	3	Reta tangente ao gráfico de f.	2	CS
11	3	Reta tangente.	3	CS
11	4	Cilindro curva parametrizada sobre o cilindro e reta tangente a um ponto dessa curva.	5	AI-IT
11	4	Área de superfície de revolução.	8	IT-AI-CS-ACS
11	5	Derivada e integral de uma função.	4	CS
11	5	Método de Newton para extrair raiz quadrada.	5	CS-IT
11	5	Integral definida.	4	AI
11	5	Bola “Quicando”.	10	IT-CS
11	6	Aproximação do Gráfico da função Quadrática por Segmentos.	3	CS
11	6	Derivada como inclinação da reta tangente.	4	IT-CS
11	6	Demonstração da Derivada da função seno.	4	IT-CS

11	6	Jogo de função do 2º grau (destrua o castelo).	23	CS
11	6	Método de Newton Rapshson.	19	IT-CS
11	6	Valor numérico de uma equação em conjunto com uma planilha.	2	CS-IT
11	Sala café	Curva em coordenada polar feita na planilha com as projeções Px e Py e um contador n ângulos.	3	IT-CS
10	2	Inclinação da reta tangente.	3	IT-CS
10	3	Otimização em economia.	4	IT-CS
10	3	Problema da tangente a uma curva.	3	IT-CS
10	3	Visualização de domínios.	7	IT-CS
10	3	Área máxima.	4	IT-CS
10	3	Dado o gráfico como calcular o sinal dos coeficientes, o zero da função e Máximo e Mínimo.	7	CS-IT
10	3	Exercício OBMEP.	5	CS-IT
10	3	Determinar múltiplo de funções e encontrar os extremos da Função.	3	CS
10	3	Pitágoras em 3D.	8	IT-CS-ACS
10	3	Função quadrática.	4	CS-IT-AI
10	3	Função 2º grau.	6	CS
10	3	Valor máximo da função.	5	IT-CS
10	7	Reta tangente a um gráfico.	3	IT-CS
10	3	Vértice da parábola.	4	IT-CS
9	3	Equação da reta tangente à curva.	3	IT-CS-ACS

9	3	Estudo do conceito de Diferencial.	5	IT-CS
9	3	Funções polinomiais.	4	IT-CS
9	3	Teorema do valor médio.	3	IT-CS
9	4	Plano tangente ao gráfico.	5	IT-CS-ACS
9	4	Reta tangente a função de várias variáveis.	2	IT-CS-ACS
9	4	Teorema de Van de Berg.	3	IT-CS
9	5	Máximo e mínimo de uma função.	6	CS
9	7	Derivada em X^2	4	IT-CS
9	7	Parábola	3	IT-CS
8	1	Funções definidas por várias sentenças.	5	AI-IT
8	3	Cálculo de área máxima de um terreno retangular.	5	IT-CS
8	4	Distância máxima e altura máxima.	4	IT-CS
8	4	Função log.	10	IT-CS
8	4	Função polinomial.	11	IT-AI
8	4	Gráficos de x^2 e sqrt(x)	4	IT-CS
8	4	Interpretação geométrica da Derivada.	6	IT-CS
8	4	Reta tangente	2	IT-CS
8	4	Visualizando o gráfico de uma função f(x) e suas Derivadas.	4	IT-CS
8	4	Construindo gráficos de funções.	4	CS

8	4	Raízes de Polinômio até o 4º grau.	5	CS-IT
8	5	Derivada de um polinômio	3	CS
7	3	Gráfico de funções e suas Derivadas.	6	IT-CS
7	3	Tarefa 3 - Explorar o conceito, por meio da derivada da função num ponto da equação da reta que tangencia o gráfico de uma função no ponto (x_0, f(x_0)).	2	IT-CS
6	4	Funções Derivadas.	9	IT-AI
6	5	Aplicações de Derivadas.	2	IT-ACS-CS
6	5	Derivada de uma função 2.	2	IT-CS
6	5	Derivada de uma função.	3	IT-CS
6	5	Extremos y puntos de inflexión.	2	AI
6	5	Função.	4	IT-CS-ACS
6	5	Comandos2.	2	IT-CS

APÊNDICE IV

Quadro Atividades/construção resultante (dinâmicas de produção com *GeoGebra*).

Atividade postada/construção resultante.			
Edição	**Módulo**	**Atividade postada**	**Construção resultante:**
13	4	Achando com o *GeoGebra* o volume máximo de uma caixa sem tampa e analisando geometricamente.	CS-TI
13	4	Reta tangente.	CS-IT
13	4	Derivada no ponto.	CS-IT
13	4	Interpretação geométrica da Derivada.	AI-IT
13	4	Área da caixa.	CS-IT
13	4	Visualização de curvas de nível – paraboloide elíptico.	CS-IT
13	4	Limites laterais e continuidade.	CS-AI-ACS
13	4	Noção de funções e aplicações.	AI-TI
13	4	Área entre duas funções	AI-CS-IT
13	7	Programa Bhaskara	IT-AI-
12	3	Qual o ponto de interseção da Função $f(x)=ax^2bx+c$ com a sua Derivada?	CS
12	3	Gráfico das funções.	AI-CS-IT
12	3	Função.	CS-IT
12	4	Plano tangente a uma superfície.	ACS-CS.
12	5	Raiz de uma função.	CS
12	6	Função afim.	CS-ACS
11	2	Derivadas (diferencial).	IT-CS

11	3	Introdução a Derivadas/tangente.	IT-CS
11	3	Limites e Derivadas de funções por gráfico.	IT-CS-AI
11	3	Limites laterais e Derivada no ponto.	IT-CS
11	3	Máximo e Mínimo.	IT-CS
11	3	Reta tangente ao gráfico de f.	CS
11	3	Reta tangente.	CS
11	4	Cilindro curva parametrizada sobre o cilindro e reta tangente a um ponto dessa curva.	AI-IT
11	4	Área de superfície de revolução.	IT-AI-CS-ACS
11	5	Derivada e integral de uma função.	CS
11	5	Método de Newton para extrair raiz quadrada.	CS-IT
11	5	Integral definida.	AI
11	5	Bola “Quicando”.	IT-CS
11	6	Aproximação do Gráfico da Função Quadrática por Segmentos.	CS
11	6	Derivada como inclinação da reta tangente.	IT-CS
11	6	Demonstração da Derivada da função seno.	IT-CS
11	6	Jogo de função do 2º grau (destrua o castelo).	CS
11	6	Método de Newton Rapshson.	IT-CS
11	6	Valor numérico de uma equação em conjunto com uma planilha.	CS-IT

11	Sala café	Curva em coordenada polar feita na planilha com as projeções Px e Py e um contador n ângulos.	IT-CS
10	2	Inclinação da reta tangente.	IT-CS
10	3	Otimização em economia.	IT-CS
10	3	Problema da tangente a uma curva.	IT-CS
10	3	Visualização de domínios.	IT-CS
10	3	Área máxima.	IT-CS
10	3	Dado o gráfico como calcular o sinal dos coeficientes, o zero da função e Máximo e Mínimo.	CS-IT
10	3	Exercício OBMEP.	CS-IT
10	3	Determinar múltiplo de funções e encontrar os extremos da Função.	CS
10	3	Pitágoras em 3D.	IT-CS-ACS
10	3	Função quadrática.	CS-IT-AI
10	3	Função 2º grau.	CS
10	3	Valor máximo da função.	IT-CS
10	7	Reta tangente a um gráfico.	IT-CS
10	3	Vértice da parábola.	IT-CS
9	3	Equação da reta tangente à curva.	IT-CS-ACS
9	3	Estudo do conceito de Diferencial.	IT-CS
9	3	Funções polinomiais.	IT-CS
9	3	Teorema do valor médio.	IT-CS
9	4	Plano tangente ao gráfico.	IT-CS-ACS
9	4	Reta tangente a função de várias variáveis.	IT-CS-ACS

9	4	Teorema de Van de Berg.	IT-CS
9	5	Máximo e mínimo de uma função.	CS
9	7	Derivada em X^2	IT-CS
9	7	Parábola	IT-CS
8	1	Funções definidas por várias sentenças.	AI-IT
8	3	Cálculo de área máxima de um terreno retangular.	IT-CS
8	4	Distância máxima e altura máxima.	IT-CS
8	4	Função log.	IT-CS
8	4	Função polinomial.	IT-AI
8	4	Gráficos de x^2 e sqrt(x)	IT-CS
8	4	Interpretação geométrica da Derivada.	IT-CS
8	4	Reta tangente	IT-CS
8	4	Visualizando o gráfico de uma função f(x) e suas Derivadas.	IT-CS
8	4	Construindo gráficos de funções.	CS
8	4	Raízes de Polinômio até o 4º grau.	CS-IT
8	5	Derivada de um polinômio	CS
7	3	Gráfico de funções e suas Derivadas.	IT-CS
7	3	Tarefa 3 - Explorar o conceito, por meio da derivada da função num ponto da equação da reta que tangencia o gráfico de uma função no ponto $(x_0, f(x_0))$.	IT-CS
6	4	Funções Derivadas.	IT-AI

6	5	Aplicações de Derivadas.	IT-ACS-CS
6	5	Derivada de uma função 2.	IT-CS
6	5	Derivada de uma função.	IT-CS
6	5	Extremos y puntos de inflexión.	AI
6	5	Função.	IT-CS-ACS
6	5	Comandos2.	IT-CS

APÊNDICE V

Quadro de Categorização das interações

Momento	**Unitarização**		**Categorização**	
Produção	**Excerto**	**Descrição**	**Subcategoria**	**Categoria**
Trazemos a identificação do caso de interação em questão para possibilitar melhor leitura.	Devido seu trabalho ser extenso, apresentamos aqui uma síntese do movimento a partir de seus fragmentos. A interação completa com ênfase nos fragmentos poderá ser visualizada nos apêndices deste trabalho.		Resultado de interpretação das propostas de tratamento da Derivada no *GeoGebra*.	
6º edição com 57 menções a Derivada, 17 interações ao todo, 7 como pretendidos na pesquisa, 10 não.				
Caso em que a Derivada é um tema sugerido.				
6º edição tarefa 5 - *Extremos y puntos de inflexión.*	Sugere seu uso para explorar os gráficos de funções por meio do estudo de seu comportamento identificando pontos críticos, crescimento decrescimento, raízes, ponto de inflexão, etc.		Estudo do comportamento do gráfico de funções e Derivadas.	
Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema.				
6º edição tarefa 5 - Derivada de uma função.	É utilizada para análise do crescimento e decrescimento de funções. Sugere seu uso para explorar os gráficos de funções por meio do estudo de seu comportamento identificando pontos críticos, crescimento decrescimento, raízes, ponto de inflexão, etc.		Estudo do comportamento do gráfico de funções.	
Caso a respeito da Derivada.				
6º edição tarefa 5 - Derivada de uma função 2.	Propõe o estudo do gráfico da Derivada, identificando pontos de inflexão, máximo e mínimo, mudança de concavidade da curva derivada, etc. por meio da "visualização".		Estudo do comportamento do gráfico de funções.	
6º edição tarefa 5 - Aplicações de Derivadas.	Usa a Derivada como forma de estudar os pontos críticos da função, ao tempo que adota esta finalidade como formas e estudo da Derivada. "Exercício de aplicação da Derivada".		Exercício de aplicação da Derivada.	
6º edição tarefa 5 - Função.	"Representação gráfica" da função e sua Derivada, e da tangente a curva da função no ponto de tangencia.		Representação gráfica e geométrica da Derivada.	
6º edição tarefa 5 - Comandos 2.	A atividade visa apresentar comandos do *GeoGebra* que possibilita o estudo da Derivada de uma função em um dado ponto, usando o comando "Tangente (Ponto, Função)", para visualizar a "representação da Derivada como reta tangente".		Estudo conceitual.	
6º edição tarefa 4 - Funções/Derivadas.	Por meio de uma construção que associa os coeficientes de uma função polinomial ao comportamento de seu gráfico e ao gráfico da Derivada de 1º e 2º ordem, procura mostrar visualmente os efeitos, para discutir o conceito de Derivada em um primeiro momento.		Estudo conceitual a partir da abordagem visual de sua função.	

7º edição com 17 menções a Derivada, 5 interações ao todo, 2 como pretendidos na pesquisa, 3 não.		
Caso a respeito da Derivada.		
7º edição tarefa 3 - Tarefa 3. Explorar o conceito, por meio da derivada da função num ponto da equação da reta que tangencia o gráfico de uma função no ponto $(x_0, f(x_0))$.	Propõe a construção dinâmica no GeoGebra que permite à alteração da expressão algébrica e do gráfico da função e da Derivada, por meio da manipulação do ponto de tangencia a curva dada.	Operacionalização de representações algébricas e gráficas no estudo da Derivada.
7º edição tarefa 3 - Gráfico de funções e sua Derivada.	Visa "exemplificar" ou "operacionalizar exemplos" de Derivada a partir de sua representação gráfica, geométrica (reta tangente) e algébrica (com a representação algébrica na janela de álgebra). Também, explorar o estudo da Derivada a partir da operacionalização de exemplos de intervalos de crescimento, pontos críticos, diferenciabilidade, coeficiente angular e melhor aproximação afim do ponto de diferenciação.	Operacionalização de representações algébricas, geométrica e gráficas no estudo conceitual da Derivada.
8º edição com 34 menções a Derivada, 15 interações ao todo, 12 como pretendidos na pesquisa e 3 não.		
Caso em que a Derivada é um tema sugerido.		
8º edição tarefa 4 – Construindo gráfico de funções.	Sugere seu uso para explorar os gráficos de funções por meio do estudo de seu comportamento identificando pontos críticos, crescimento decrescimento, raízes, ponto de inflexão, etc.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
8º edição tarefa 4 – Reta Tangente.	Visa à construção de uma reta tangente a uma curva, e a Derivada é sugerida como forma de apresentá-la como sua representação geométrica.	Representação geométrica da Derivada.
8º edição tarefa 1 – Funções definidas por várias sentenças.	Visa estudar a continuidade e descontinuidade de uma função em uma aula de Limites. A Derivada é sugerida como tema possível de ser estudada com o *GeoGebra*.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
8º edição tarefa 3 - Cálculo de área máxima de um terreno retangular	Visa o estudo de funções em situação problema, e a Derivada é tida como possível de ser trabalhada com esta produção.	Aplicação da Derivada em problemas cotidianos.
Caso a respeito da Derivada.		
8º edição tarefa 4 - Interpretação geométrica da Derivada.	Utiliza de instrumentos como "reta secante a uma função", "reta tangente a um dos pontos que constituem a reta secante" e "um ponto móvel pertencente à curva da função" para que de modo dinâmico, se observe em um processo de aproximação da reta secante a tangente ao manipular o ponto móvel (que é um dos pontos constituintes da reta secante e pertencente à curva) em direção ao limite em que as retas se	Estudo conceitual da Derivada a partir de sua construção geométrica e gráfica.

	coincidam, para apresentar o conceito de interpretação geométrica da Derivada. “Em animação”.	
8º edição tarefa 5 – Derivada de um Polinômio.	Visa operacionalizar Derivadas de funções Polinomiais.	Visa operacionalizar Derivadas de funções Polinomiais.
Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema.		
8º edição tarefa 4 – Visualizando o gráfico de uma função f(x) e suas Derivadas.	Visa o estudo do comportamento dos gráficos por meio da proposta de visualização, ao se derivar quatro vezes a expressão.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
8º edição tarefa 4 – Função polinomial.	A Derivada é utilizada para favorecer o estudo o comportamento de gráfico de funções.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
8º edição tarefa 4 – Gráfico de x^2 e sqrt(x)	Visa o estudo do comportamento de gráfico de funções, e a Derivada é sugerida como forma de potencializar a ação.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
8º edição tarefa 4 – Função log.	Visa o estudo do comportamento de gráfico de funções, e a Derivada é sugerida como forma de potencializar a ação.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
8º edição tarefa 4 – Distância máxima e altura máxima.	Visa o estudo do comportamento de gráfico de funções, e a Derivada é sugerida como forma de potencializar a ação.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
8º edição tarefa 4 - Raízes de Polinômio até o 4º grau.	Visa o estudo do comportamento de gráfico de funções, e a Derivada é sugerida como forma de potencializar a ação.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
9º edição com 62 menções a Derivada, 18 interações ao todo, 10 como pretendido na pesquisa, 8 não.		
Caso em que a Derivada é um tema sugerido.		
9º edição tarefa 3 - Estudo do conceito de diferencial.	Ao propor o estudo da diferencial (relação entre os incrementos dy e dx quando dx -> 0) o estudo da Derivada como o Limite da diferencial dy/dx é sugerido.	Estudo algébrico conceitual da Derivada.
9º edição tarefa 7 – Parábola.	Em uma construção que visa estudo da parábola, há sugestão de aproveitamento da construção em régua e compasso para estudo da Derivada.	Estudo conceitual da Derivada.
Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema.		
9º edição tarefa 4 - Plano tangente ao gráfico.	Propõe demonstrar a existência de um plano tangente a um dado ponto da curva, e para isso utiliza as Derivadas parciais para construir a coordenada em Z para plotar o plano.	Aplicação da Derivada no estudo de funções.
9º edição tarefa 4 - Reta tangente à função de várias variáveis.	A Derivada é utilizada para estudo de uma atividade desenvolvida na disciplina de Cálculo II, no estudo de funções de várias variáveis.	Aplicação da Derivada na resolução de exercícios.
9º edição tarefa 4 - Teorema de Van der Berg.	A Derivada é utilizada como um dos procedimentos para aplicação do Teorema de Van de Berg.	Aplicação da Derivada no estudo de Teoremas.

9º edição tarefa 5 - Máximo e Mínimo de uma função.	Usada para estudo do comportamento de funções e identificar seus pontos extremos.	Aplicação da Derivada no estudo de funções.
Caso a respeito da Derivada.		
9º edição tarefa 3 - Funções polinomiais.	A partir do estudo de uma função polinomial de ordem 3, utiliza a derivada para identificar os pontos extremos da função e, em seguida a segunda Derivada para encontrar o ponto de inflexão, e assim associar o estudo da Derivada ao estudo das funções.	Aplicação da Derivada no estudo de funções.
9º edição tarefa 3 - Teorema do valor médio.	Visa apresentar geometricamente a existência e a representação do teorema de Lagrange.	Aplicação da Derivada no estudo de Teoremas.
9º edição tarefa 3 - Equação da reta tangente à curva.	Utiliza a definição de Derivada para encontrar a inclinação da tangente a uma curva, dado dois de seus pontos. O *GeoGebra* é usado para "verificação de resultado numérico".	Operacionalização para resolução de exercícios.
9º edição tarefa 7 - Derivada em x^2.	Busca discutir o conceito da Derivada com sua representação geométrica de inclinação da reta tangente no ponto da função em que se cálculo a Derivada usando controle deslizante e comparação gráfica com geométrica da Derivada.	Estudo conceitual da representação geométrica da Derivada.
10º edição com 39 menções a Derivada, 21 interações, 14 como pretendidos na pesquisa, 7 não.		
Caso a respeito da Derivada.		
10º edição tarefa 2 - Inclinação da reta tangente.	Utiliza as construções para visualizar a representação da Derivada como coeficiente angular da reta tangente a curva em dado ponto de derivação. Outro diz: "Com isso, pode-se perceber que a derivada de uma determinada função em um determinado ponto desta função é igual ao coeficiente angular da reta tangente à função neste ponto".	Estudo conceitual da representação geométrica da Derivada.
10º edição tarefa 3 - Valor Máximo da função.	Propõe dentro do estudo da Derivada em Cálculo I, trabalhar com resolução de problemas relativos à distância, velocidade e altura máxima alcançada por um objeto lançado ao movimento, para explorar a ideia de "maximização".	Aplicação da Derivada na resolução de exercícios relativos a objetos em movimento.
10º edição tarefa 3 - Problema da tangente a uma curva.	Apesar de nomear a atividade como problema, na prática cria uma produção onde é possível trabalhar a representação geométrica da Derivada como coeficiente angular da reta tangente a curva em um dado ponto da curva onde ela é derivável.	Estudo conceitual da representação geométrica da Derivada.
10º edição tarefa 3 - Otimização em economia.	Apresenta uma atividade de otimização para estudo da Derivada e sua aplicação na economia.	Aplicação da Derivada em atividades de otimização.

10º edição tarefa 7 - Reta tangente a um gráfico.	Propõe uma construção no GeoGebra para produção da reta tangente ao gráfico de uma dada função e verificação de resultados.	Operacionalização para resolução de exercícios.
Caso em que a Derivada é um tema sugerido.		
10º edição tarefa 3 - Visualização de domínios.	Em uma produção para estudo do domínio da função, a construção realizada gerou indicações de utilização deste (devido o designer), como possibilidades de estudo de outros temas, dentre os quais a Derivada.	Estudo do comportamento do gráfico de funções Derivadas.
10º edição tarefa 3 - Área Máxima.	Em uma atividade de otimização de área de uma figura geométrica, a produção é sugerido como possível de estudar o mesmo problema sobre a perspectiva de estudo da Derivada.	Aplicação da Derivada para resolução de exercícios de otimização.
Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema.		
10º edição tarefa 3 - Dado o gráfico como calcular o sinal dos coeficientes, o zero da função e Máximo e Mínimo.	A Derivada é sugerida como uma ferramenta de estudo do comportamento do gráfico de uma função, tendo em vista potencializar a usabilidade de construções no GeoGebra criado. (Apesar de ser sugerida, faz menção a seu uso no estudo de outro tema, e não no seu estudo propriamente dito).	Aplicação da Derivada para estudo do comportamento do gráfico de funções.
10º edição tarefa 3 - Exercício OBMEP.	Em um caso de resolução de problema apresentado na OBMEP, é sugerido o uso da Derivada como ferramenta que permita calcular a área máxima de uma figura geométrica. (Apesar de ser sugerida, faz menção a seu uso no estudo de outro tema, e não no seu estudo propriamente dito).	Aplicação de Derivada na resolução de situações problemas.
10º edição tarefa 3 - Determinar múltiplo de funções e encontrar os extremos da Função.	A Derivada de 1º e 2º ordem é utilizada para estudo do comportamento do gráfico de uma função.	Aplicação da Derivada para estudo do comportamento do gráfico de funções.
10º edição tarefa 3 – Pitágoras em 3D.	Em um problema de cálculo de velocidade, e distância de um automóvel em movimento, propondo a utilização o Teorema de Pitágoras em resolução 3D, usa da Derivada como ferramenta para o cálculo para obtenção a função velocidade, em um segundo exemplo, em meio a interações com os demais colegas.	Aplicação da Derivada em resolução de atividades relativa a objeto em movimento.
10º edição tarefa 3 - Função quadrática.	Em um exercício de resolução de problema, uma questão que visa o estudo da função que representa um movimento de visitas a o museu em um dado período de tempo, é proposto um estudo do gráfico que representa uma otimização do movimento no período de dez anos, e para isto é utilizada a Derivada para identificação da função a ser estudada.	Aplicação da Derivada para resolução de exercícios de otimização.
10º edição tarefa 3 - Vértice da parábola.	Em uma atividade de resolução de exercícios, um aluno sentiu necessidade de utilizar a Derivada para ajudar a identificar os vértices das funções.	Aplicação da Derivada no estudo do comportamento do gráfico de funções.

10º edição tarefa 3 - Função 2º grau.	A atividade visa o estudo do comportamento do gráfico de uma função do segundo grau, e durante as interações, o uso da ferramenta Derivada surge como proposta para cálculo do vértice da função.	Aplicação da Derivada no estudo do comportamento do gráfico de funções.
11º edição com 108 menções a Derivada, 36 interações ao todo, 20 como pretendidos, 16 não.		
Caso a respeito da Derivada.		
11º edição tarefa 2 - Derivadas (diferencial).	Procura apresentar o conceito de diferencial para compreensão da Derivada.	Estudo conceitual algébrico.
11º edição tarefa 3 - Limites e Derivadas de funções por gráfico.	Trata de funções condicionais como proposta de estudo de existência de limite para existência da Derivada.	Estudo conceitual algébrico.
11º edição tarefa 3 - Reta tangente ao gráfico de f.	Resolução de exercício de construção da reta tangente ao gráfico da função.	Operacionalização de resolução de exercícios geométricos.
11º edição tarefa 3 - Limites laterais Derivada no ponto.	Resolução de exercício de Derivada.	Operacionalização de resolução de exercícios.
11º edição tarefa 3 - Reta tangente.	Resolução de exercício de construção da reta tangente ao gráfico da função.	Operacionalização de resolução de exercícios geométricos.
11º edição tarefa 5 - Método de Newton para extrair raiz quadrada.	Como aponta o autor, procura trabalhar o método de raiz quadrada e daí apenas perpassa pelos conceitos de Derivada e reta tangente.	Estudo conceitual.
11º edição tarefa 5 - (Opção1) Derivada e Integral de uma função.	Utiliza o *software* e diversos comandos para estudo da Derivada, favorecendo a visualização do gráfico das funções e permitindo o estudo de sua construção algébrica.	Estudo do algébrico e gráfico de funções.
11º edição tarefa 6 - Derivada como inclinação da reta tangente.	Utilizado para introduzir a Derivada como coeficiente angular da reta tangente a curva de uma função no ponto em que é derivável.	Estudo conceitual geométrico.
11º edição tarefa 6 - Demonstração da Derivada da Função seno.	Visa uma "demonstração" da Derivada da função seno(x) como sendo a função cosseno (x).	Aplicação da Derivada em exercícios de demonstrações.
Caso em que a Derivada é um tema sugerido.		
11º edição tarefa 5 - Opção 1. Integral definida.	É uma atividade de resolução de exercícios em Integral. A Derivada é apenas sugerida como outro tema possível de ser estudado nesta mesma perspectiva.	Operacionalização na resolução de exercícios.
11º edição tarefa 5 - Bola "Quicando".	Sugere o uso do *GeoGebra* para "resolução de exercícios" de Derivada, mas não há nesta construção sua direta associação.	Operacionalização na resolução de exercícios.
11º edição tarefa 6 - Aproximação do	A atividade de construção de um gráfico via planilha, permitiu a um dos participantes construírem o gráfico da Derivada de mesmo	Estudo conceitual.

gráfico da função quadrática.	modo e denominá-la se Derivada Numérica, e com recurso “caminho poligonal” comparar seu contorno com a do gráfico real.	
11º edição tarefa 6 - Jogo de função do 2º grau (destrua o castelo).	A constituição de um jogo para estudo de funções do segundo grau animou outra colega a sugerir seu uso no estudo da Derivada.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema.		
11º edição sala café - Curva em coordenada polar feita na planilha com as projeções Px e Py e um contador n ângulos.	A Derivada é utilizada apenas para ajudar a desenvolver a atividade.	Operacionalização de exercícios.
11º edição tarefa 3 - Máximo e Mínimo.	Uso da Derivada em atividade de estudo do comportamento do gráfico de funções.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
11º edição tarefa 4 - Cilindro curva parametrizada sobre o cilindro e reta tangente a um ponto dessa curva.	A Derivada é uma parte da construção de uma produção no GeoGebra que coloca um ponto tangente à circunferência de um cilindro em movimento.	Aplicação da Derivada na realização de exercícios.
11º edição tarefa 4 - Área de superfície de revolução.	A Derivada é parte do processo de constituição de uma construção no GeoGebra que permite a construção de superfície de revolução no eixo Y.	Aplicação da Derivada na realização de exercícios.
11º edição tarefa 6 - Método de Newton Rapshson.	A Derivada é parte do processo de construção da atividade que visa explorar o Método de Newton Rapshosn.	Aplicação da Derivada no estudo de Teoremas.
11º edição tarefa 6 - Valor numérico de uma equação em conjunto com uma planilha.	Em uma atividade de resolução de equações, a Derivada é inserida para possibilitar o estudo de algumas funções possíveis de serem estudadas nesta construção.	Estudo do comportamento do gráfico de funções.
11º edição tarefa 3 - Introdução a Derivadas/tangente.	Em uma atividade de estudo do coeficiente da função Derivada e a razão infinitesimal para representar da reta tangente, explora o conceito da Derivada por meio de um controle deslizante.	Estudo conceitual algébrico e geométrico da Derivada.
12º edição com 33 menções a Derivada, 19 interações ao todo, 6 como pretendidos na pesquisa, 13 não.		
Caso a respeito da Derivada.		
12º edição tarefa 3 - Qual o ponto de interseção da função f(x)=AX^2+BX+C com a sua Derivada?	Atividade de resolução de exercício de Derivada.	Operacionalização de exercícios de Derivada.
Caso em que a Derivada é um tema sugerido.		

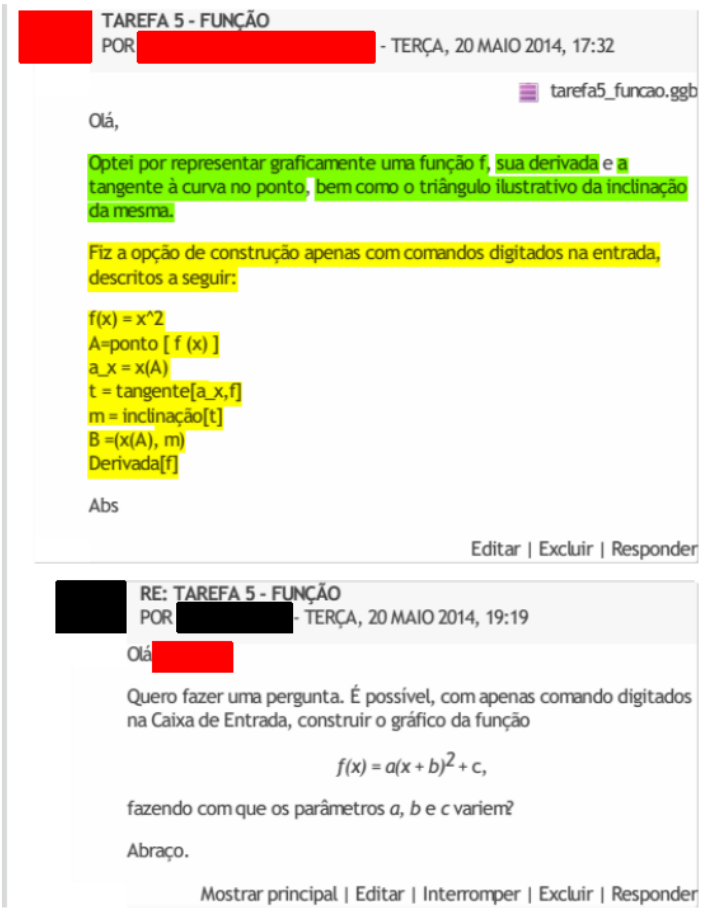
12º edição tarefa 3 - Gráfico das funções.	Estudo do comportamento do gráfico de funções. Mas a produção é indicada por outro participante para tratar também da Derivada das funções.	Estudo do comportamento do gráfico de funções e de suas Derivadas.
Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema.		
12º edição tarefa 3 – Função.	Atividade de resolução de um problema de trajetória de um objeto em movimento, mas, para estudo de funções quadráticas.	Aplicação da Derivada em resolução de problemas relativos a objeto em movimento.
12º edição tarefa 4 - Plano tangente á uma superfície.	A Derivada é instrumento para construção no GeoGebra para estudo de superfícies tangentes a uma curva.	Aplicação da Derivada na resolução de exercícios.
12º edição tarefa 5 - Raiz de uma função.	Estudo das raízes de funções. Aqui é sugerido por uma participante, poder também utilizar a Derivada para continuar o estudo de funções. (É sugerido, mas, para estudo de outro tema).	Estudo do comportamento do gráfico de funções e de suas Derivadas.
12º edição tarefa 6 - Função afim.	Estudo do comportamento do gráfico de funções. Mas a construção é indicada por outro participante para servir de auxílio à futura compreensão da ideia de Derivada.	Estudo do comportamento do gráfico de funções e de suas Derivadas.
13º edição com 76 menções a Derivada, 31 interações ao todo, 10 como pretendidos, 21 não.		
Caso em que a Derivada é um tema sugerido.		
13º edição tarefa 7 – Programa Bhaskara.	Estudo do comportamento algébrico e gráfico de Funções de grau 2. A produção é sugerida para estudo da Derivada.	Estudo do comportamento do gráfico de funções e de suas Derivadas.
13º edição tarefa 4 – Área entre duas funções.	O estudo é de Integrais via resolução algébrica e gráfica, e fica sugerido seu uso no estudo da Derivada.	Estuo algébrico e geométrico da Derivada.
13º edição tarefa 4 – Limites laterais e Continuidades.	Em um exercício de estudo de limite e continuidade de funções, é sugerido o uso da ferramenta Derivada para estudo das Derivadas laterais no estudo da continuidade de funções.	Estudo de limites e continuidades de funções e de Derivadas laterais.
13º edição tarefa 4 – Noção de função e aplicações.	Em atividade de estudo do comportamento de gráfico de funções em atividade de resolução de problemas, é sugerido o uso desta produção para estudo da Derivada.	Estudo do comportamento do gráfico de funções e de suas Derivadas.
Caso a respeito da Derivada.		
13º edição tarefa 4 – Derivada no ponto.	Atividade de resolução de exercícios de Derivada.	Atividade de resolução de exercícios de Derivada.
13º edição tarefa 4 – Achando com o *GeoGebra* o volume máximo de uma caixa sem tampa e analisando geometricamente.	Resolução de problemas de otimização em problemas envolvendo volume analisando geometricamente, ao tratar algebricamente os dados, plotar o gráfico da função e a derivar para estudo de seu comportamento.	Aplicação de Derivada na resolução de problemas de otimização envolvendo volume.
13º edição tarefa 4 – Tarefa 4 Reta tangente.	A Derivada é utilizada para estudo do comportamento de funções e funções Derivadas.	Estudo do comportamento do gráfico de funções e de suas Derivadas.

13º edição tarefa 4 – Interpretação geométrica da Derivada.	Procura desenvolver o estudo conceitual da Derivada por meio de sua interpretação geométrica, ao tempo que trata da expressão algébrica da razão infinitesimal em seu trabalho.	Estudo conceitual geométrico da Derivada.
Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema.		
13º edição tarefa 4 – Área da caixa.	A atividade é de resolução de um problema no campo de estudo de funções. Um cursistas utiliza a Derivada para ajudar na compreensão do mesmo, já que estava confuso até mesmo para seu autor.	Uso da Derivada para estudo do comportamento do gráfico de funções.
13º edição tarefa 3 – Visualização de curvas de nível – paraboloide elíptico.	A atividade visa o estudo de curvas de níveis e o uso do *software* é sugerido para estudo de Derivadas.	Estudo de curvas de níveis.

APÊNDICE VI

Dinâmicas de Produção com *GeoGebra*

ACS - Autor melhora a construção com base nas construções sugeridas



TAREFA 5 - FUNÇÃO
POR [redacted] - TERÇA, 20 MAIO 2014, 17:32

tarefa5_funcao.ggb

Olá,

Optei por representar graficamente uma função f, sua derivada e a tangente à curva no ponto, bem como o triângulo ilustrativo da inclinação da mesma.

Fiz a opção de construção apenas com comandos digitados na entrada, descritos a seguir:

f(x) = x^2
A=ponto [f (x)]
a_x = x(A)
t = tangente[a_x,f]
m = inclinação[t]
B =(x(A), m)
Derivada[f]

Abs

Editar | Excluir | Responder

RE: TAREFA 5 - FUNÇÃO
POR [redacted] - TERÇA, 20 MAIO 2014, 19:19

Olá [redacted]

Quero fazer uma pergunta. É possível, com apenas comando digitados na Caixa de Entrada, construir o gráfico da função

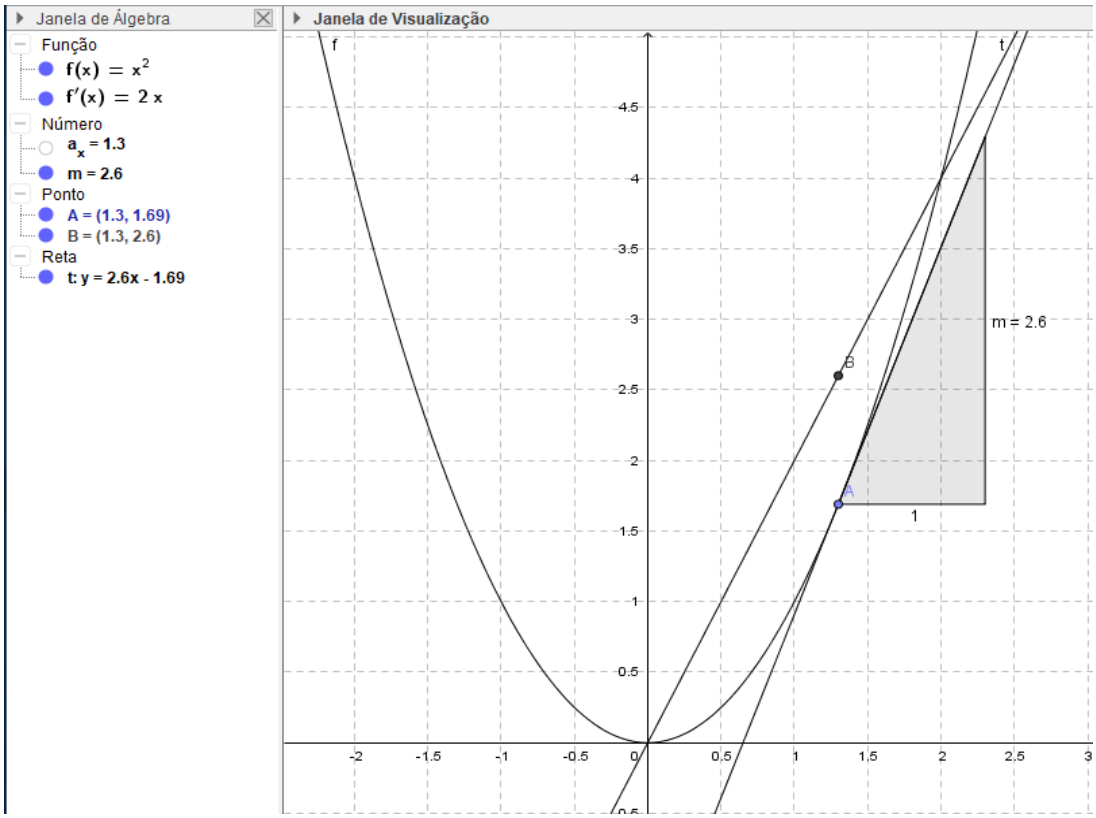
$$f(x) = a(x + b)^2 + c,$$

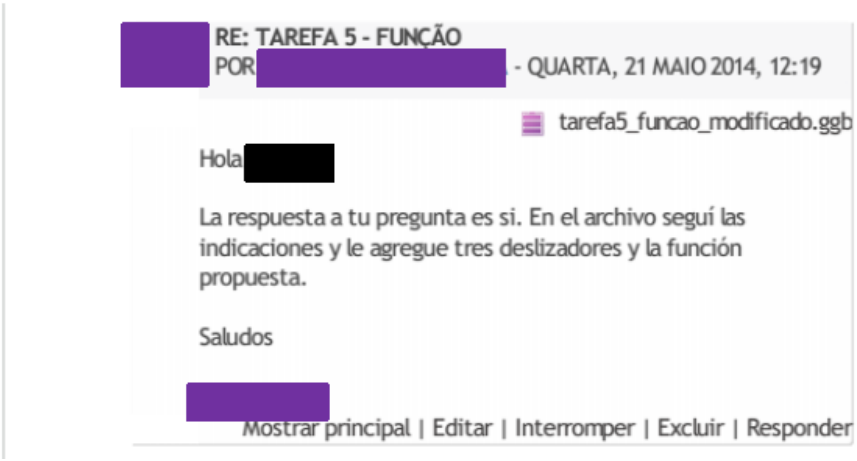
fazendo com que os parâmetros *a*, *b* e *c* variem?

Abraço.

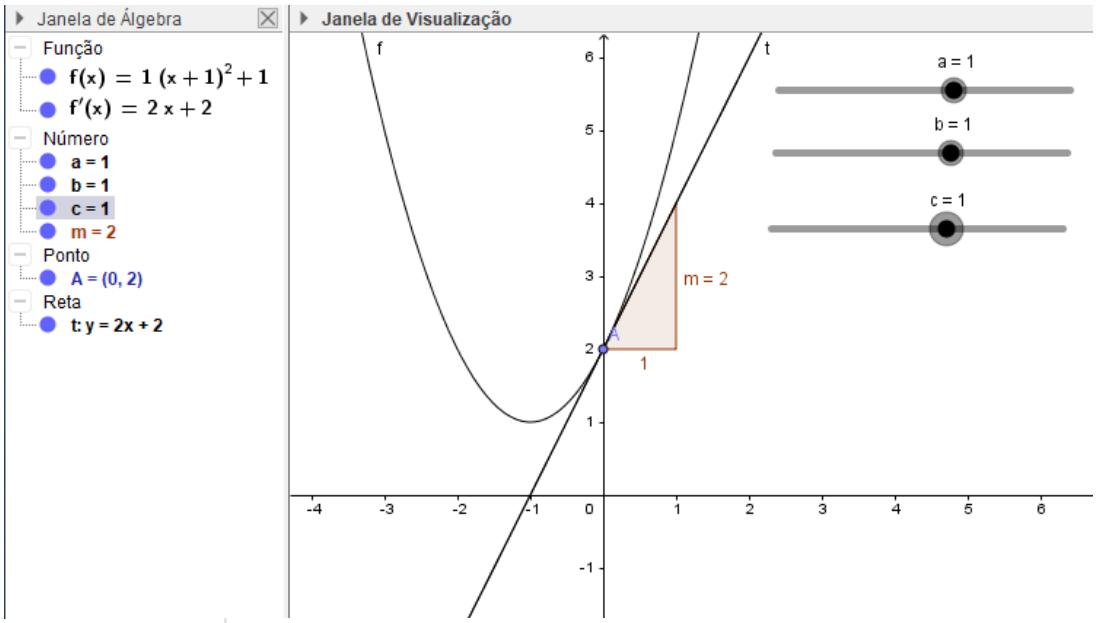
Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção inicial





Produção dúvida respondida por outro cursista



RE: TAREFA 5 - FUNÇÃO

[redacted] POR [redacted] - QUARTA, 21 MAIO 2014, 20:55

Olá [redacted]

Gostei. Apesar do foco da tarefa do [redacted] não ser o gráfico da função e sim sua derivada, na tua construção fica visível o comportamento do gráfico em função dos parâmetros.

Abraço.

[redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

[redacted] RE: TAREFA 5 - FUNÇÃO
POR [redacted] - SÁBADO, 24 MAIO 2014, 18:42

Olá [redacted]

Muito obrigado pela postagem.

Abs

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

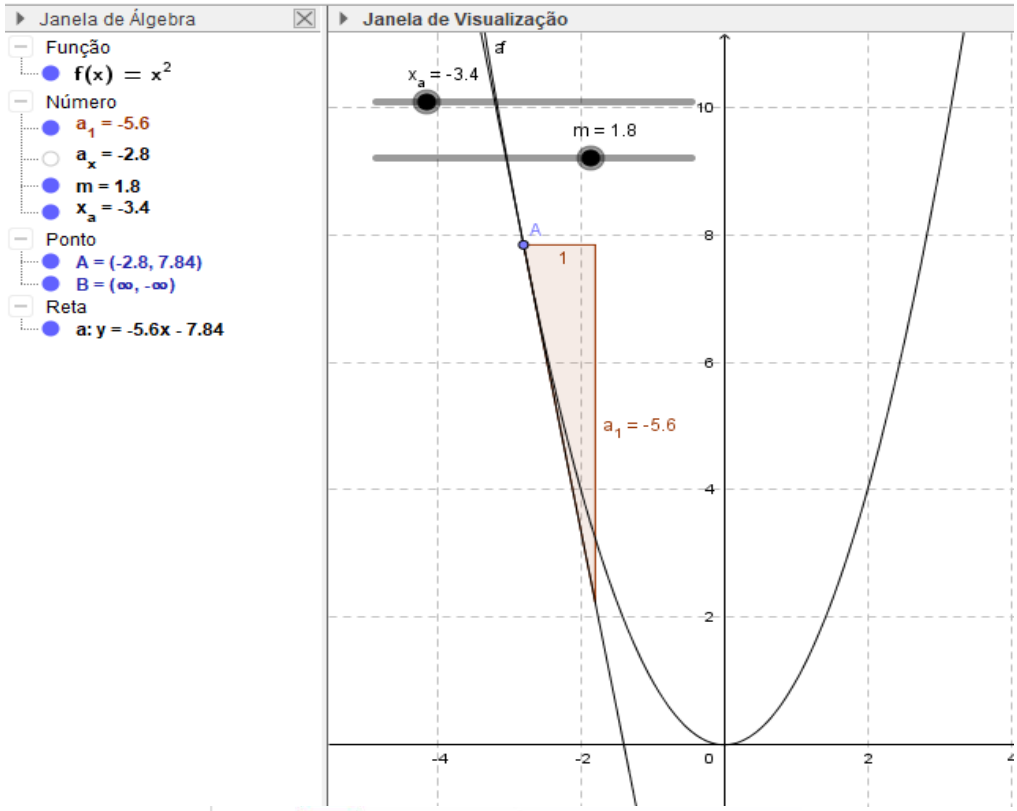
[redacted] RE: TAREFA 5 - FUNÇÃO
POR [redacted] - DOMINGO, 25 MAIO 2014, 12:27

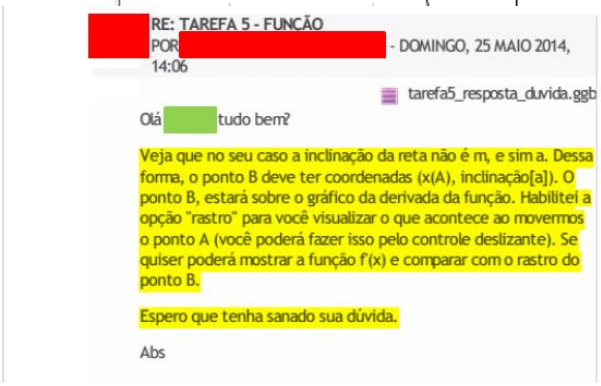
tarefa5 funcao por [redacted] com duvida de [redacted] ggb

Estimado [redacted], Parabéns pela proposta de trabalho. Envio em anexo uma dúvida que tive para obter o pto B. Parece bobagem, mas tenho algumas dúvidas na utilização de alguns recursos do geogebra.
Obrigada, desde já, pela contribuição, Abraço fraternal, [redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção dúvida geradora do ACS





RE: TAREFA 5 - FUNÇÃO

POR [redacted] - DOMINGO, 25 MAIO 2014, 14:06

tarefa5_resposta_duvida.ggb

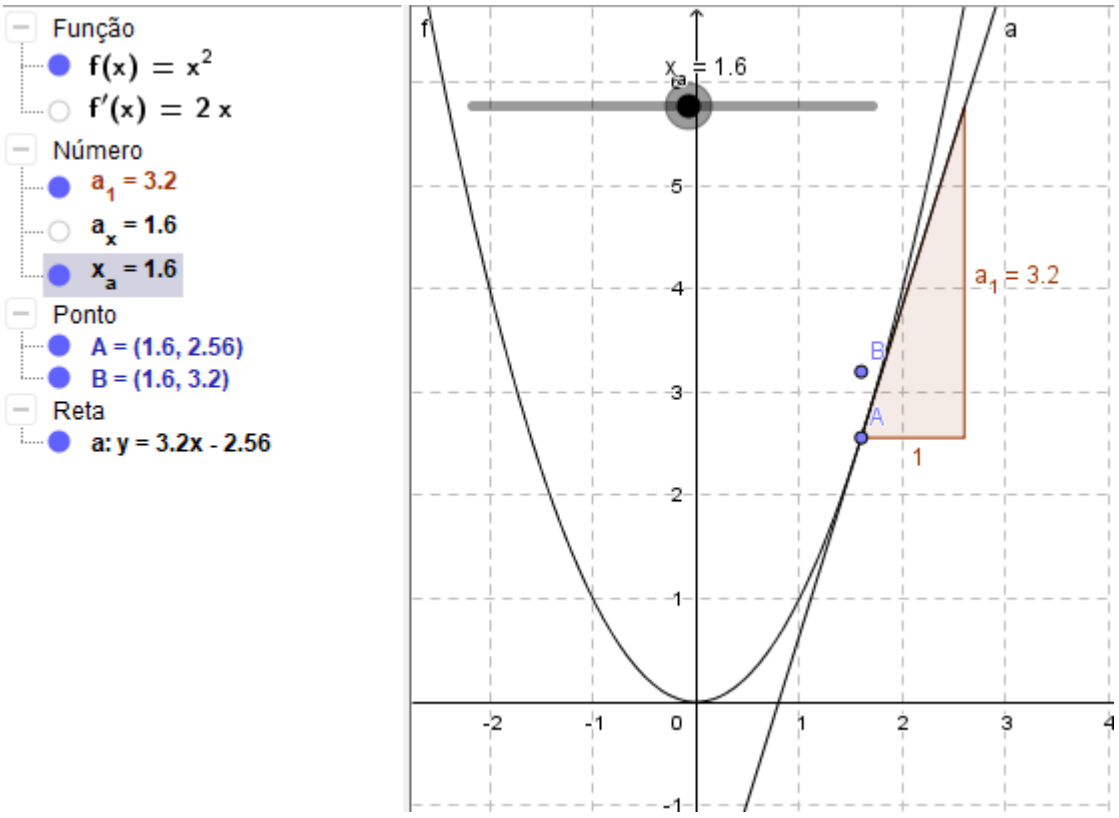
Olá [redacted] tudo bem?

Veja que no seu caso a inclinação da reta não é m, e sim a. Dessa forma, o ponto B deve ter coordenadas (x(A), inclinação[a]). O ponto B, estará sobre o gráfico da derivada da função. Habilitei a opção "rastro" para você visualizar o que acontece ao movermos o ponto A (você poderá fazer isso pelo controle deslizante). Se quiser poderá mostrar a função f'(x) e comparar com o rastro do ponto B.

Espero que tenha sanado sua dúvida.

Abs

Produção ACS


Função
f(x) = x²
f'(x) = 2 x
Número
a₁ = 3.2
aₓ = 1.6
xₐ = 1.6
Ponto
A = (1.6, 2.56)
B = (1.6, 3.2)
Reta
a: y = 3.2x - 2.56
f
a
xₐ = 1.6
a₁ = 3.2
B
A
1

CS – Outros postam construções com sugestões

DISTÂNCIA MÁX. E ALTURA MÁX.
POR [redacted] - SEXTA, 16 OUTUBRO 2015, 15:13

Gráfico.ggb

Construir um controle deslizante com a ferramenta. Coloquei o valor mínimo em 0 e o máximo em 10.

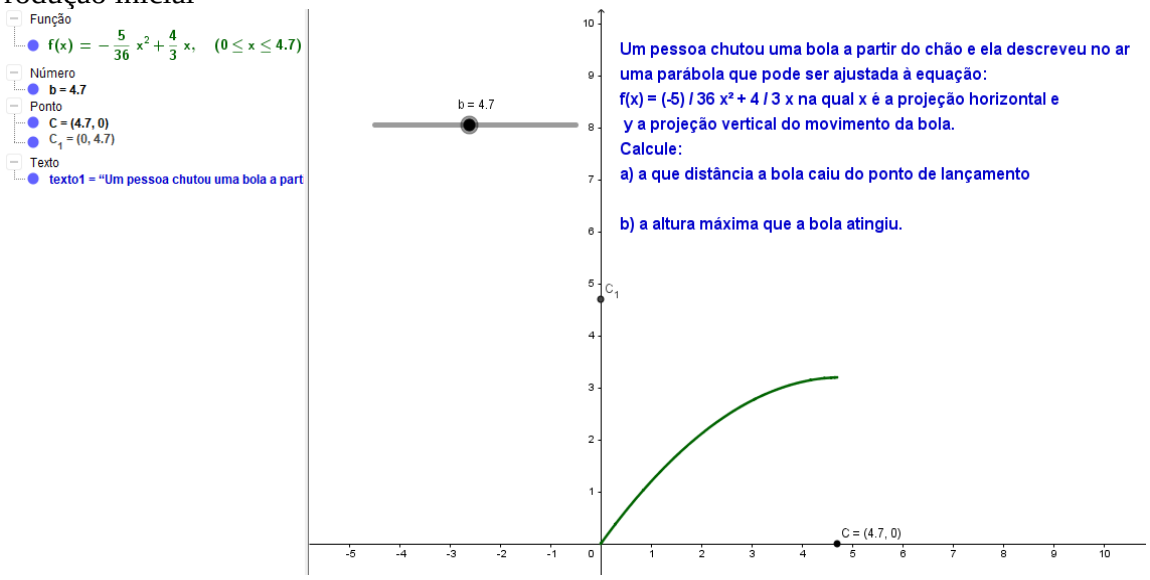
Digitei a fórmula da função que representa a parábola descrita pelo problema, com a definição: Função[<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>]

Construir um ponto C no eixo de x, para visualizar a distância máxima de alcance.

Não conseguir colocar a altura máxima, alguém me ajuda?

Editar | Excluir | Responder

Produção inicial



RE: DISTÂNCIA MÁX. E ALTURA MÁX.
POR [redacted] SEXTA, 16 OUTUBRO 2015, 23:10

Gráfico.ggb Alterado.ggb

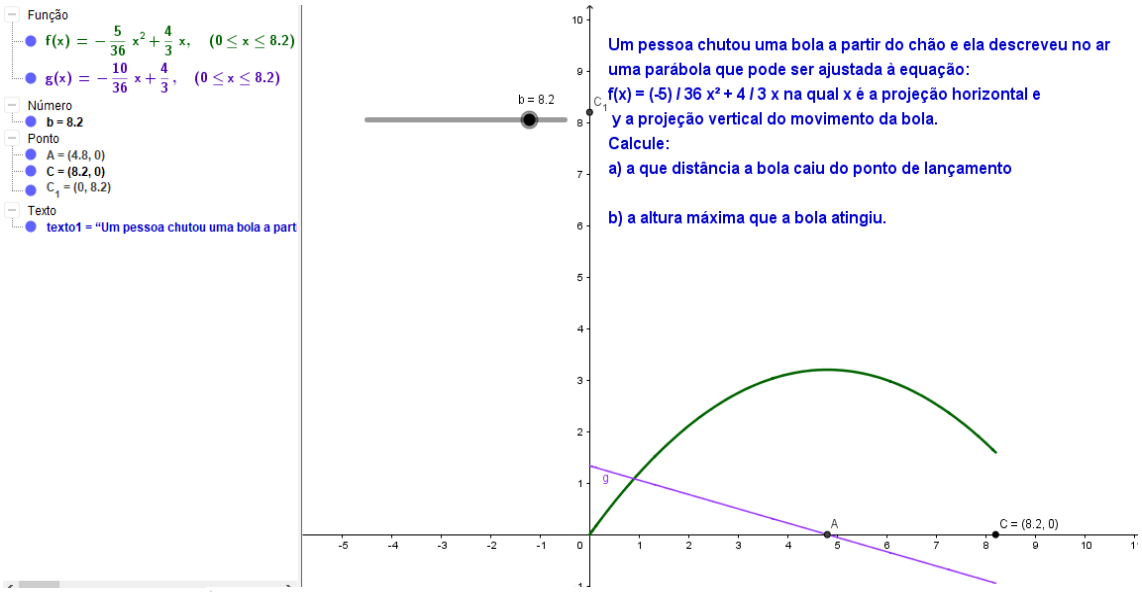
Olá [redacted], achei sua construção muito interessante, tornou o problema do chute da bola muito dinâmico, é como se a bola estivesse em movimento, descrevendo a parábola no ar. Para tentar te ajudar, pensei o seguinte: defini a função derivada da função quadrática dada. Devemos pensar que a altura máxima ocorrerá quando a derivada da função for zero. Pensando assim, o gráfico da derivada deve cortar o eixo x, e isso ocorre no ponto 4,8. Acho que o mais legal seria conseguir mostrar a altura na própria parábola, mas também não consegui. Veja o que acha desta construção e vamos pensando em melhorá-la.

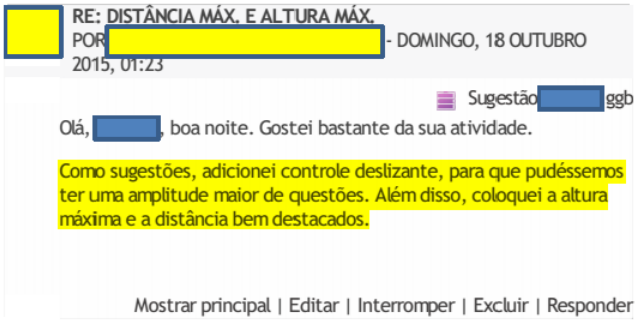
Abraço,

[redacted]

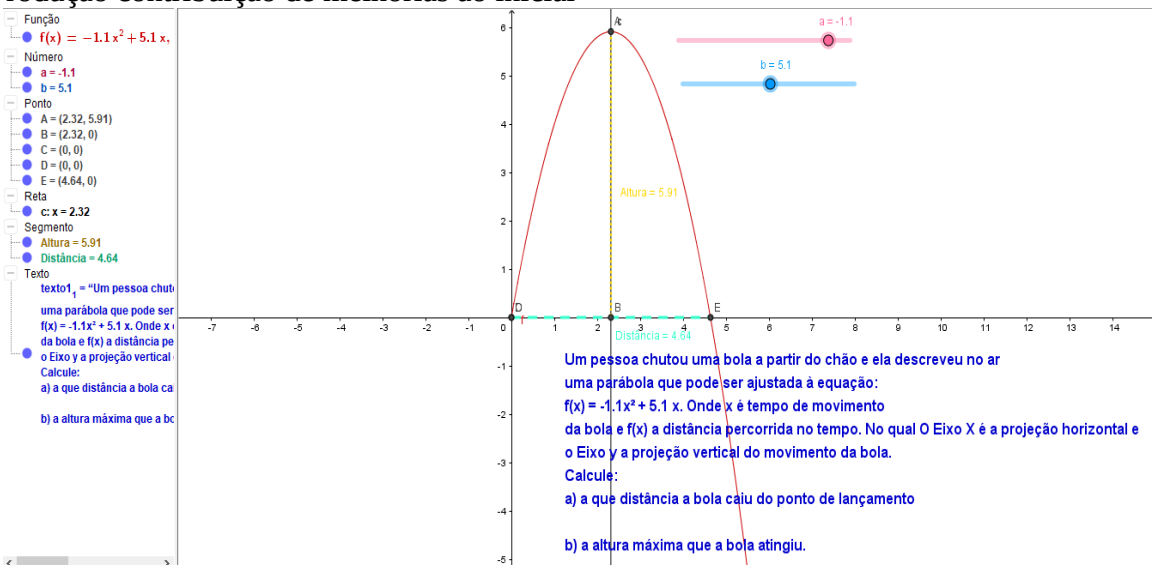
Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

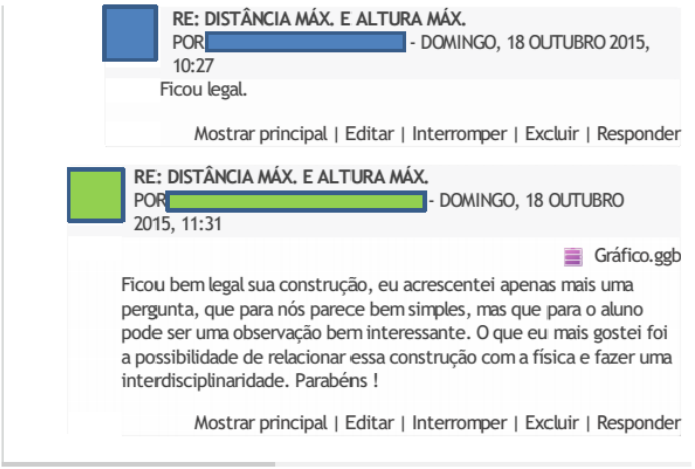
Produção contribuição a inicial



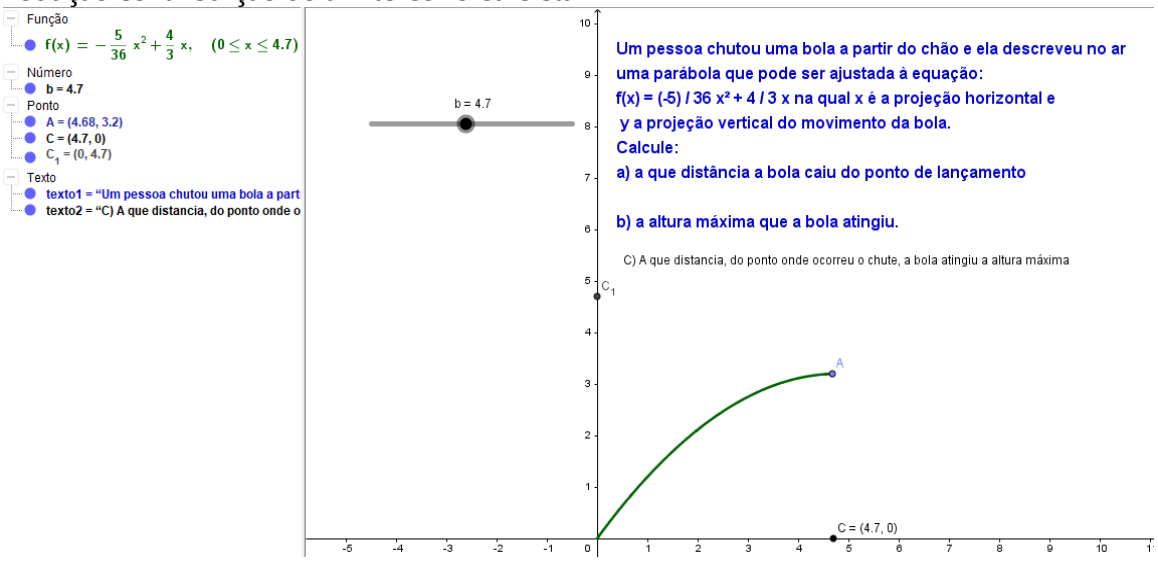


Produção contribuição de melhorias ao inicial

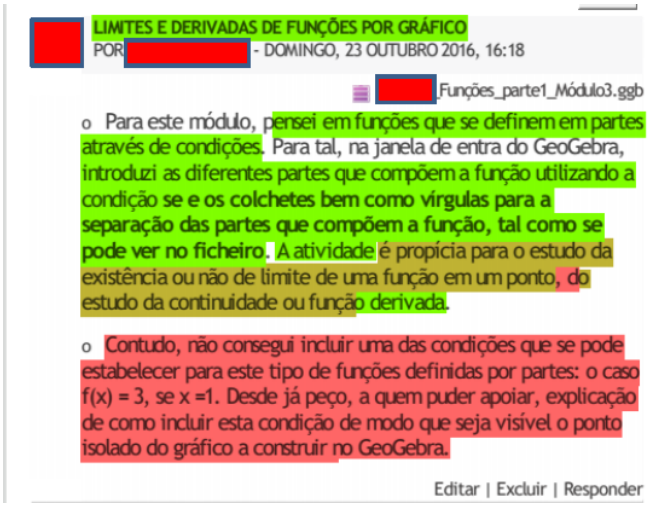




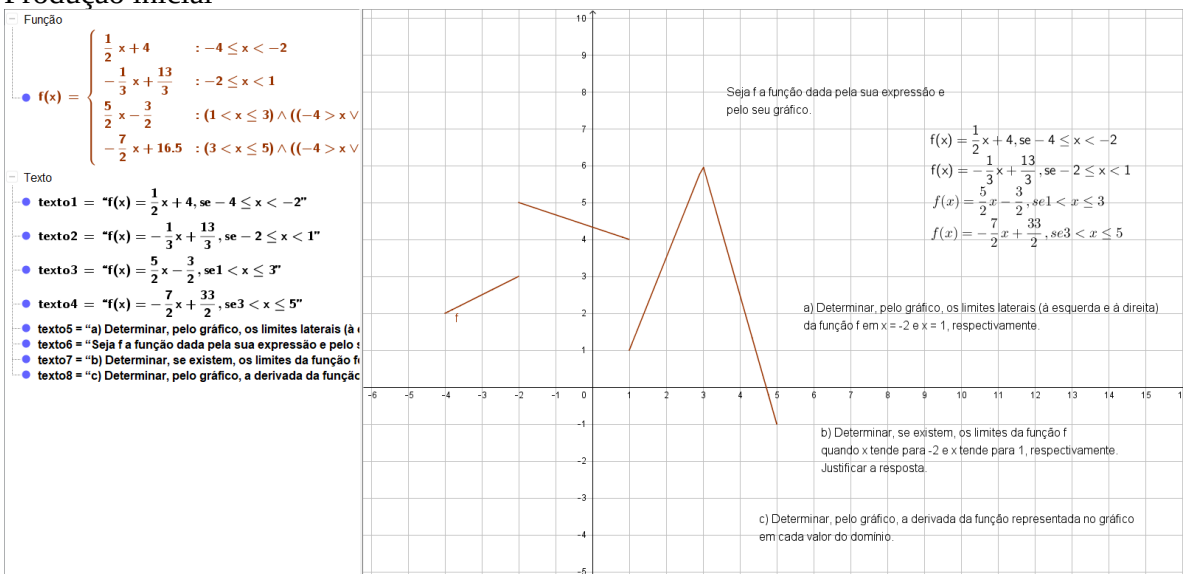
Produção contribuição de um terceiro cursista

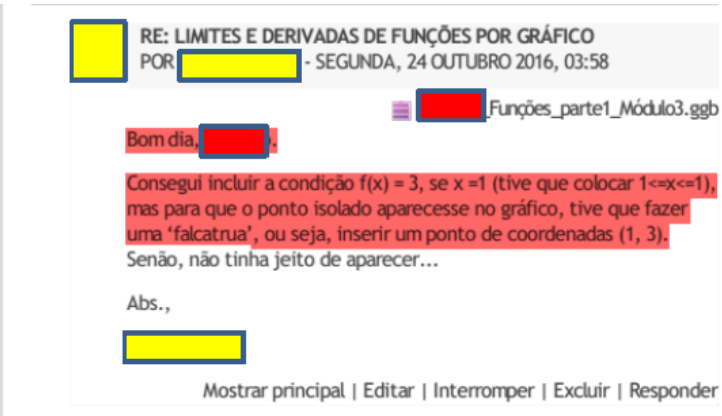


AI – Autor refaz as atividades divido as contribuições dos colegas

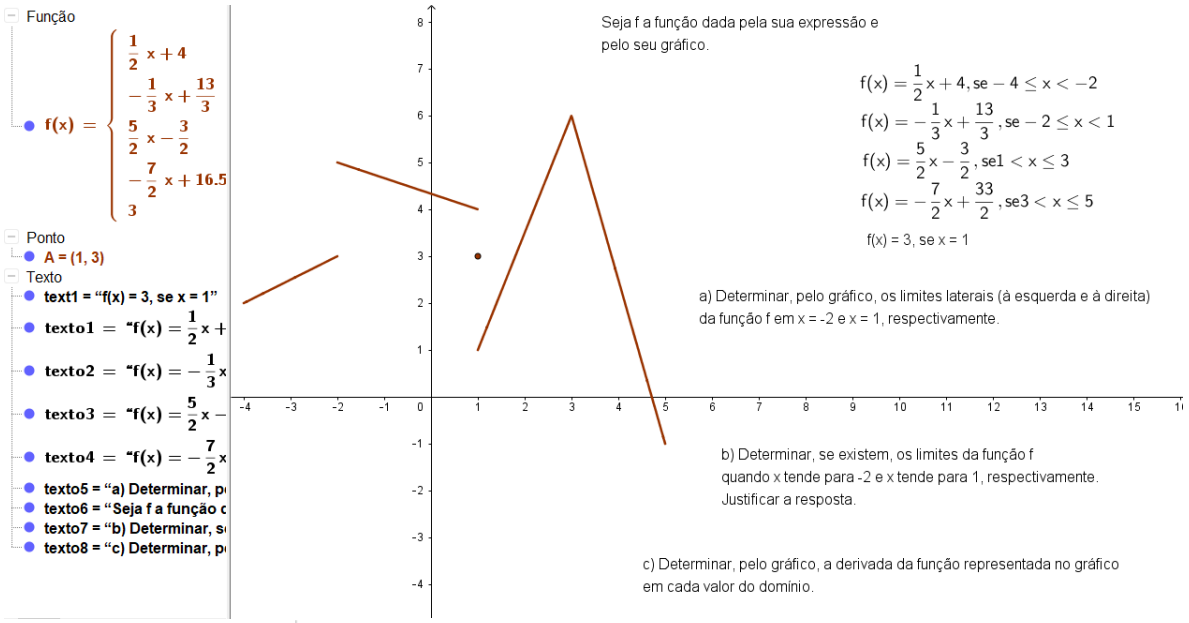


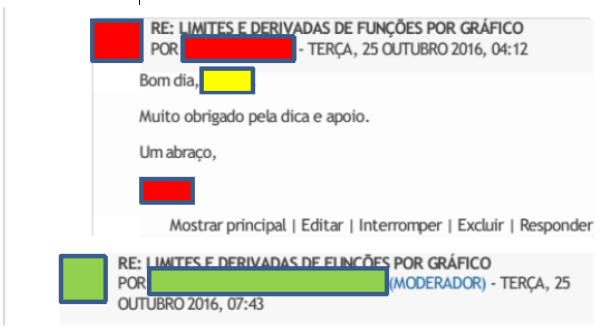
Produção inicial





Produção contribuição à dúvida inicial




RE: LIMITES E DERIVADAS DE FUNÇÕES POR GRÁFICO
POR [redacted] - TERÇA, 25 OUTUBRO 2016, 04:12

Bom dia,

Muito obrigado pela dica e apoio.

Um abraço,

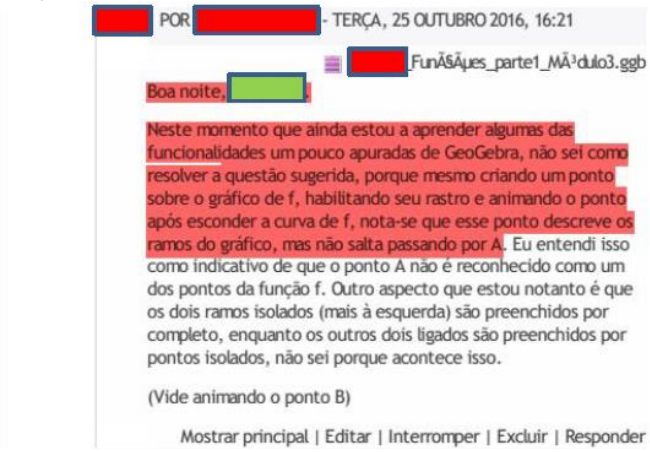
Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: LIMITES E DERIVADAS DE FUNÇÕES POR GRÁFICO
POR [redacted] (MODERADOR) - TERÇA, 25 OUTUBRO 2016, 07:43

você pode descrever como pretende usar o GeoGebra para resolver a questão sugerida?

Abraços

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder


POR [redacted] - TERÇA, 25 OUTUBRO 2016, 16:21

[redacted] FunÃ§Ãµes_parte1_MÃ³dulo3.ggb

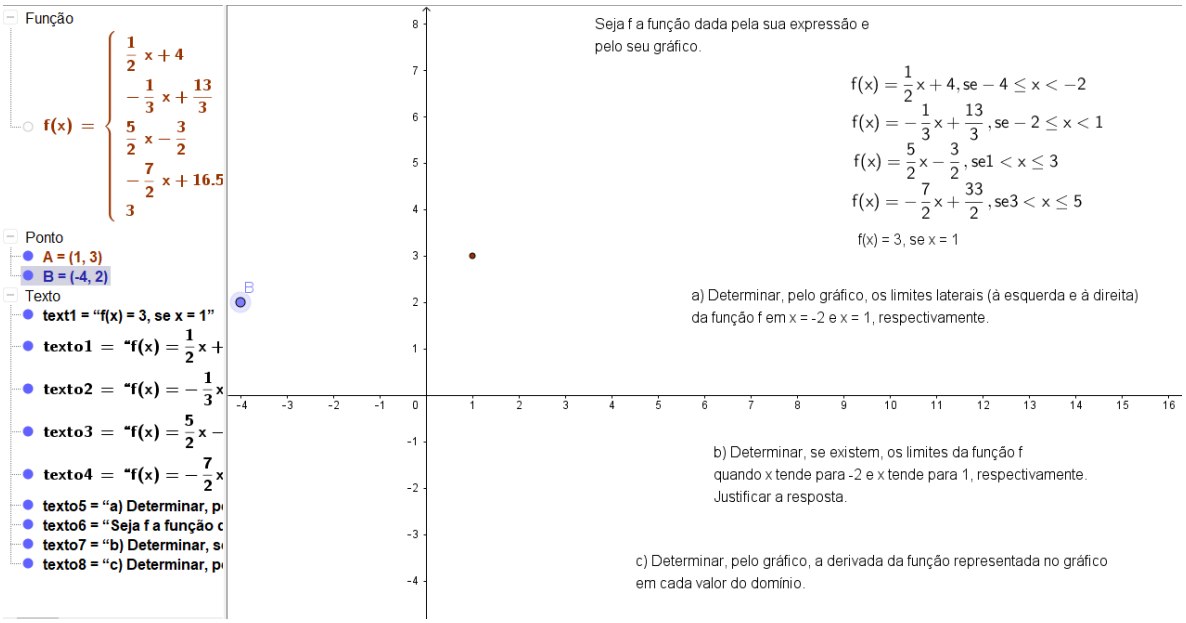
Boa noite, [redacted]

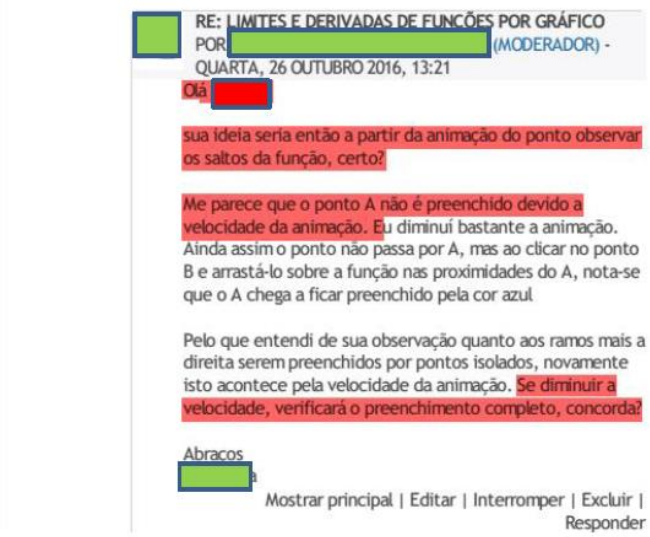
Neste momento que ainda estou a aprender algumas das funcionalidades um pouco apuradas de GeoGebra, não sei como resolver a questão sugerida, porque mesmo criando um ponto sobre o gráfico de f, habilitando seu rastro e animando o ponto após esconder a curva de f, nota-se que esse ponto descreve os ramos do gráfico, mas não salta passando por A. Eu entendi isso como indicativo de que o ponto A não é reconhecido como um dos pontos da função f. Outro aspecto que estou notanto é que os dois ramos isolados (mais à esquerda) são preenchidos por completo, enquanto os outros dois ligados são preenchidos por pontos isolados, não sei porque acontece isso.

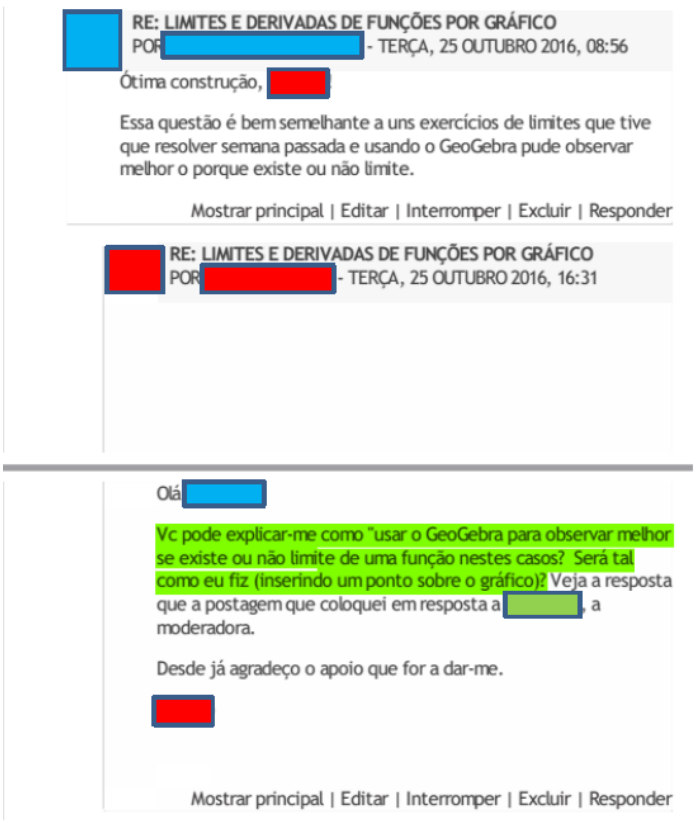
(Vide animando o ponto B)

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção resposta a interação textual de outro cursista


Função
$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 4 \\ -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3} \\ \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} \\ -\frac{7}{2}x + 16.5 \\ 3 \end{cases}$
Ponto
A = (1, 3)
B = (-4, 2)
Texto
text1 = "f(x) = 3, se x = 1"
texto1 = "$f(x) = \frac{1}{2}x +$
texto2 = "$f(x) = -\frac{1}{3}x$
texto3 = "$f(x) = \frac{5}{2}x -$
texto4 = "$f(x) = -\frac{7}{2}x$
texto5 = "a) Determinar, p
texto6 = "Seja f a função d
texto7 = "b) Determinar, s
texto8 = "c) Determinar, p
Seja f a função dada pela sua expressão e pelo seu gráfico.
$f(x) = \frac{1}{2}x + 4, se - 4 \leq x < -2$
$f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}, se - 2 \leq x < 1$
$f(x) = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}, se1 < x \leq 3$
$f(x) = -\frac{7}{2}x + \frac{33}{2}, se3 < x \leq 5$
f(x) = 3, se x = 1
a) Determinar, pelo gráfico, os limites laterais (à esquerda e à direita) da função f em x = -2 e x = 1, respectivamente.
b) Determinar, se existem, os limites da função f quando x tende para -2 e x tende para 1, respectivamente. Justificar a resposta.
c) Determinar, pelo gráfico, a derivada da função representada no gráfico em cada valor do domínio.


RE: LIMITES E DERIVADAS DE FUNÇÕES POR GRÁFICO
POR [redacted] (MODERADOR) -
QUARTA, 26 OUTUBRO 2016, 13:21
Olá [redacted]
sua ideia seria então a partir da animação do ponto observar os saltos da função, certo?
Me parece que o ponto A não é preenchido devido a velocidade da animação. Eu diminuí bastante a animação. Ainda assim o ponto não passa por A, mas ao clicar no ponto B e arrastá-lo sobre a função nas proximidades do A, nota-se que o A chega a ficar preenchido pela cor azul
Pelo que entendi de sua observação quanto aos ramos mais a direita serem preenchidos por pontos isolados, novamente isto acontece pela velocidade da animação. Se diminuir a velocidade, verificará o preenchimento completo, concorda?
Abracos
[redacted]
Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder



RE: LIMITES E DERIVADAS DE FUNÇÕES POR GRÁFICO
POR [redacted] - TERÇA, 25 OUTUBRO 2016, 08:56

Ótima construção, [redacted]

Essa questão é bem semelhante a uns exercícios de limites que tive que resolver semana passada e usando o GeoGebra pude observar melhor o porque existe ou não limite.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: LIMITES E DERIVADAS DE FUNÇÕES POR GRÁFICO
POR [redacted] - TERÇA, 25 OUTUBRO 2016, 16:31

Olá [redacted]

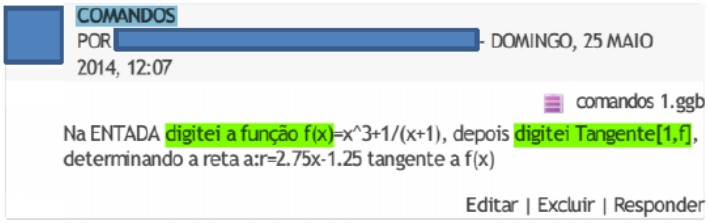
Vc pode explicar-me como "usar o GeoGebra para observar melhor se existe ou não limite de uma função nestes casos? Será tal como eu fiz (inserindo um ponto sobre o gráfico)? Veja a resposta que a postagem que coloquei em resposta a [redacted], a moderadora.

Desde já agradeço o apoio que for a dar-me.

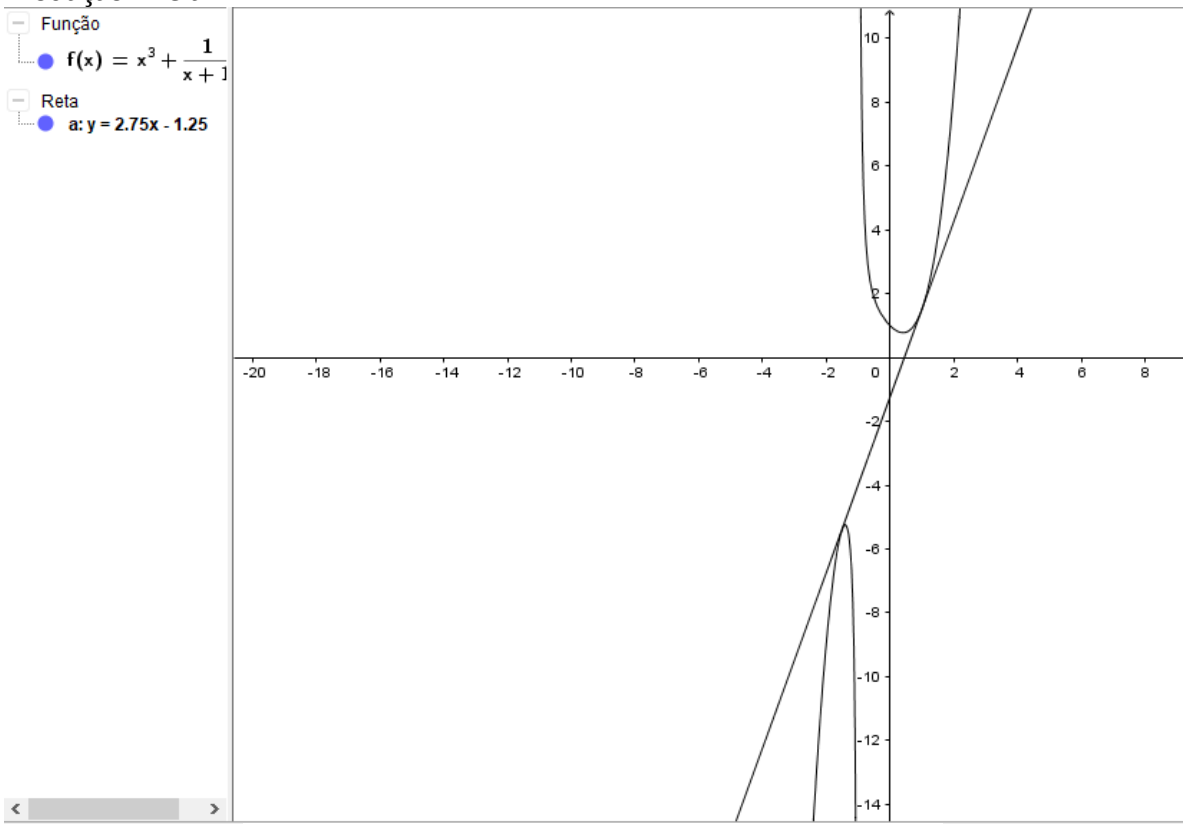
[redacted]

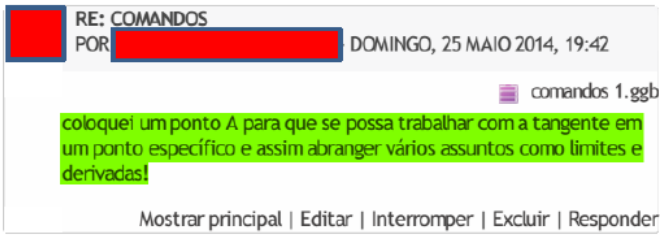
Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

IT – Autor inicial interagiu com as respostas dos colegas na forma de texto sem nova construção

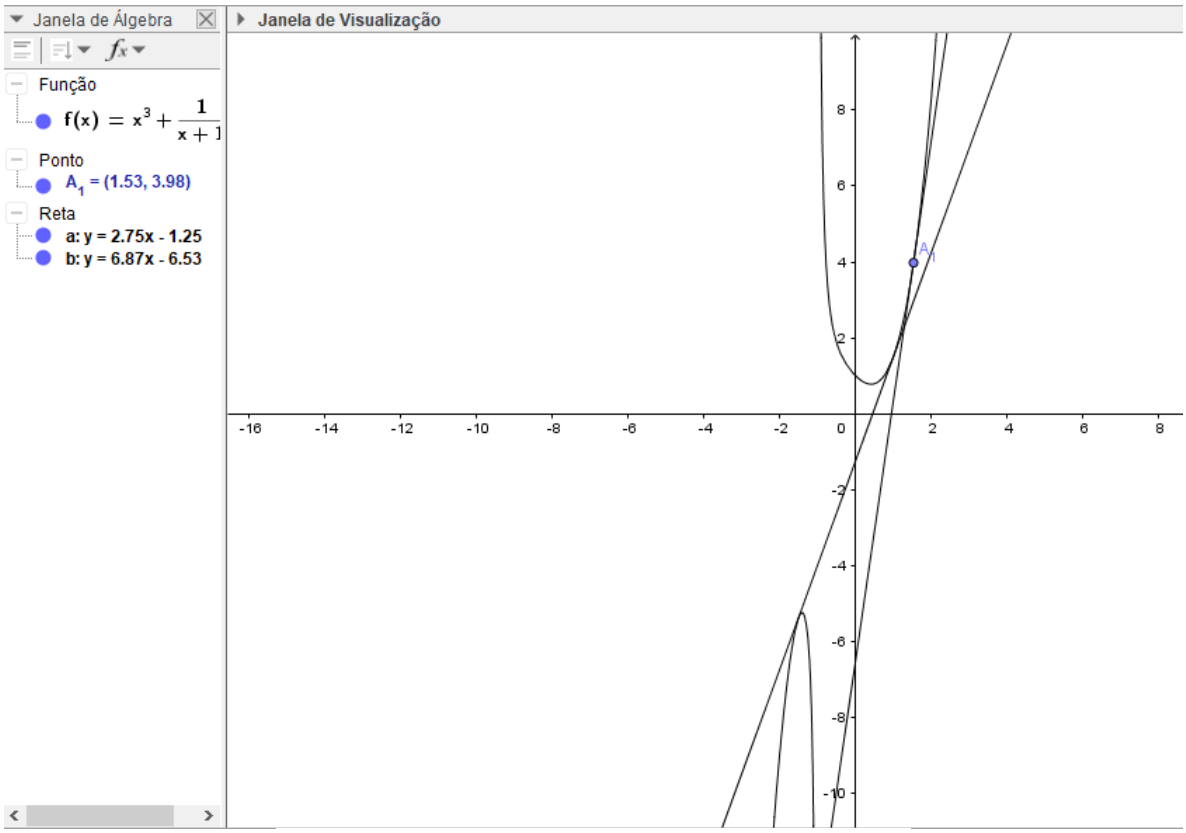


Produção inicial





Produção contribuição



RE: COMANDOS
POR [redacted] - DOMINGO, 25 MAIO 2014, 19:53

Agradeço a contribuição em minha construção. pensei durante a elaboração do trabalho colocar esse ponto entretanto não o fiz.
Obrigado

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: COMANDOS
POR [redacted] - DOMINGO, 25 MAIO 2014, 19:56

Por nada! Eu que lhe agradeço através de sua construção enxerguei algo que estou trabalhando em cálculo I.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir |

APÊNDICE VII

Direções dos discursos.

Estudo conceitual

TAREFA 3

POR [redacted] - SÁBADO, 13 SETEMBRO 2014, 17:10

tarefa 3.ggb

Olá pessoal!

A ideia nesta tarefa 3 é explorar o conceito, por meio da derivada da função num ponto,da equação da reta que tangencia o gráfico de uma função no ponto (x0, f(x0)).

Primeiro construi os controles deslizantes a,b e c, como parâmetros da função quadrática e os controles deslizantes d para o coeficiente angular da reta y e e para o coeficiente linear da reta y reta.

Na entrada digitei a função quadrática genérica f(x) e posteriormente a reta genérica y.

Alterei a cor do gráfico de f para vermelho.

Podemos observar que alterando os parâmetros de ambos os objetos (função e reta) o ponto de tangência (quando existe) muda de coordenadas.

Fiz os cálculos no papel para $f(x)=x^2$ no ponto (2, f(2)), coloquei um ponto na intersecção de f com a reta e, com a ferramenta mover, arrastei para o pnto (1, f(1)) e a equação da reta se modifica na janela de álgebra.

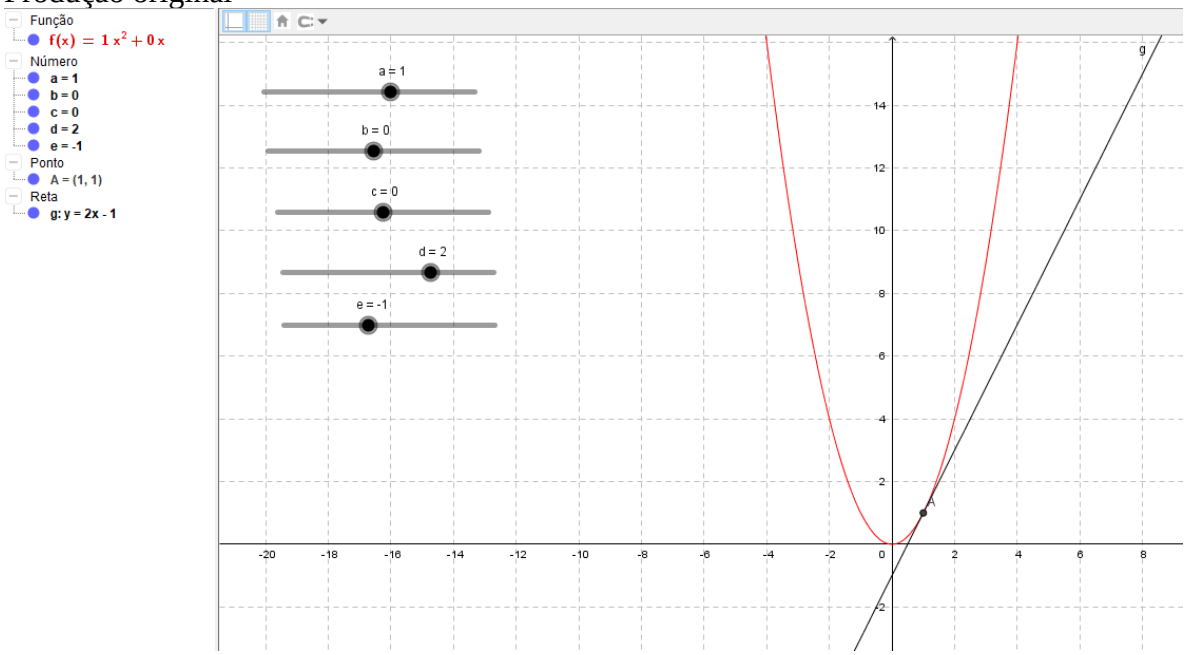
Fiquei satisfeito em ter realizado essa tarefa. Muito legal.

Não sei se o Geogebra realiza os cálculos, mas pela aula ao vivo, o Sérgio disse que não, apenas estabelece as relações.

Um forte abraço a todos e um ótimo domingo!

[redacted]

Produção original



RE: TAREFA 3
POR [redacted] DOMINGO, 14 SETEMBRO 2014, 12:07

derivada.ggb

Olá [redacted]!

Como sugestão acredito que seria interessante se você pudesse determinar, com o auxílio do software GeoGebra, a inclinação da reta tangente em um ponto qualquer, que determina a taxa de variação instantânea em um ponto fixo.

Para isso usando a sua mesma função poderíamos proceder proceder da seguinte maneira:

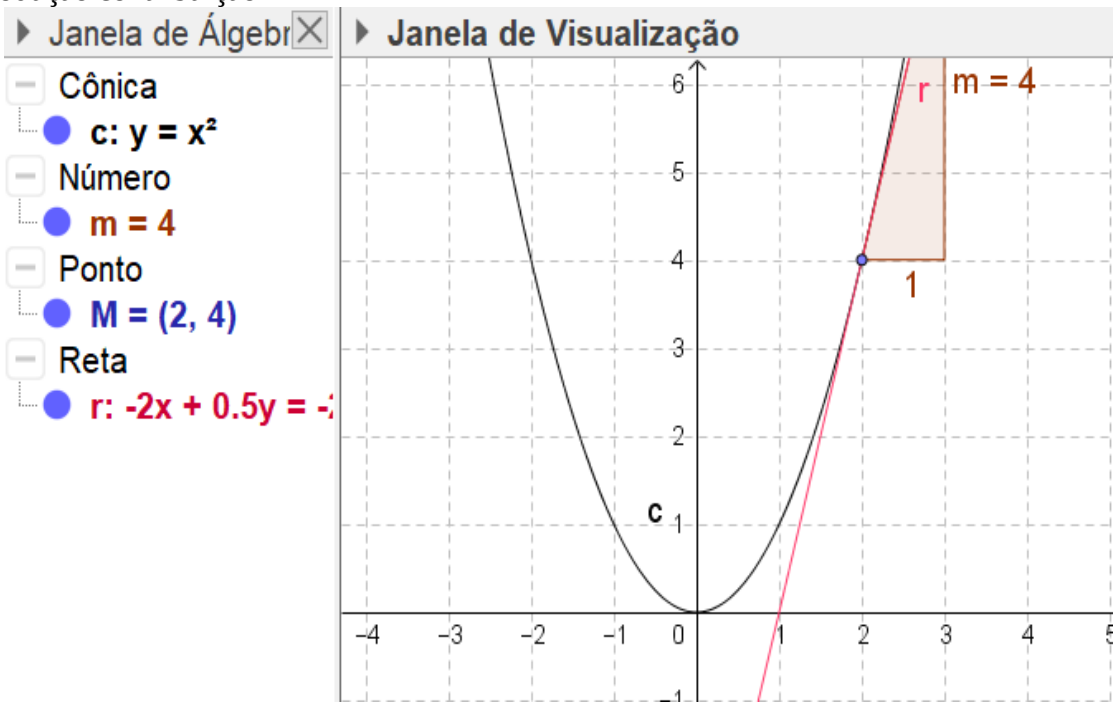
1° Passo- No campo de entrada do software digita-se a equação de alguma curva tomamos, por exemplo, uma parábola que passa pela origem, y = x^2, pressione a tecla Enter do teclado, aparece na tela de trabalho o gráfico da equação.

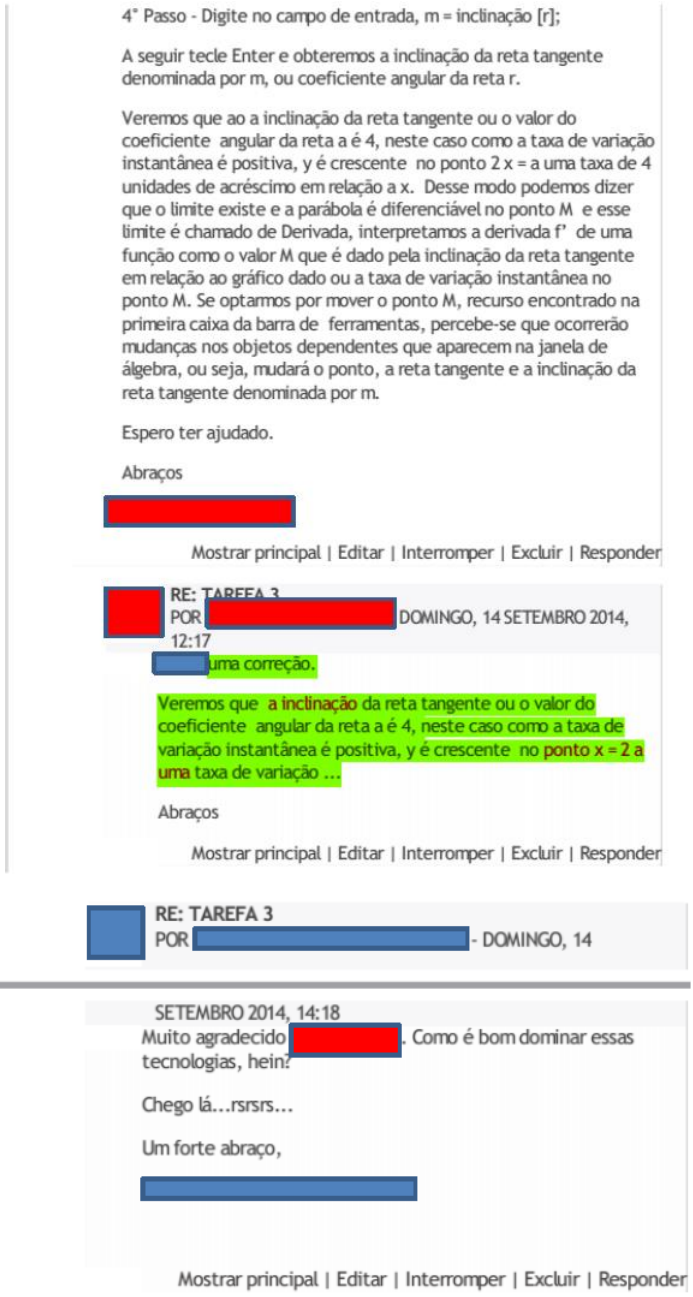
2° Passo - Na barra de ferramentas do software selecione a segunda caixa e opte pelo recurso "ponto".

Deslize sobre a curva até encontrar as coordenadas (2,4), e marque o ponto, dê um clique com o botão direito do mouse em cima do ponto e selecione renomear, troque o nome ponto A por M.

3° Passo - Na barra de ferramentas selecione a quarta caixa e deslize até a opção de tangentes. Voltando na construção dê um clique sobre a parábola, em seguida clique sobre o ponto M, obtemos assim a reta tangente à curva passando por M e a denominamos por r. Clique com o botão direito do mouse em cima da reta a, e vá ao item propriedades para alterar a cor da reta, espessura e fazer outras modificações, observe que a reta tangente pode ser visualizada na área de trabalho pela reta que intercepta a parábola, e pode ser visualizada também na janela da álgebra pela equação que a representa.

Produção contribuição





4° Passo - Digite no campo de entrada, m = inclinação [r];

A seguir tecle Enter e obteremos a inclinação da reta tangente denominada por m, ou coeficiente angular da reta r.

Veremos que ao a inclinação da reta tangente ou o valor do coeficiente angular da reta a é 4, neste caso como a taxa de variação instantânea é positiva, y é crescente no ponto 2 x = a uma taxa de 4 unidades de acréscimo em relação a x. Desse modo podemos dizer que o limite existe e a parábola é diferenciável no ponto M e esse limite é chamado de Derivada, interpretamos a derivada f' de uma função como o valor M que é dado pela inclinação da reta tangente em relação ao gráfico dado ou a taxa de variação instantânea no ponto M. Se optarmos por mover o ponto M, recurso encontrado na primeira caixa da barra de ferramentas, percebe-se que ocorrerão mudanças nos objetos dependentes que aparecem na janela de álgebra, ou seja, mudará o ponto, a reta tangente e a inclinação da reta tangente denominada por m.

Espero ter ajudado.

Abraços

[redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

[redacted] RE: TAREFA 3
POR [redacted] DOMINGO, 14 SETEMBRO 2014, 12:17

[redacted]uma correção.

Veremos que a inclinação da reta tangente ou o valor do coeficiente angular da reta a é 4, neste caso como a taxa de variação instantânea é positiva, y é crescente no ponto x = 2 a uma taxa de variação ...

Abraços

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

[redacted] RE: TAREFA 3
POR [redacted] - DOMINGO, 14 SETEMBRO 2014, 14:18

Muito agradecido [redacted]. Como é bom dominar essas tecnologias, hein?

Chego lá...rsrsrs...

Um forte abraço,

[redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Aplicação ou uso da Derivada na resolução de atividades

OTIMIZAÇÃO EM ECONOMIA
POR [redacted] - SEGUNDA, 25 JULHO 2016, 12:14

Otimização na Economia.ggb

O problema que proponha para resolução é de otimização, comumente usando no estudo de aplicações de derivadas,

"Suponha que R(x)=9x e C(x)=x^3-6x^2+15x, onde x representa milhares de unidade de tocadosres de MP3 produzidos.

Existe um nível de produção que maximize o lucro? Se sim, qual é?
Nota:
R(x) representa a Receita Marginal , isto é, receita proveniente da venda de x itens;
C(x) o custo de produção de
L(x) lucro sobre a produção e venda de itens."

Para resolução de problema foram digitadas as seguintes funções:

R(x)=9x , C(x)=x^3-6x^2+15x e L(x)= R(x)-C(x),

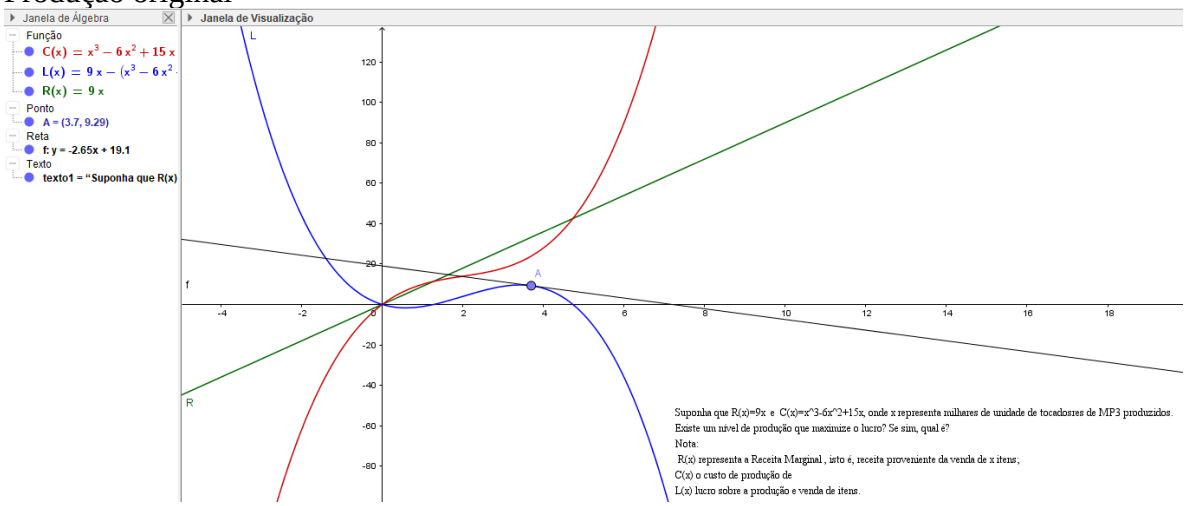
Com estes gráficos já da pra discutir a solução observando a função diferença (L(x))

Mas para tornar mais visível a solução foi colocado um ponto A na curva de L(x), usando a ferramenta ponto em objeto de pois sobre o ponto A foi através da ferramenta reta tangente, foi traçada uma rete tangente a curva L(x) e ao fazer movimentar o ponto A, podemos verificar usando o conhecimento da inclinação da reta tangente.

Bom é isso,

Editar | Excluir | Responder

Produção original



RE: OTIMIZAÇÃO EM ECONOMIA
POR [redacted] - SEGUNDA, 25 JULHO 2016, 22:04

Otimização na Economia (modificado).ggb

Olá [redacted]

Sua atividade é bem interessante e a construção está bem simples. Uma ótima aplicação de derivadas. Como seria bom se, no conteúdo do Ensino Médio, tivéssemos a volta de noções de cálculo I.

Proponho algumas alterações na sua construção. Primeiramente, como x representa o número de unidades vendidas, então não faz sentido os gráficos de R(x), C(x) e L(x) estarem definidos para x < 0. Portanto, restringi o domínio dessas funções para x ? 0.

Em seguida, criei o ponto B que maximiza o lucro. Para isso, é só digitar no **CAMPO DE ENTRADA máximo [L, 0, 5]**, ou seja, o valor máximo da função L no intervalo [0,5].

O valor da abscissa desse ponto dará a solução do problema; no caso, 3,41.

A reta tangente ao gráfico serve para os alunos verificarem a interpretação geométrica da derivada. Ao aproximar o ponto A de B é possível verificar que o coeficiente angular da reta aproxima-se de 0, logo, na vizinhança, há um ponto extremo no gráfico de L(x).

Espero ter contribuído com alguma melhoria para a sua atividade.

Um grande abraço.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição



RE: OTIMIZAÇÃO EM ECONOMIA
POR [redacted] - TERÇA, 26 JULHO 2016, 09:05

Foi uma boa modificação [redacted] A mesma acaba com a poluição visual.

Agora, precisamos saber se esta era a intenção final da nossa amiga nair pois, da forma que ela criou sua atividade, poderia explorar basteante os gráficos criados para uma boa interação com os alunos.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: OTIMIZAÇÃO EM ECONOMIA
POR [redacted] - DOMINGO, 31 JULHO 2016, 06:34

Muito obrigada, por suas contribuições.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: OTIMIZAÇÃO EM ECONOMIA
POR [redacted] (MODERADOR) - TERÇA, 26 JULHO 2016, 12:57

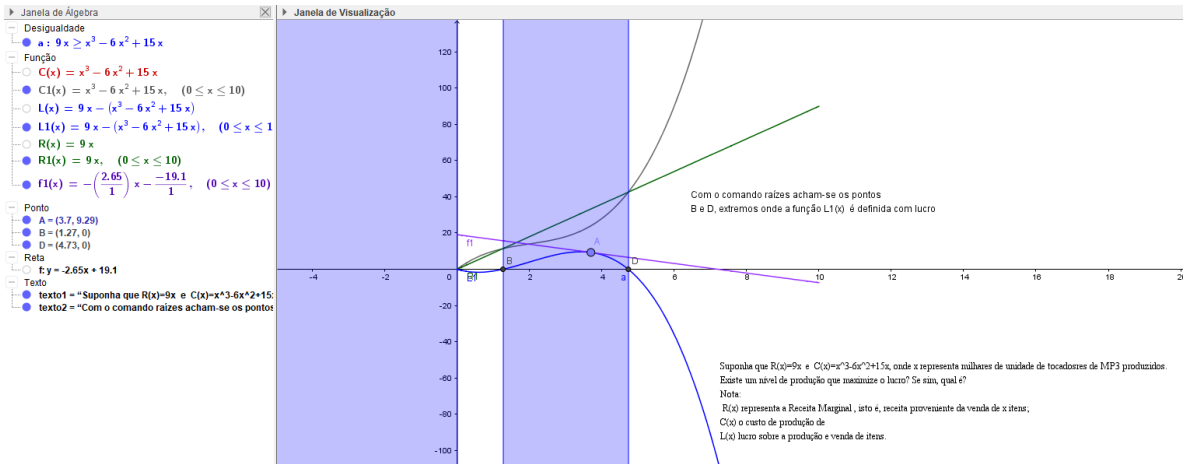
otimizacao na economia incrementado.ggb

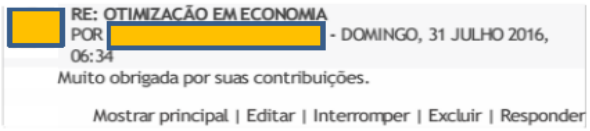
Boa tarde

Muito boa sua atividade sobre o lucro e prejuízo. Inclusive posso fazer r(x) >= C(x) que mostra o intervalo de lucro e com o comando raízes [l(x) ,0 ,10] , Como os colegas sugeriram eu transformei com o comando função[função , vlr inicial , vlr final] as funções para R1(x), C1(x) e L1(x), entre 0 e 10. Veja o resultado. Tentei fazer R1(x) >= C1(x) mas não funcionou, vou verificar e epois te envio mensagem.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição 2


Janela de Álgebra
Desigualdade
a : 9 x ≥ x³ − 6 x² + 15 x
Função
C(x) = x³ − 6 x² + 15 x
C1(x) = x³ − 6 x² + 15 x, (0 ≤ x ≤ 10)
L(x) = 9 x − (x³ − 6 x² + 15 x)
L1(x) = 9 x − (x³ − 6 x² + 15 x), (0 ≤ x ≤ 1
R(x) = 9 x
R1(x) = 9 x, (0 ≤ x ≤ 10)
f1(x) = −(2.65/1) x − −19.1/1, (0 ≤ x ≤ 10)
Ponto
A = (3.7, 9.29)
B = (1.27, 0)
D = (4.73, 0)
Reta
f: y = -2.65x + 19.1
Texto
texto1 = "Suponha que R(x)=9x e C(x)=x^3-6x^2+15
texto2 = "Com o comando raizes acham-se os pontos
Janela de Visualização
Com o comando raízes acham-se os pontos
B e D, extremos onde a função L1(x) é definida com lucro
Suponha que R(x)=9x e C(x)=x^3-6x^2+15x, onde x representa milhares de unidade de tocadosres de MP3 produzidos.
Existe um nível de produção que maximize o lucro? Se sim, qual é?
Nota:
R(x) representa a Receita Marginal , isto é, receita proveniente da venda de x itens;
C(x) o custo de produção de
L(x) lucro sobre a produção e venda de itens.


RE: OTIMIZAÇÃO EM ECONOMIA
POR [redacted] - DOMINGO, 31 JULHO 2016, 06:34
Muito obrigada por suas contribuições.
Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Estudo do comportamento do gráfico de funções

TAREFA 04 - GRÁFICOS DE X^2 E SQRT(X)
POR [redacted] - SÁBADO, 17 OUTUBRO 2015, 16:13

Atividade04.ggb

Olá pessoal!

Eu resolvi fazer alguns gráficos simples pra mostrar pros alunos como o gráfico de algumas funções pode se comportar dependendo do coeficiente, então eu escolhi algumas funções não-lineares bem simples.

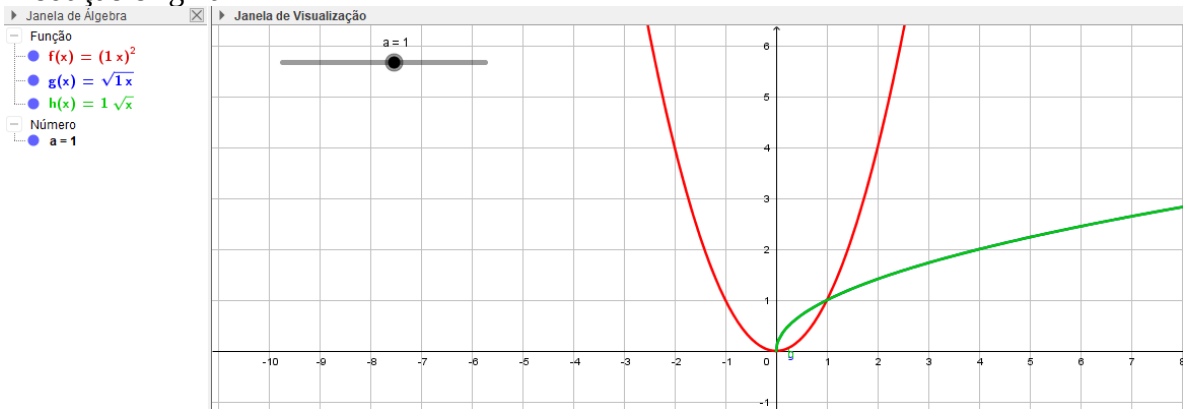
Primeiramente foi construído a usando o controle deslizante, possuindo variação entre -10 e 10.
Usando a caixa de entrada foram feitas três funções:
f(x)=a*x^2
g(x)=sqrt(a*x)
h(x)=a*sqrt(x)

Ao interagirmos com o controle deslizante, podemos perceber que f(x) sempre estará acima do eixo x, e que quanto mais próximo a estiver de zero (sem ser zero) o gráfico da função estará mais próximo do eixo x, e quanto mais distantes de zero, o gráfico se aproxima do eixo y.

Quanto a g(x) e f(x) podemos ver que elas se comportam de maneiras diferentes. Lembrando que a outra metade das "parábolas" não aparece pois a função sqrt(x) só existe no conjunto dos números reais para x maiores ou iguais a zero.
Então no caso de g(x) podemos ver que como a está dentro da raiz ele precisa satisfazer essa condição também, então vemos que o comportamento dela e de f(x) são parecidos para a's positivos, mas quando a se torna negativo a única maneira dessa condição ser satisfeita é que x também seja um número negativo, portanto o gráfico de g(x) "troca" de quadrante para o lado onde os valores de x são negativos.
Em h(x) observamos que como a não está dentro da raiz, então temos que apenas x deve ser maior ou igual a zero, independente do valor de a.
Quando a é negativo podemos ver que o gráfico de h(x) também troca de quadrante, mas dessa vez ele continua com os valores para x positivos e atinge valores negativos para y, pois um número positivo multiplicado por um número negativo resulta em um número negativo.

Editar | Excluir | Responder

Produção original



RE: TAREFA 04 - GRÁFICOS DE X^2 E SQRT(X)
POR [redacted] - SÁBADO, 17 OUTUBRO 2015, 16:30

Sua atividade é interessante, mas não apresenta a característica solicitada na Tarefa 04 que é a inserção dos que já foi aprendido nos tópicos anteriores.

Minha sugestão seria você escolher um ponto em uma das curvas e determinar a derivada, veja o exemplo de minha atividade.

Abraços.

[redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

[redacted] RE: TAREFA 04 - GRÁFICOS DE X^2 E SQRT(X)
POR [redacted] - DOMINGO, 18 OUTUBRO 2015, 17:25

Olá [redacted]

Vi sua atividade e eu realmente não tinha pensado em escolher pontos pra determinar a derivada, quanto ao assunto eu pensei em tratar de funções como um caso geral sobre qualquer função. Obrigado pela sugestão!

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

[redacted] RE: TAREFA 04 - GRÁFICOS DE X^2 E SQRT(X)
POR [redacted] - SÁBADO, 17 OUTUBRO 2015, 17:05

Atividade04 sugestão.ggb

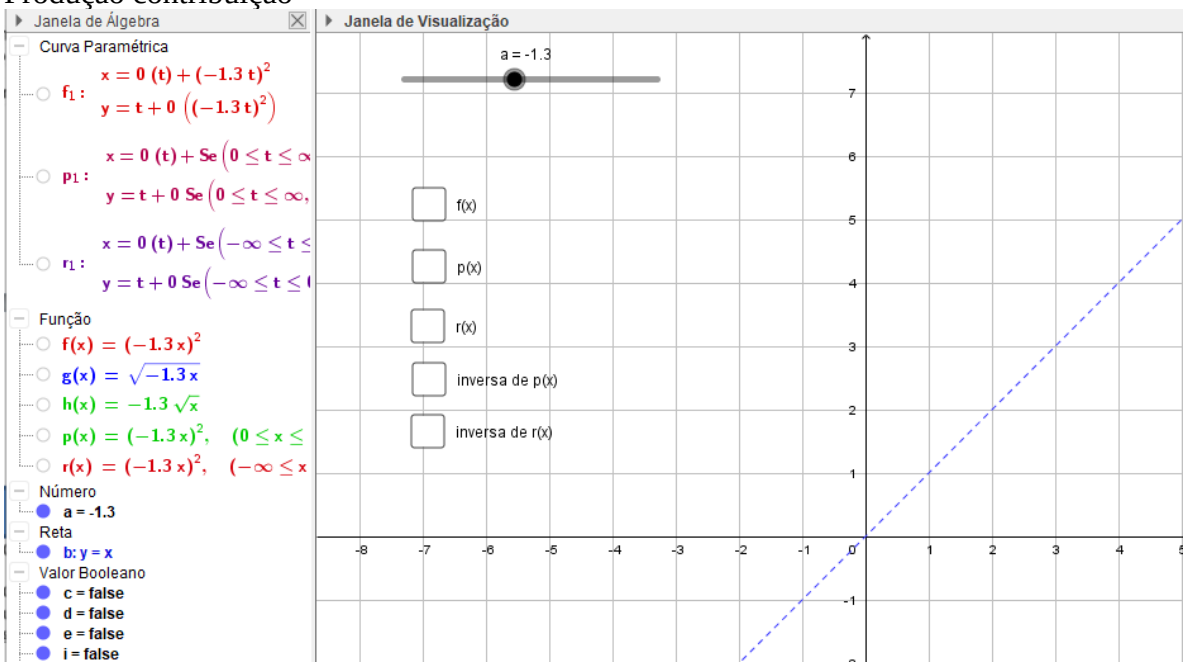
Oi , gostei de sua ideia.

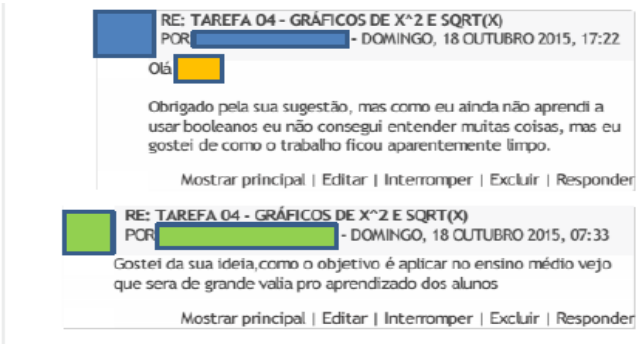
Como hoje aprendi a usar o comando valor booleano, fiz uma sugestão usando ele.

parabéns pela ideia e abçs

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição





RE: TAREFA 04 - GRÁFICOS DE X^2 E SQRT(X)
POR [redacted] - DOMINGO, 18 OUTUBRO 2015, 17:22

Olá [redacted]

Obrigado pela sua sugestão, mas como eu ainda não aprendi a usar booleanos eu não consegui entender muitas coisas, mas eu gostei de como o trabalho ficou aparentemente limpo.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: TAREFA 04 - GRÁFICOS DE X^2 E SQRT(X)
POR [redacted] - DOMINGO, 18 OUTUBRO 2015, 07:33

Gostei da sua ideia,como o objetivo é aplicar no ensino médio vejo que sera de grande valia pro aprendizado dos alunos

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Operacionalização de exercícios

RETA TANGENTE
POR [redacted] - DOMINGO, 23 OUTUBRO 2016, 18:50

TAREFA_3.ggb

Questão de Calculo 1 da UNIVESP:

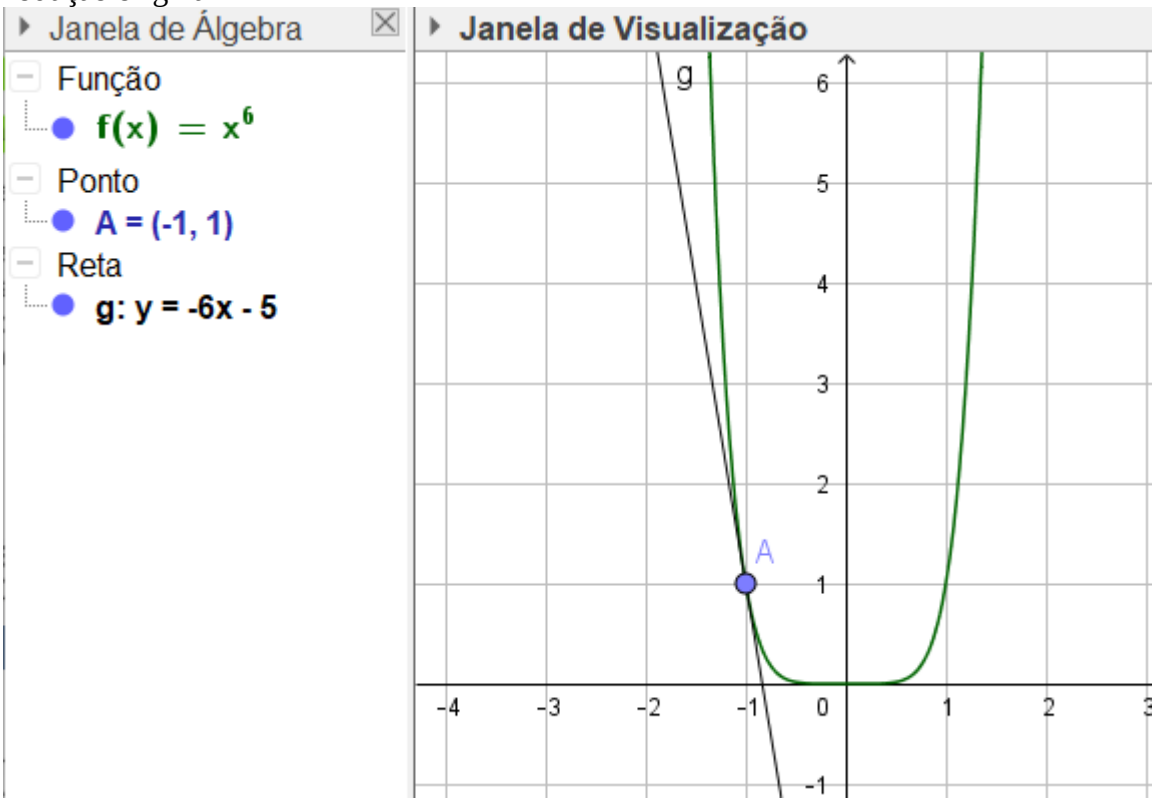
Obtenha a reta tangente ao gráfico de f(x)=x^6, no ponto (-1;1).

Resposta

inicialmente plotei a função f(x)=x^6, depois o ponto que chamei de A nas coordenadas (-1,1), na sequencia, com a ferramenta reta tangente cliquei no ponto A e na função e foi criada a reta tangente g que é a derivada da função no ponto A.

Editar | Excluir | Responder

Produção original



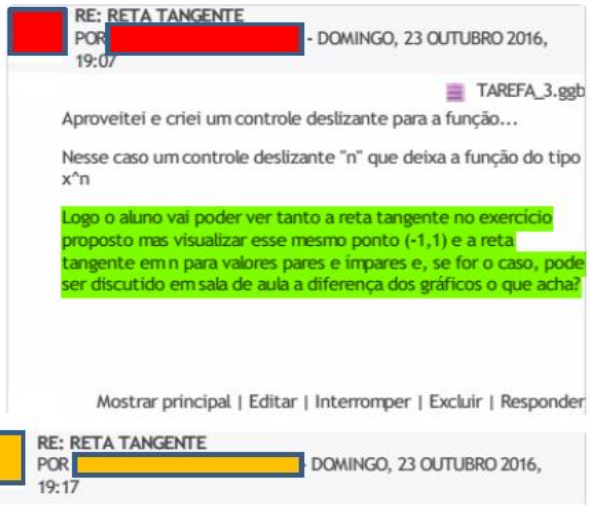
RE: RETA TANGENTE
POR [redacted] DOMINGO, 23 OUTUBRO 2016, 18:58

Olá [redacted]

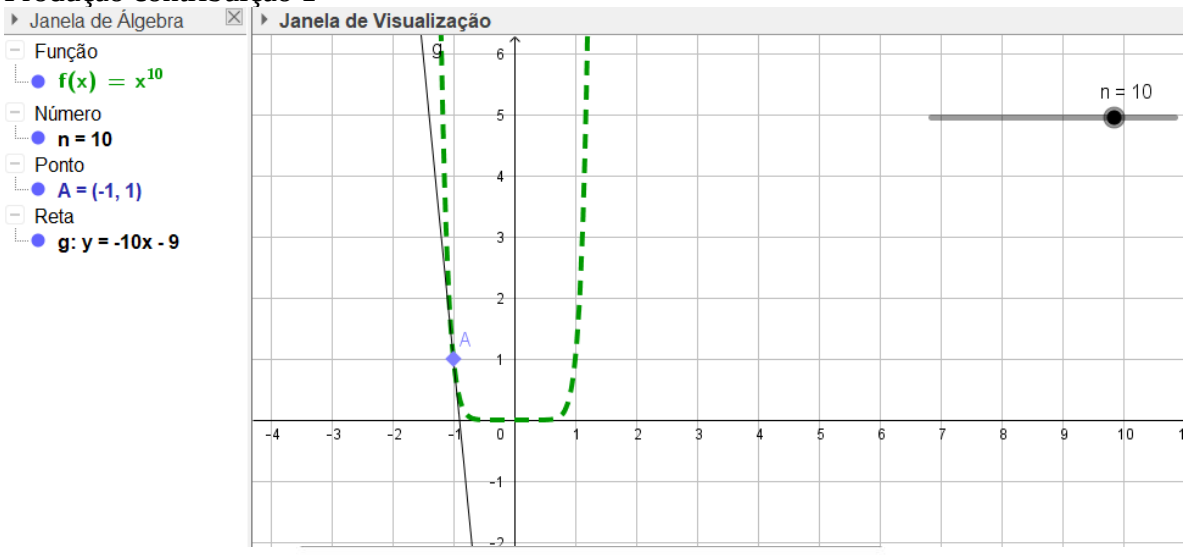
é importante para essa atividade deixarmos o ponto A fixo (clicando com o botão direito em propriedades e "fixar objeto") pois caso o aluno movimento aquele ponto a coordenada não será mais (-1,1) e o exercício não fará mais sentido ok?

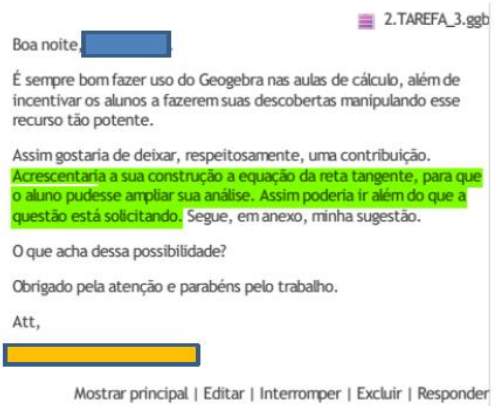
Abraços

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

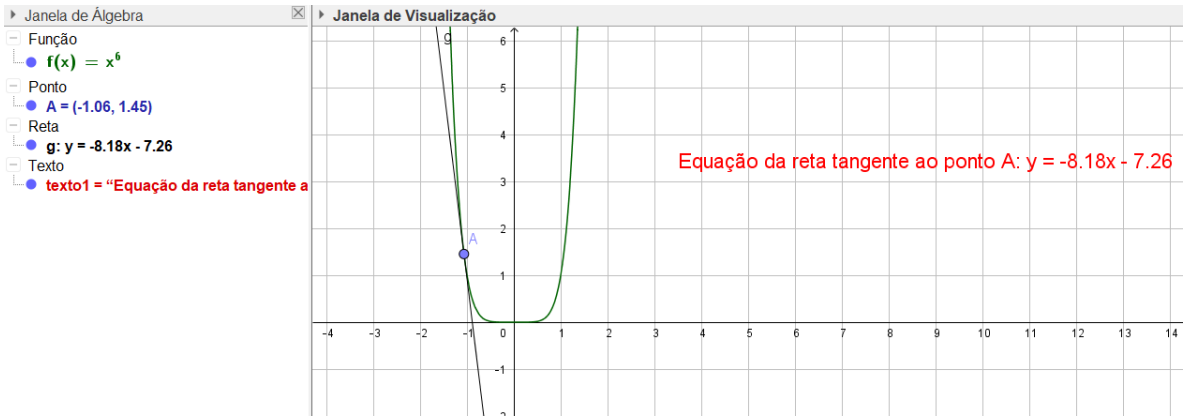


Produção contribuição 1





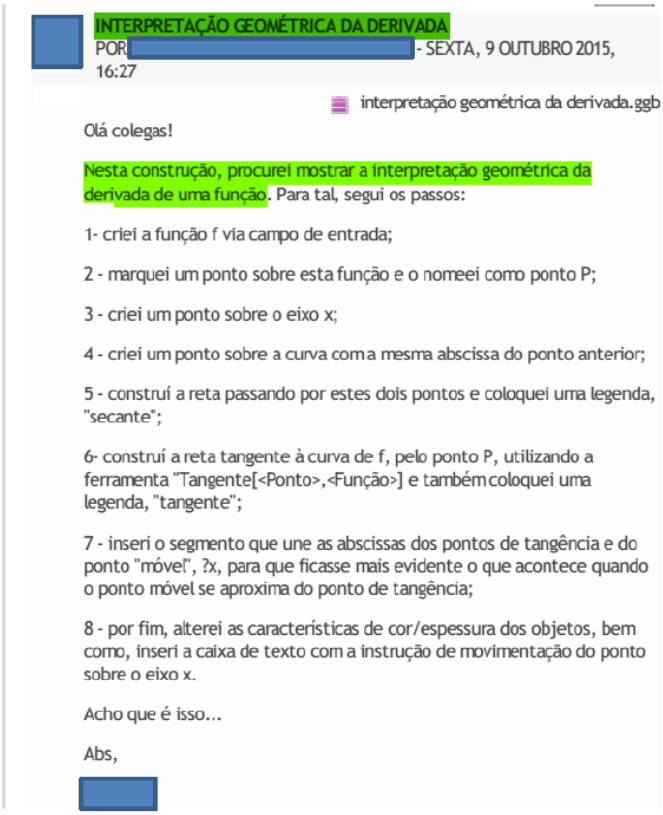
Produção contribuição 2


Janela de Álgebra
Função
f(x) = x⁶
Ponto
A = (-1.06, 1.45)
Reta
g: y = -8.18x - 7.26
Texto
texto1 = "Equação da reta tangente a
Janela de Visualização
g
A
Equação da reta tangente ao ponto A: y = -8.18x - 7.26

APÊNDICE VIII

Categorias de análise

Casos a respeito da Derivada



INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA

POR [redacted] - SEXTA, 9 OUTUBRO 2015, 16:27

interpretação geométrica da derivada.ggb

Olá colegas!

Nesta construção, procurei mostrar a interpretação geométrica da derivada de uma função. Para tal, segui os passos:

1- criei a função f via campo de entrada;

2 - marquei um ponto sobre esta função e o nomeei como ponto P;

3 - criei um ponto sobre o eixo x;

4 - criei um ponto sobre a curva com a mesma abscissa do ponto anterior;

5 - construí a reta passando por estes dois pontos e coloquei uma legenda, "secante";

6- construí a reta tangente à curva de f, pelo ponto P, utilizando a ferramenta "Tangente[<Ponto>,<Função>] e também coloquei uma legenda, "tangente";

7 - inseri o segmento que une as abscissas dos pontos de tangência e do ponto "móvel", ?x, para que ficasse mais evidente o que acontece quando o ponto móvel se aproxima do ponto de tangência;

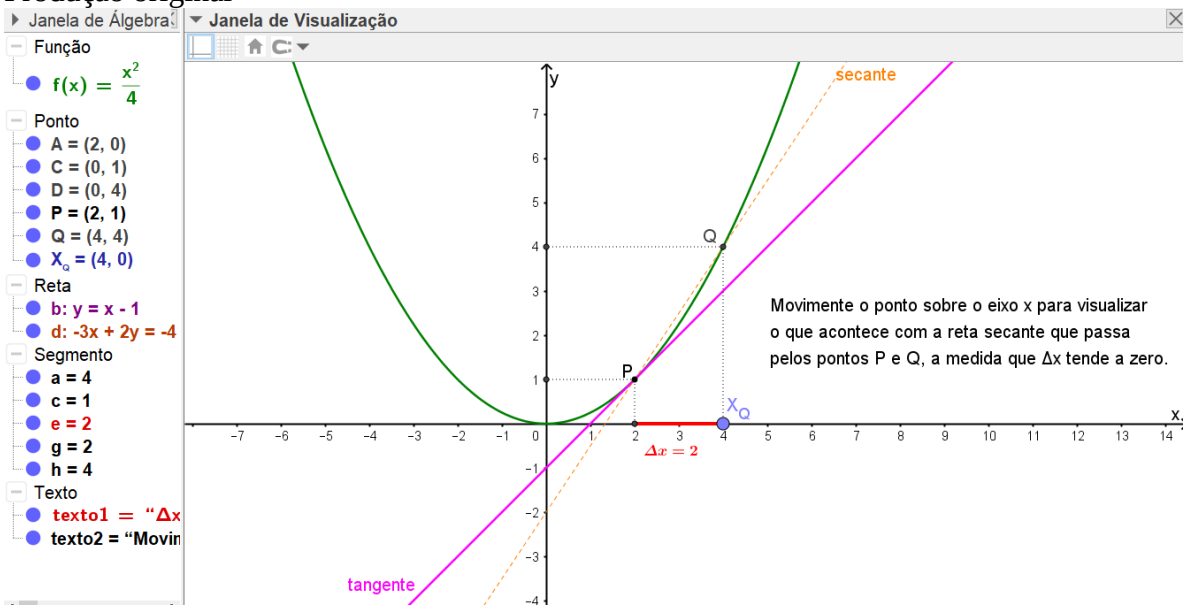
8 - por fim, alterei as características de cor/espessura dos objetos, bem como, inseri a caixa de texto com a instrução de movimentação do ponto sobre o eixo x.

Acho que é isso...

Abs,

[redacted]

Produção original



RE: INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA
POR [redacted] - DOMINGO, 11 OUTUBRO 2015, 10:45

modificacao nos pontos do gráfico.ggb

Boa tarde

Muito boa sua aplicação sobre a tangente em um ponto.

Tomei a liberdade fazer uma pequena modificação. Coloquei um seletor em [1 , 3] e

X_Q = (a , 0) e Q= (a, f(a)) e Q_y = (0 , f(a)) e liguei os segmentos QQ_x e QQ_y e animei o seletor.

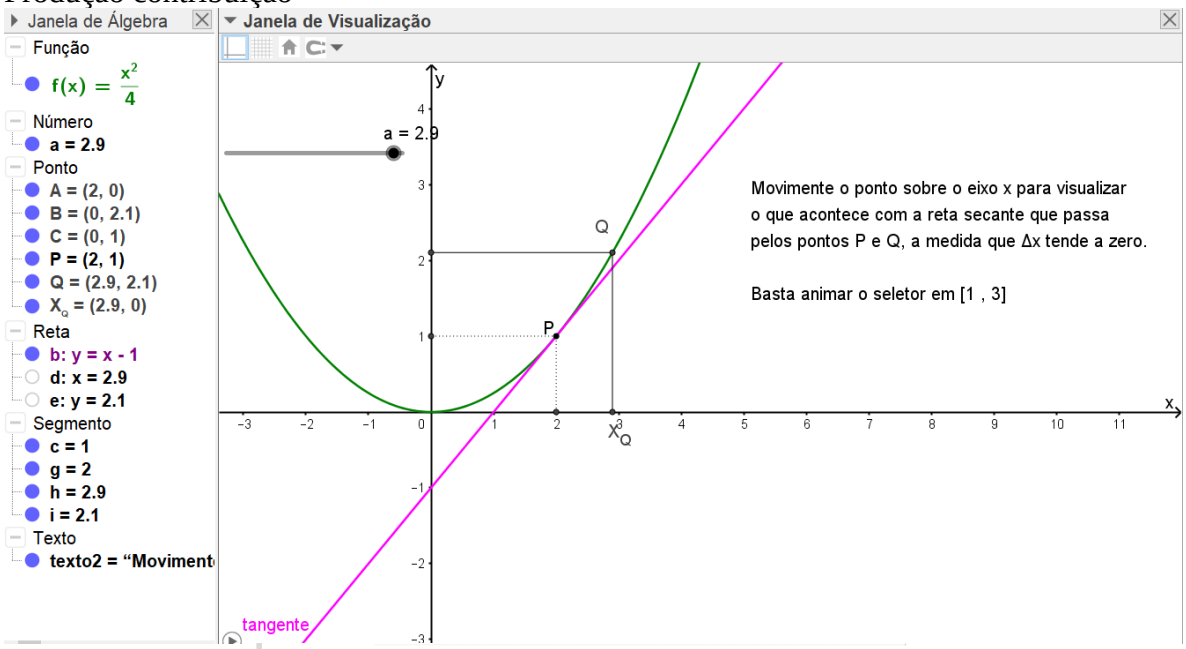
Sugestão Você pode pedir para calcular a equaç~qao da reta Tg em Q(a, f(a)) usando

y - y_o = m (x - x_o).

Parabéns pela atividade

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição



RE: INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA
POR [redacted] - SEGUNDA, 12 OUTUBRO 2015, 19:34

Oi Djalma!

Muito boa a tua dica! Certo que a utilizarei!

Obrigada pela contribuição!

Abs,

[redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: INTERPRETACAO GEOMETRICA DA DERIVADA
POR [redacted] - TERÇA, 13 OUTUBRO 2015, 10:24

Resposta At4 - interpretação geométrica da derivada.ggb

Olá [redacted]

Parabéns pela atividade. Os alunos conseguirão visualizar facilmente a tangente e sua construção servirá como apoio para tal.

Uma única sugestão... Deixar a reta tangente laranja um pouco mais "grossa". Quando olhei no notebook com o reflexo da luz não conseguia enxergar ela...

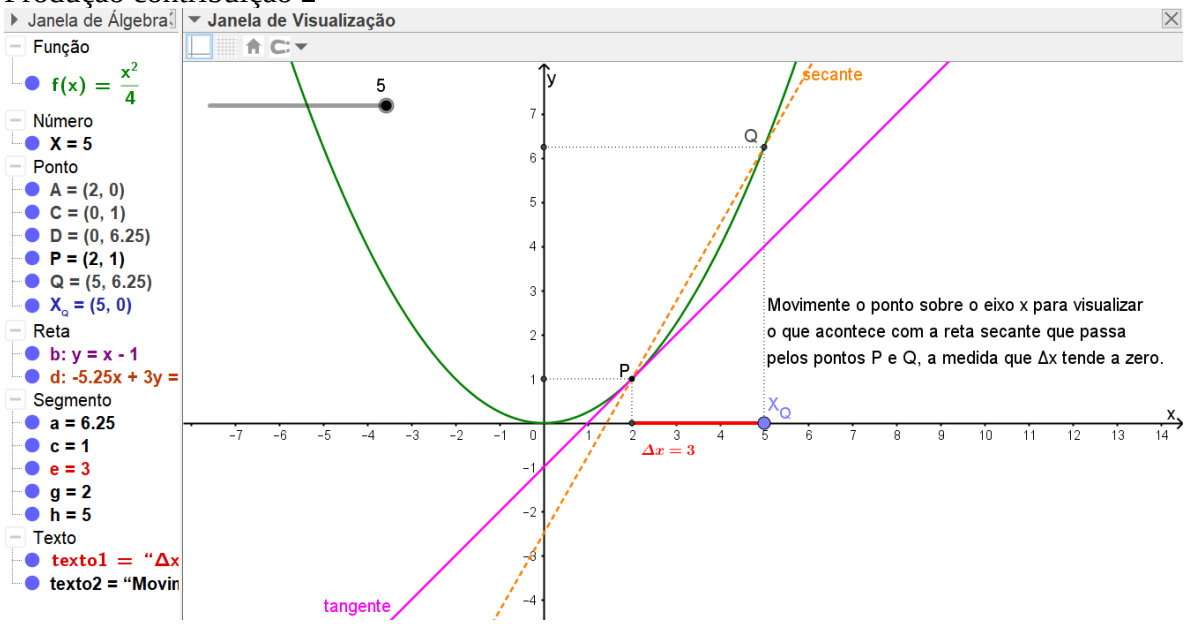
Fiz uma alteração (tentando incluir o que o colega também fez), dê uma olhada.

Aproveito para convidar à dar uma olhada na minha construção sobre a integral.

Abraço

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição 2



RE: INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA
POR [redacted] - TERÇA, 13 OUTUBRO 2015, 16:39

Oi [redacted]

Obrigada pela dica!

Pode deixar que darei uma espiada no material que elaboraste sim!

Abs,

[redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA
POR [redacted] - TERÇA, 13 OUTUBRO 2015, 13:09

Oi [redacted]

Amei sua construção!!!

Sempre desenho no quadro essa construção, e faço "ginástica" com o cérebro dos alunos (hehe)... vou usá-la em minhas aulas de Cálculo! :)

Beijos

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA
POR [redacted] - TERÇA, 13 OUTUBRO 2015, 16:41

Oi [redacted]

Eu sempre utilizo na aula onde introduzo a interpretação geométrica da derivada, fica menos estranho imaginar o porquê do processo de limite resolver a questão da reta tangente. Fica a vontade para utilizar/modificar o que achares necessário! Ah! Aceito contribuições também, viu????? hehehehe

Bjks!

[redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA
POR [redacted] - TERÇA, 13 OUTUBRO 2015, 19:22

Olá [redacted]

Há tempos que procuro uma animação abordando esse conceito. Gostei muito da construção e vou usá-la em minhas aulas.

Abraço

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA
POR [redacted] - TERÇA, 13 OUTUBRO 2015, 21:30

Oi!

Que bom que gostaste! Espero que auxilie as tuas aulas mesmos!

Abs,

[redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

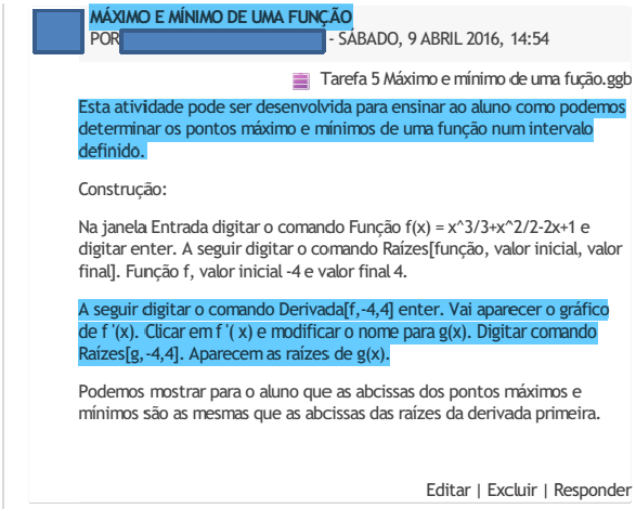
RE: INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA
POR [redacted] - QUARTA, 14 OUTUBRO 2015, 09:02

Olá, [redacted]

Gostei muito da sua atividade e achei interessante, pois mostra muito bem o conceito que se quer trabalhar. Quando o aluno movimenta o ponto X, tendendo a zero, pode observar no gráfico a movimentação geométrica.

Como não entendo muito do geogebra, achei perfeito para utilização em sala.

Casos em que a Derivada é meio de estudo de outro tema



MÁXIMO E MÍNIMO DE UMA FUNÇÃO
POR [redacted] - SÁBADO, 9 ABRIL 2016, 14:54

Tarefa 5 Máximo e mínimo de uma fução.ggb

Esta atividade pode ser desenvolvida para ensinar ao aluno como podemos determinar os pontos máximo e mínimos de uma função num intervalo definido.

Construção:

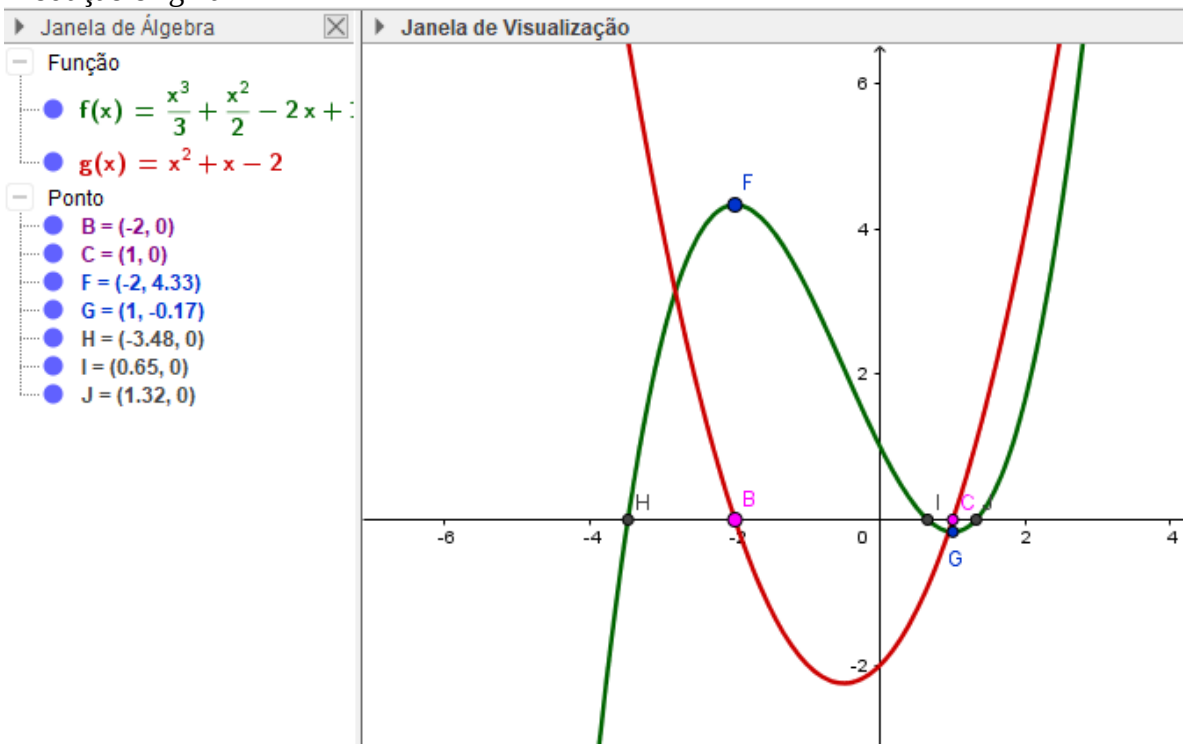
Na janela Entrada digitar o comando Função f(x) = x^3/3+x^2/2-2x+1 e digitar enter. A seguir digitar o comando Raízes[função, valor inicial, valor final]. Função f, valor inicial -4 e valor final 4.

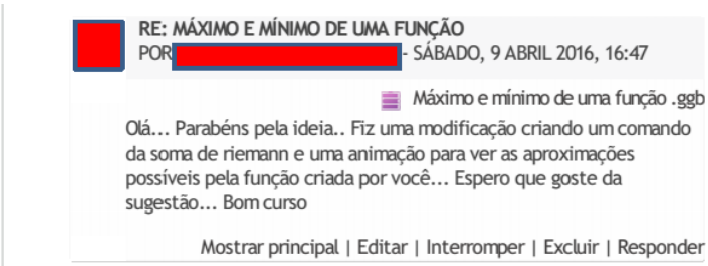
A seguir digitar o comando Derivada[f,-4,4] enter. Vai aparecer o gráfico de f '(x). Clicar em f '(x) e modificar o nome para g(x). Digitar comando Raízes[g,-4,4]. Aparecem as raízes de g(x).

Podemos mostrar para o aluno que as abcissas dos pontos máximos e mínimos são as mesmas que as abcissas das raízes da derivada primeira.

Editar | Excluir | Responder

Produção original





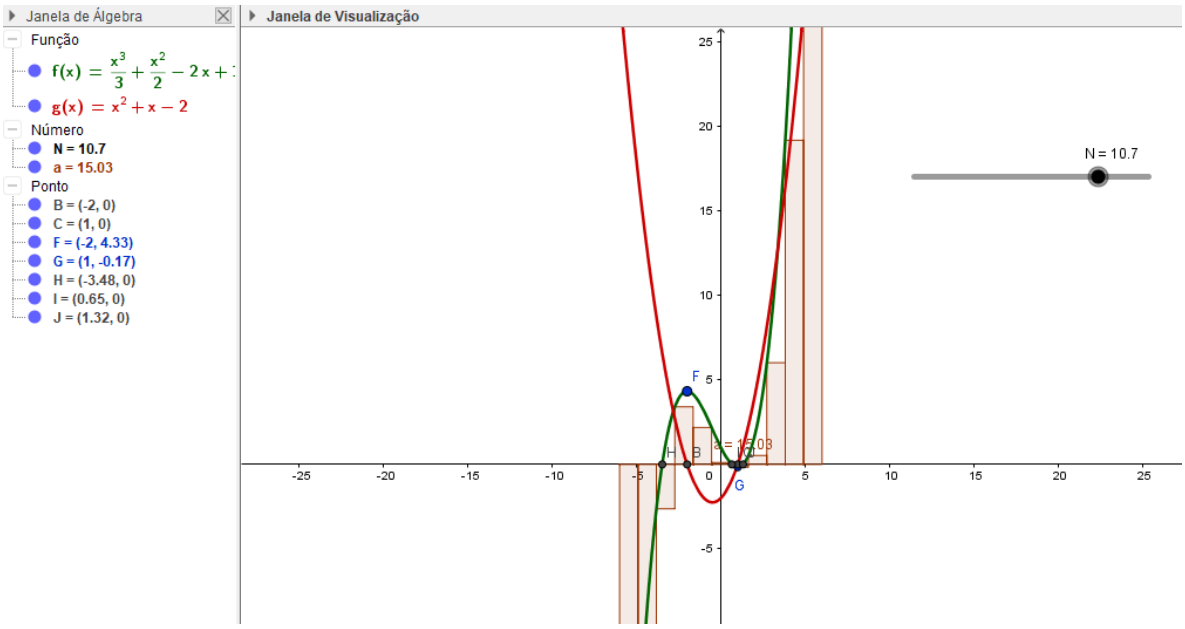
RE: MÁXIMO E MÍNIMO DE UMA FUNÇÃO
POR [redacted] - SÁBADO, 9 ABRIL 2016, 16:47

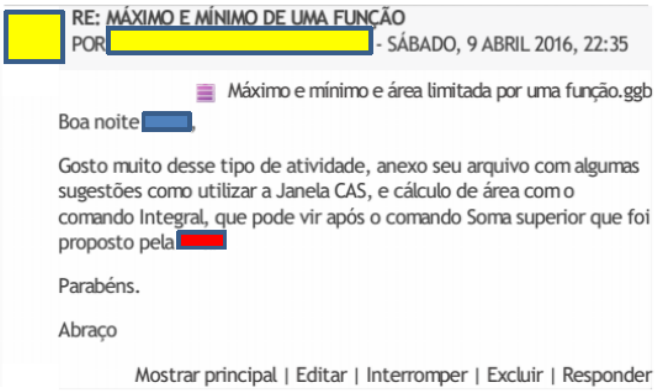
Máximo e mínimo de uma função .ggb

Olá... Parabéns pela ideia.. Fiz uma modificação criando um comando da soma de riemann e uma animação para ver as aproximações possíveis pela função criada por você... Espero que goste da sugestão... Bom curso

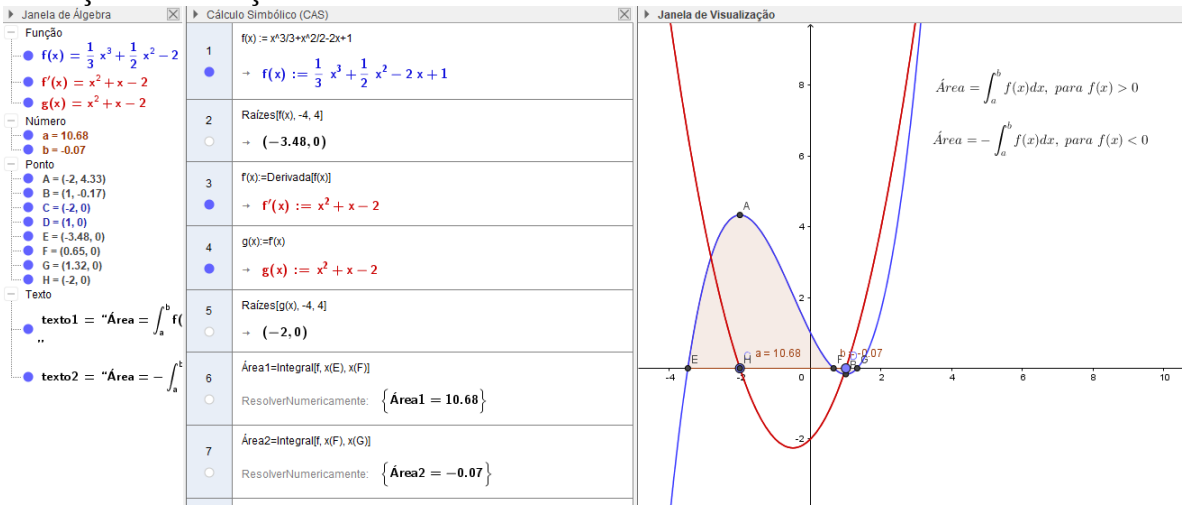
Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição





Produção contribuição 2



RE: MÁXIMO E MÍNIMO DE UMA FUNÇÃO
POR [redacted] - DOMINGO, 10 ABRIL 2016, 08:13

Olá [redacted]

Gostei da utilização da janela CAS, eu acho que isso não será abordado neste curso, mas caso você tenha alguma apostila sobre esse assunto, por favor, compartilhe aqui conosco.

Abraço

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: MÁXIMO E MÍNIMO DE UMA FUNÇÃO
POR [redacted] - TERÇA, 12 ABRIL 2016, 12:07

Tarefa 5 Máximo e mínimo de uma fução.ggb

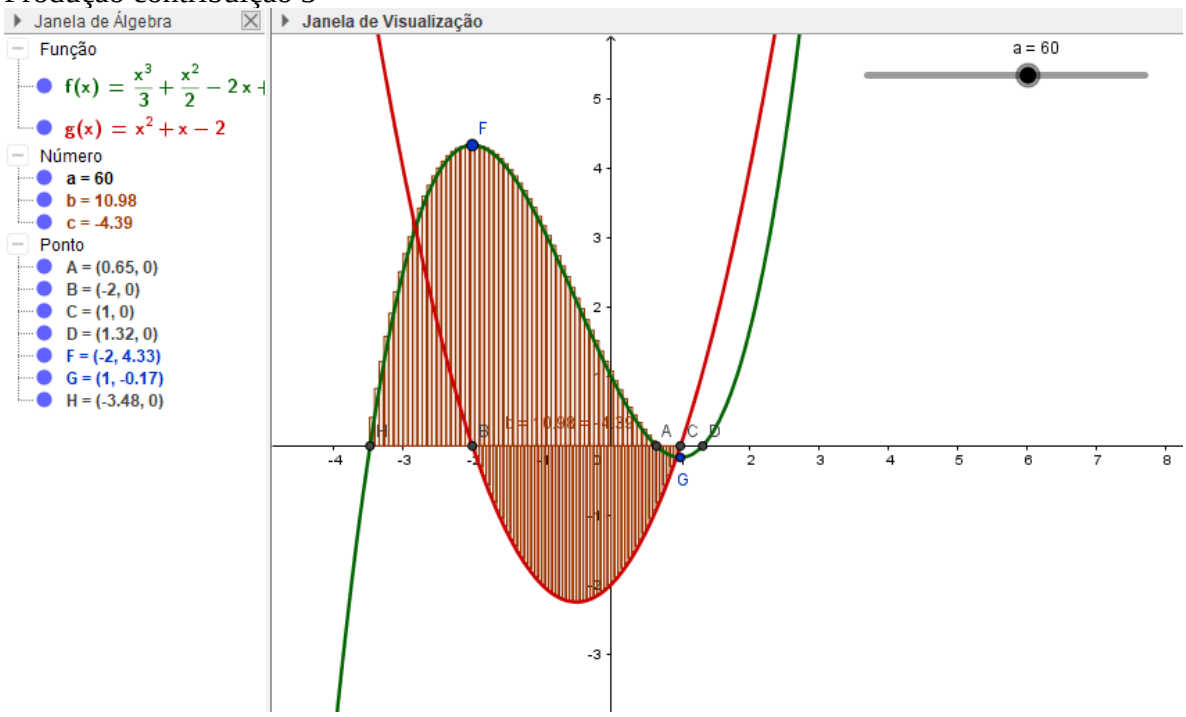
Parabéns pelo seu trabalho,

adicionei a Soma De Riemann para demonstrar a área ocupada pelas 2 funções, não tenho certeza se fui feliz. Coloquei um único controle deslisante para as duas somas, sendo que fiz 2 porque não consegui pensar em um jeito de deixar uma só com o efeito que esperava.

até a próxima.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição 3



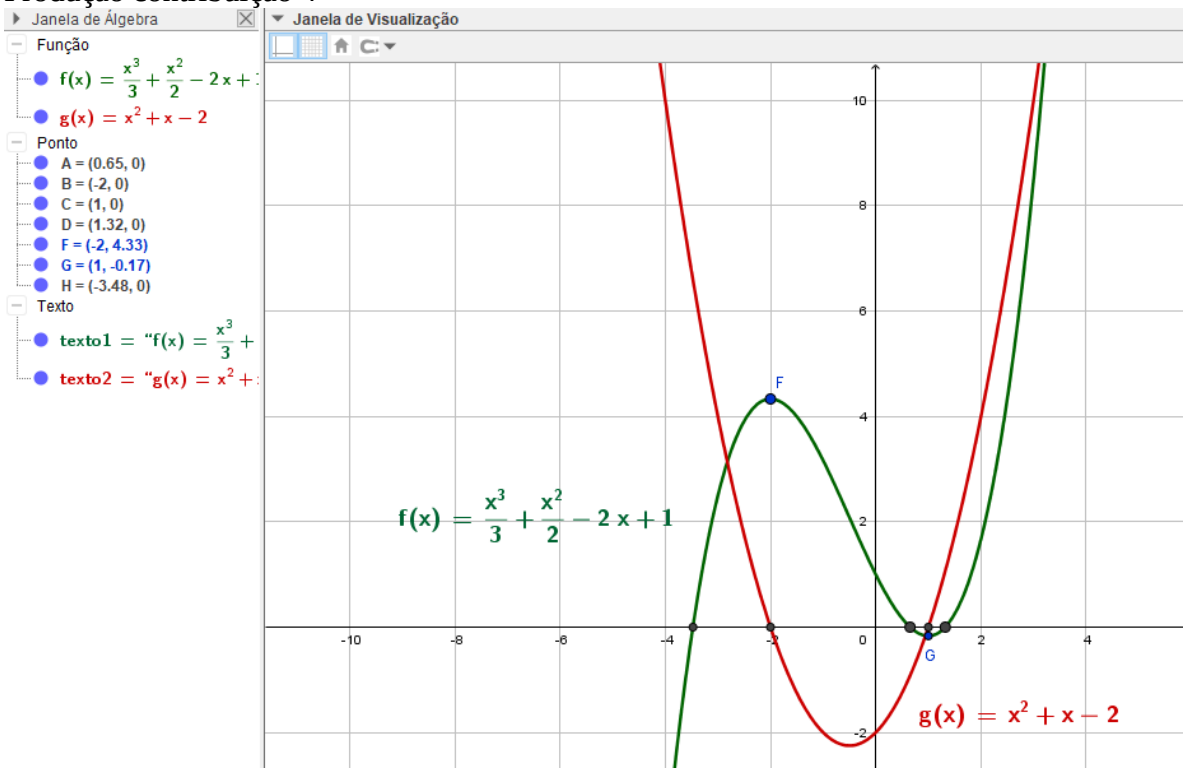
RE: MÁXIMO E MÍNIMO DE UMA FUNÇÃO
POR [redacted] - TERÇA, 12 ABRIL 2016, 19:41

Tarefa 5 Máximo e mínimo de uma fução.ggb

Ótimo trabalho professora! Muito útil nos estudos das funções, pois é possível perceber quais são os pontos de intersecção dos gráficos, as raízes das funções, pontos de máximo e mínimo... Apenas representei as funções ao lado de suas curvas e inseri a malha para localização dos pontos no sistema. Parabéns!

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição 4



Casos em que a Derivada é um tema sugerido

TAREFA 3 - VISUALIZAÇÃO DE DOMÍNIOS
POR [redacted] - DOMINGO, 24 JULHO 2016, 21:39

tarefa 3.1.ggb

Encontre o domínio das funções.

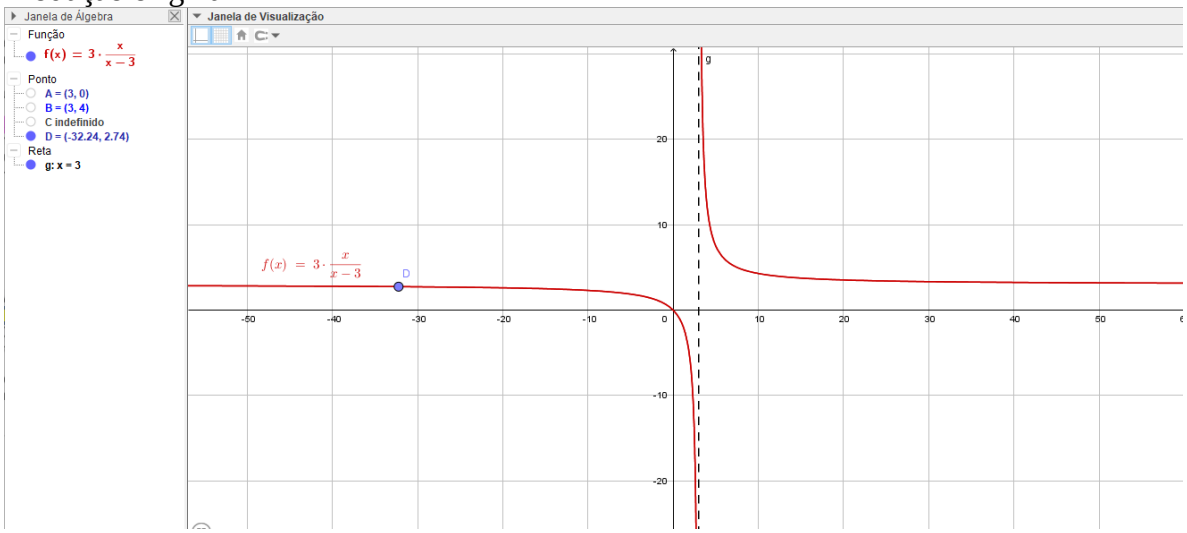
a) 3x/(x-3)

Acredito que uma das maneiras mais eficientes de mostrar para um aluno o domínio de uma função é através do geogebra. Por exemplo na letra a) (logo acima) pode ser fácil ver que se x=3 não existira a função, mas o que acontece quando esse valor se aproxima de três?

Isso poderia ser utilizado como o conhecido pré-cálculo no ensino médio.. Seria um sonho muito grande para ser implantado e realmente com a estrutura atual de ensino tenho muitas dúvidas se funcionaria... O que vocês acham?

Editar | Excluir | Responder

Produção original



RE: TAREFA 3 - VISUALIZAÇÃO DE DOMÍNIOS
POR [redacted] - SEGUNDA, 25 JULHO 2016, 11:24

Boa Tarde

Ficou boa a construção, mas achei que faltou o passo a passo de sua construção.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: TAREFA 3 - VISUALIZAÇÃO DE DOMÍNIOS
POR [redacted] - SEGUNDA, 25 JULHO 2016, 16:19

Boa Noite [redacted], excelente construção para demonstrar ao discente o domínio de uma função por meio do software Geogebra. Apenas senti falta dos passos para a construção da situação proposta por você. Que tal, você por aqui o roteiro para a construção, para sua postagem ficar completa.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: TAREFA 3 - VISUALIZAÇÃO DE DOMÍNIOS
POR [redacted] - TERÇA, 26 JULHO 2016, 08:37

Nossa eu sinto muito. Faltou o passo a passo kkkk

Primeiro eu pensei em uma função simples de mostrar o Domínio, o denominador de uma fração nunca pode ser 0.

Digitei a entrada f(x)=3x/(x-3) desta maneira

Depois diminui o zoom para ficar mais fácil de visualizar.

Então construi uma reta vertical passando pelos pontos A(3,0) e B(3,4) Poderia ser qualquer valor para Y. Nas propriedades dela eu coloquei pontilhado, poderia até trabalhar com assíntotas também.

Coloquei um Ponto em cima do gráfico da função e animei ele.

Editei a função colocando uma cor vermelha e habilitando a opção Nome e Valor, mostrei a função.

Assim fica bem fácil ver que para qualquer valor de x diferente de 3, existe uma imagem distinta. Será legal perguntar aos alunos o que acontece quando x se aproxima de 3 lateralmente. Nossa isso é muito mágico.

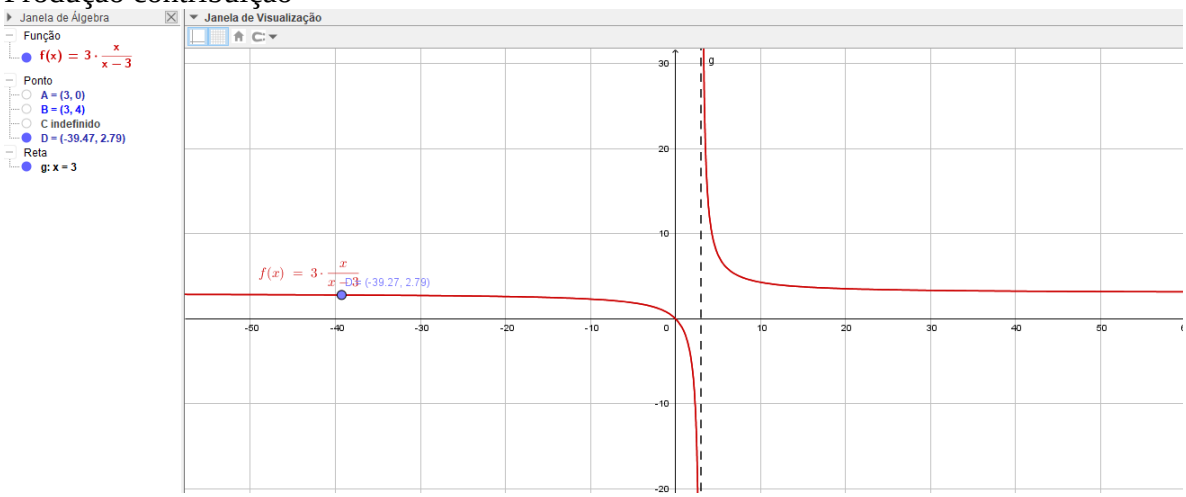
RE: TAREFA 3 - VISUALIZAÇÃO DE DOMÍNIOS
POR [redacted] - SEGUNDA, 25 JULHO 2016, 17:11

tarefa 3.ggb

Muito legal a construção. Para facilitar a visualização das coordenadas do ponto D acrescentei o valor direto no ponto.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição



RE: TAREFA 3 - VISUALIZAÇÃO DE DOMÍNIOS
POR [redacted] (MODERADORA) - TERÇA, 26 JULHO 2016, 08:42

Bom dia [redacted] A sua ideia é interessante mas ao mesmo tempo podem surgir questionamentos com relação ao comportamento da função quando as imagens se aproximam de 3. Com este tipo de função se preocupe não só com o domínio mas também com a imagem.

Boa semana.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

RE: TAREFA 3 - VISUALIZAÇÃO DE DOMÍNIOS
POR [redacted] - TERÇA, 26 JULHO 2016, 13:48

Sugestão de atividade domínio de uma função.ggb

Boa tarde [redacted]

Deixo um outro exemplo para ser explorado em aula.

O número 5 pertence ao domínio de f(x)= 2/ (sqrt (x-5))? Por quê?

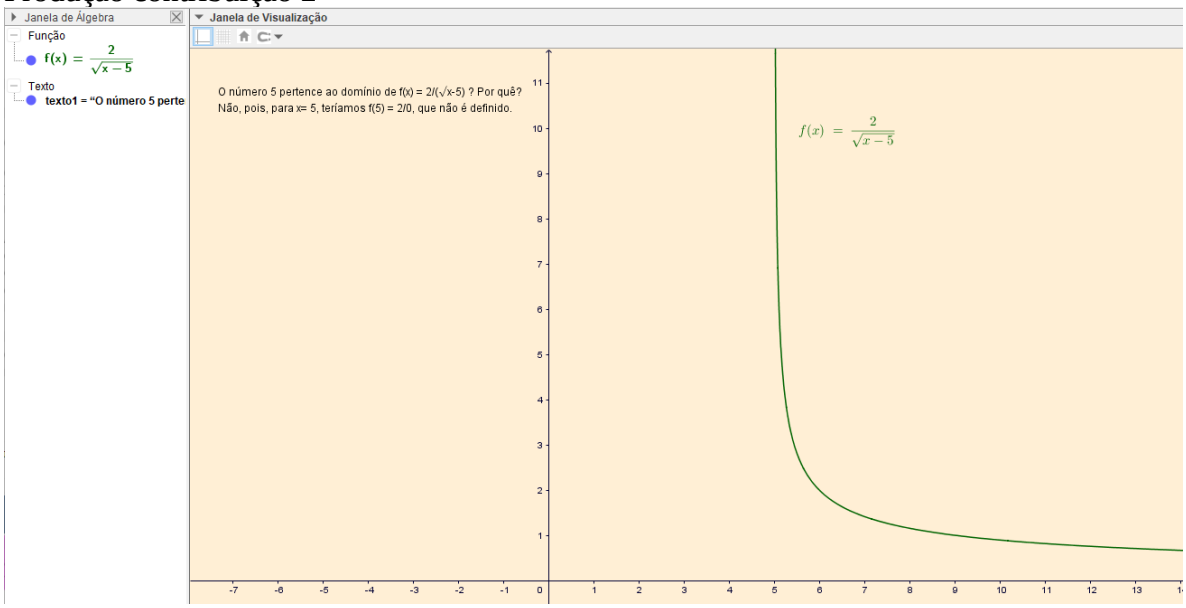
Com o recurso do software geogebra e a análise do gráfico de f(x) = 2/((sqrt(x-5)) vemos que para x= 5, teríamos f(5)= 2/0 e (2/0) não é um número real.

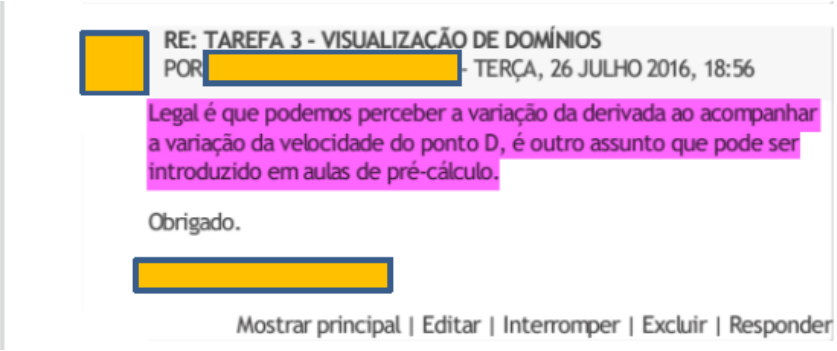
A construção no geogebra se deu da seguinte maneira: na caixa de entrada, digitei o valor da f(x) que é f(x)= 2/(sqrt(x-5)) e fiz a análise do gráfico, com o recurso do software geogebra fica fácil visualizar que para valores de 0 até 5 o domínio da função não é um número real.

Este exercício é interessante, pois podemos abordar todo o conceito de conjuntos numéricos e intervalos e também definir o conceito de número complexo.

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder

Produção contribuição 2





RE: TAREFA 3 - VISUALIZAÇÃO DE DOMÍNIOS
POR [redacted] - TERÇA, 26 JULHO 2016, 18:56

Legal é que podemos perceber a variação da derivada ao acompanhar a variação da velocidade do ponto D, é outro assunto que pode ser introduzido em aulas de pré-cálculo.

Obrigado.

[redacted]

Mostrar principal | Editar | Interromper | Excluir | Responder